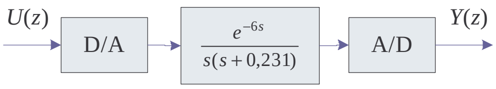
Quinta-Feira, 29 de abril de 2008, 7^{30} - 10^{00}

Nome:____Matrícula:________________

1ª PROVA

1ª Questão: (3 Pts) Considere o seguinte sistema, com taxa de amostragem T = 3 *seg*:



a) (2,0) Obtenha a função de transferência discreta correspondente à $G(z) = Y(z)/U(z)$.

b) (1,0) Considerando $u(k) = sen(0{,}25k\pi)1(k)$, obtenha $y(k)$ em regime permanente.

Obs: $G_{ZOH}(z) = (1 - z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$; $G_{FOH}(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz}\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s^2}\right\}$

Tabela de Transformadas -***Z***

$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	kTe^{-akT}	$\frac{Tze^{-aT}}{(z-e^{-aT})^2}$

--

a) $G(z) = (1 - z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$

$$G_1(s) = \frac{1}{s^2(s+0{,}231)} = \frac{-18{,}7403}{s} + \frac{4{,}329}{s^2} + \frac{18{,}7403}{s+0{,}231}$$

$$\mathrm{Z}\left\{\frac{-18{,}7403}{s} + \frac{4{,}329}{s^2} + \frac{18{,}7403}{s+0{,}231}\right\} = -18{,}7403\frac{z}{z-1} + 4{,}329\frac{Tz}{(z-1)^2} + 18{,}7403\frac{z}{z-e^{-0{,}231T}}$$

$$G_1(z) = -18{,}7403 + \frac{12{,}987}{z-1} + 18{,}7403\frac{z-1}{z-0{,}5}$$

$$G_1(z) = \frac{3{,}612z + 2{,}874}{z^2 - 1{,}5z + 0{,}5}$$

$$\boxed{G(z) = \frac{3{,}612z + 2{,}874}{z^4 - 1{,}5z^3 + 0{,}5z^2}}$$

b) Este sinal corresponde a $z = 1\angle 45° = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}j$

$$G(a) = \left.\frac{3{,}612z + 2{,}874}{z^4 - 1{,}5z^3 + 0{,}5z^2}\right|_{z=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}j} = -3.467 + 10.056i = 10{,}638\angle 109°$$

$$\boxed{u(k) = 10{,}638sen(0{,}25k\pi - 251°)}$$

2ª Questão: (2 Pts) Considere o seguinte sistema discreto. Taxa de amostragem T= 1*seg*.

$$y(k) - 1{,}6y(k-1) + 0{,}89y(k-2) = u(k-1) - u(k-2) + 0.89u(k-3)$$

a) (1,0) Obtenha a função de transferência discreta correspondente à $G(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)}$.

b) (1,0) Para $u(k)$ degrau unitário, obtenha $y(k)$ para $k \to \infty$.

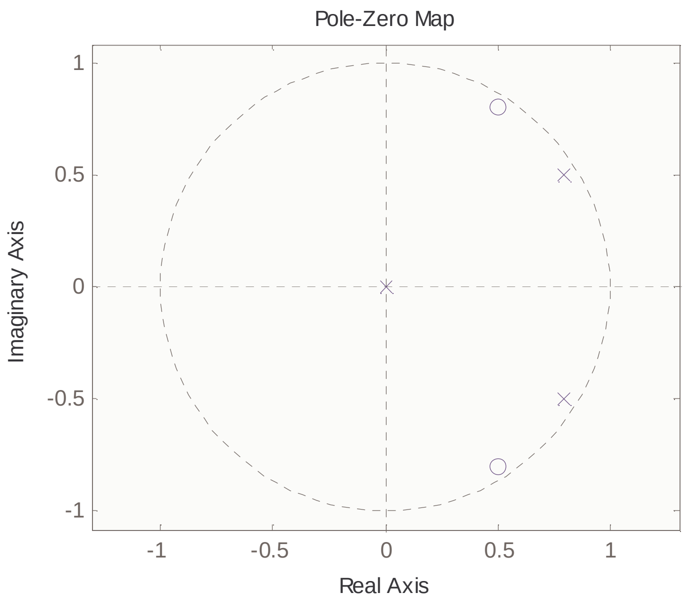
--

a) Função de Transferência Discreta:

$$Y(z)(1 - 1{,}6z^{-1} + 0{,}89z^{-2}) = U(z)(z^{-1} - z^{-2} + 0{,}89z^{-3})$$
$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z^{-1} - z^{-2} + 0{,}89z^{-3}}{1 - 1{,}6z^{-1} + 0{,}89z^{-2}} = \frac{z^2 - z + 0{,}89}{z^3 - 1{,}6z^2 + 0{,}89z}$$

b) Resposta ao degrau em $k \to \infty$:

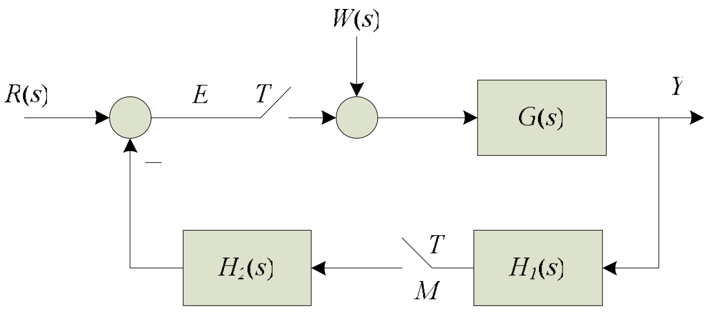
O sistema discreto é estável – pólos no interior do círculo unitário:



Teorema do valor final:

$$y(k \to \infty) = \lim_{z \to 1} (z-1) \frac{z}{z-1} \frac{z^2 - z + 0{,}89}{z^3 - 1{,}6z^2 + 0{,}89z} = 3{,}069$$

3ª Questão: (2 Pts) Para o sistema a seguir, calcule *Y** como função da referência *R* e da perturbação *W*.



--

Com amostradores o sistema é variante no tempo!

$$Y = (E^* + W)G$$
$$M = H_1(E^* + W)G$$
$$E = R - H_2(H_1(E^* + W)G)^*$$

Obtendo o sinal E:*

$$E^* = R^* - H_2^*(H_1(E^* + W)G)^* = R^* - H_2^*(H_1E^*G + H_1WG)^* = R^* - H_2^*E^*(H_1G)^* - H_2^*(H_1WG)^*$$
$$E^* = \frac{R^* - H_2^*(H_1WG)^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*}$$

Saída amostrada:
$$Y^* = G^*E^* + (WG)^*$$
$$Y^* = G^*\frac{R^* - H_2^*(H_1WG)^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*} + (WG)^*$$

$$\boxed{Y^* = \frac{G^*R^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*} + (GW)^* - \frac{G^*H_2^*(H_1GW)^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*}}$$

Obs.1:

Existe a função de transferência: $\frac{Y^*}{R^*}$

Porém, não existe uma função de transferência de perturbação: $\frac{Y^*}{W^*}$. *O efeito da perturbação w(t) depende do instante de tempo em que atua em relação ao período de amostragem.*

Obs. 2:
Caso w(t) tenha um espectro limitado ou seja amostrado então:

$$Y^* = \frac{G^*R^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*} + G^*W^* - \frac{G^*H_2^*(H_1G)^*W^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*}$$
$$Y^* = \frac{G^*R^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*} + \frac{G^*W^*}{1 + H_2^*(H_1G)^*}$$

4ª Questão: (3 Pts) A seguinte função de transferência é utilizada para melhorar a resposta transitória de um certo sistema dinâmico sem interferir significativamente na resposta em regime permanente (Compensador em Avanço).

$$H(s) = \frac{10s+10}{s+10}$$

Para uma implementação digital, com T = 0,1 s, considere as seguintes opções de modelos discretos equivalentes:

a) Zero-Pole Matchig (função de transferência própria)
b) ZOH
c) FOH

É sabido que o avanço máximo de fase ocorre na média geométrica das freqüências de corte ω_c.Qual das implementações digitais apresenta a menor distorção de fase em ω_c? (Justifique)

--

Implementação digital:

a) $H_{zp}(z) = \dfrac{6.643z-6{,}01}{z-0{,}3679}$

b) $H_{zoh}(z) = \dfrac{10z-9{,}368}{z-0{,}3679}$

c) $H_{foh}(z) = \dfrac{6.689z-6{,}057}{z-0{,}3679}$

$$H(s) = \frac{10s+10}{s+10} = 10\frac{s+1}{s+10} \rightarrow \omega_c = \sqrt{10.1} = 3.16 \qquad \langle H(j3.16) = 54{,}9°$$

$$3.16 rad/s \ a \ T = 0{,}1seg \rightarrow z_0 = 0{,}9535 + 0{,}3013i$$

$$\langle H_{zp}(z_0) = 53{,}49° \qquad \langle H_{zoh}(z_0) = 59{,}48° \qquad \langle H_{foh}(z_0) = 53{,}64°$$

Como o *foh* possui o menor erro em relação ao processo contínuo (54,9°) é a melhor aproximação.