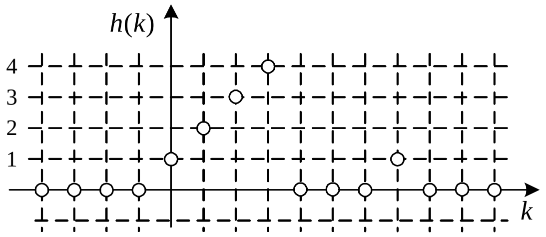
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB

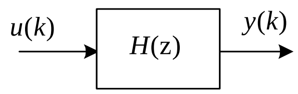
Prof. Adolfo Bauchspiess
http://www.ene.unb.br/adolfo/CDig
164887 CONTROLE DIGITAL -1º/2010
Terça-Feira, 22 de junho de 2010, 7^{30} - 10^{00}

Nome:____Matrícula:__________________

GABARITO - 1ª PROVA

1ª Questão: Considere o seguinte sinal discreto, resposta de um sistema $H(z)$ a um pulso unitário no instante 0 *seg*.





a) (0,5) Obtenha a função de transferência discreta correspondente $H(z)$.

b) (1,0) Calcule a resposta $y(k)$ deste sistema ao sinal $\begin{cases} u(1)=1 \\ u(2)=2 \\ u(k)=0, \quad \forall k \neq 1{,}2 \end{cases}$.

--

a) $H(z)=1+2z^{-1}+3z^{-2}+4z^{-3}+z^{-7}$

b) No domínio da freqüência: $\boxed{u(k)=[0\ 1\ 4\ 7\ 10\ 8\ 0\ 0\ 1\ 2\ 0\ 0\ 0\ ...]}$

$$Y(z)=U(z)*H(z)=(z^{-1}+2z^{-2})(1+2z^{-1}+3z^{-2}+4z^{-3}+z^{-7})$$

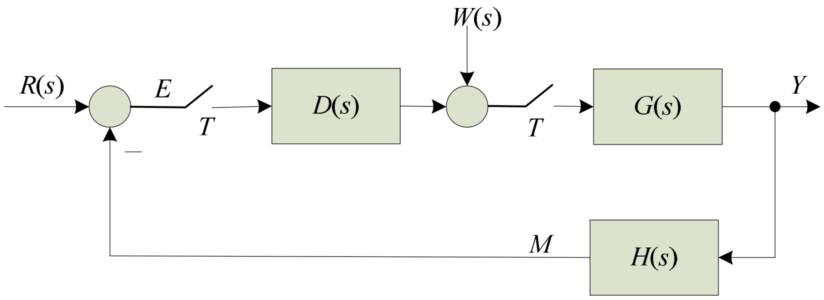
$$\begin{aligned} & z^{-1}+2z^{-2}+3z^{-3}+4z^{-4} \qquad\qquad +z^{-8} \\ & \qquad 2z^{-2}+4z^{-3}+6z^{-4}+8z^{-5} \qquad +2z^{-9} \\ \hline & z^{-1}+4z^{-2}+7z^{-3}+10z^{-4}+8z^{-5}+z^{-8}+2z^{-9} \end{aligned}$$

Alternativamente, utilização a convolução discreta: $u(k)=\sum_{n=0}^{k} u(n)h(k-n)$

k	$y(k)$
0	0
1	$h(1)u(1)$
2	$h(2)u(1)+h(1)u(2)$
3	$h(3)u(1)+h(2)u(2)$
4	$h(4)u(1)+h(3)u(2)$
5	$0 \quad +h(4)u(2)$
6	0
7	0
8	$h(7)u(1)$
9	$h(7)u(2)$

2ª Questão: Para o sistema mostrado, D(s) é um controlador contínuo, $H(s)$ é a função de transferência do sensor e $G(s)$ é o processo controlado. A amostragem ocorre de forma síncrona. R é o sinal de referência e W é uma perturbação.

a) (1,0) Calcule a saída discreta, Y^*, em função do sinal de referência e da perturbação.
b) (0,5) Calcule a saída contínua, $Y(s)$, em função do sinal de referência e da perturbação.
c) (0,5) Porque, mesmo considerando-se perturbações W genéricas, é possível nesta questão obter as funções de transferência para os itens a) e b)? Justifique.
d) (0,5) Esta estrutura de controle é factível para o controle de sistemas físicos reais? Por quê?



--

a) *Com amostradores o sistema é variante no tempo!*

$$Y = (E^*D^* + W^*)G$$
$$M = \mathrm{H}(E^*D^* + W^*)G$$
$$E = R - \mathrm{H}(E^*D^* + W^*)G = R - G\mathrm{H}(E^*D^*) - GHW^*$$

Obtendo o sinal E:*

$$E^* = R^* - (G\mathrm{H})^*E^*D^* - (GH)^*W^*$$
$$E^* = \frac{R^* - (GH)^*W^*}{1 + (G\mathrm{H})^*D^*}$$

Saída amostrada:

$$Y^* = E^*D^*G^* + W^*G^*$$
$$Y^* = \frac{R^*D^*G^* - (GH)^*W^*D^*G^*}{1 + (GH)^*D^*} + (WG)^*$$

$$\boxed{Y^* = \frac{D^*G^*}{1 + (G\mathrm{H})^*D^*}R^* + \frac{G^*}{1 + (G\mathrm{H})^*D^*}W^*}$$

b) $Y = (E^*D^* + W^*)G$

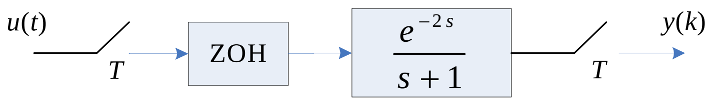
$$\boxed{Y = \frac{D^*G}{1 + (G\mathrm{H})^*D^*}R^* + \frac{G}{1 + (G\mathrm{H})^*D^*}W^*}$$

Existe a função de transferência $\frac{Y^*}{R^*}$ *e também a função de transferência da perturbação:* $\frac{Y^*}{W^*}$

c) A perturbação entra no processo através de um amostrador de tal forma que não há aliasing. O que acontece fora dos instantes de amostragem não é processsado.

d) Perturbações, em geral, não são determinísticas e podem agir em qualquer ponto do processo.

3ª Questão: Considere o seguinte sistema, com taxa de amostragem T = 0,5 *seg*:



a) (1,0) Obtenha a função de transferência discreta correspondente a $G(z) = Y(z)/U(z)$.

b) (1,0) Obtenha $y(k)$ em regime permanente para $u(t) = \cos(0{,}2\pi[t+2]) * 1(t)$ - 3(t - 2000) .

Obs: $G_{ZOH}(z) = (1 - z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\dfrac{G(s)}{s}\right\}$

Tabela de Transformadas -***Z***

$\dfrac{1}{s}$	$1(kT)$	$\dfrac{z}{z-1}$
$\dfrac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\dfrac{z}{z-e^{-aT}}$

--

a) $G(z) = (1 - z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\dfrac{G(s)}{s}\right\}$

$$G_1(s) = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}$$

$$\mathrm{Z}\left\{\frac{1}{s} - \frac{1}{s+1}\right\} = \frac{z}{z-1} - \frac{z}{z-e^{-0{,}5}}$$

$$G'(z) = 1 - \frac{(z-1)}{z-e^{-0{,}5}} = \frac{1-e^{-0{,}5}}{z-e^{-0{,}5}}$$

$$\boxed{G(z) = \frac{1-e^{-0{,}5}}{z^5 - e^{-0{,}5}z^4}} \qquad \boxed{G(z) = \frac{0{,}3935}{z^4(z-0{,}6065)}}$$

b) Considerando $t \leftarrow kT$=0,5k $\rightarrow$

$u(k) = \cos(0{,}2\pi[0{,}5k+2]) * 1(t)$ - 3(0,5k - 2000) = $= \cos(0{,}1\pi[k+4]) * 1(t)$ - 3(0,5k - 2000)

O sinal senoidal corresponde a $z = \cos(0{,}1\pi) + i\sin(0{,}1\pi)$ = 0.9511 + 0.3090i

$$G(j\omega) = \left.\frac{1-e^{-0{,}5}}{z^5 - e^{-0{,}5}z^4}\right|_{z=0.9511+0.3090\mathrm{i}} = -0.3443 - 0{,}7773 = 0{,}8502\angle -1{,}9878$$

$$\boxed{y_{sen-ss}(k) = 0{,}8502\cos(0{,}1k\pi + 0{,}4\pi - 1{,}9878) = 0{,}8502\cos(0{,}1k\pi - 0{,}7312)}$$

Para o degrau de referência -3(t-2) a resposta em regime permanente é (Teorema do valor final, z→1) y(k) = -3

$$\boxed{y_{ss}(k) = 0{,}8502\cos(0{,}1k\pi - 0{,}7312) - 3}$$

4ª Questão: Considere a implementação de um sistema de controle de temperatura com o microcontrolador ATMega8. A faixa de temperaturas admissíveis está entre 10°C e 90°C. O sensor de temperatura LM35 fornece 10 mV/°C. Utiliza-se 5 V como referência para o conversor A/D.

a) (1,0) Considere uma conexão direta do LM35 ao ATMega8. Qual o número de bits necessário do conversor A/D, para que se tenha uma resolução de 0,5°C ?

b) (1,5) Projete um circuito (AmpOp + Resistores) de tal forma a maximizar a resolução da temperatura medida pelo conversor A/D – observando a faixa de interesse entre 10°C e 90°C. Note que o conversor A/D do microcontrolador é de 10 bits. Com este circuito, qual a resolução da temperatura disponível para o controlador digital (corresponde à variação de 1 LSB, *Less Significant Bit*)?

c) (1,5) Considere os seguintes valores para a operação em ponto flutuante (avr-libc-user-manual-1.6.4):

- Uma operação de soma consome 113 períodos de clock.
- Uma multiplicação consome 375 períodos de clock.
- Uma divisão consome 466 períodos de clock.
- Um conversão A/D consome 4160 períodos de clock.
- Assuma que a atualização do PWM consome 200 períodos de clock.
- Um algoritmo de controle de primeira ordem tem a forma genérica $D(z) = K\dfrac{z-b}{z-a}$.
- A constante de tempo dominante do processo em malha fechada deve ser de T_p = 20 *seg*. A taxa de amostragem do controlador deve utilizar cinco amostras em Tp. Ou seja T_a = 4 *seg*.
- Em uma implementação AFAC (*as fast as can*), não há interrupção do timer e nem comunicação serial. A referência é fixa e o processador executa apenas o laço infinito:

```
while (1) { lê (temperatura) via A/D;
            calcula lei de controle de 1ª ordem;
            escreve sinal do atuador (PWM); }
```

Qual a menor frequência do cristal que permite realizar este projeto?

---

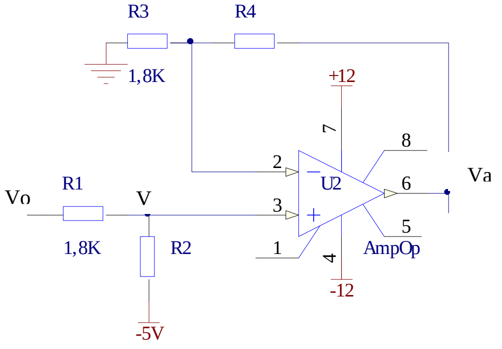
a) 0,5ºC → 5mV; Resolução do conversor A/D = $\dfrac{5V}{2^N - 1}$ = 0,005; $2^N - 1 = 1000$; N inteiro = 10bits.

b) Faixa medida: 10°C-90°C ↔ LM35 (100mV-900mV) Divisor Resistivo V=(Vo+5)*R2/(R1+R2) – 5

0=(0,1+5)*R2/(1,8K+R2) – 5 → $\boxed{\text{R2 = 90K}\Omega}$ (utilizando, por exemplo, uma fonte de -5V e R1=R3=1,8K)

Vmax = (0,9+5)*R2/(R1+R2) – 5 = 0,7843 →Va=5V → G=5/0,7843 = 6,375

Ganho do AmpOp 1+R4/1,8 = 6,375 → $\boxed{\text{R4=9,675 K}\Omega}$ Resolução =80ºC/1023 =$\boxed{0{,}0782ºC}$



c) $D(z) = K\dfrac{z-b}{z-a} \rightarrow \dfrac{U(z)}{E(z)} = K\dfrac{z-b}{z-a} \Rightarrow u(k) = au(k-1) + K[e(k) - be(k-1)] \rightarrow$ (3 mult. + 2 somas)

$\text{Ciclos}_{\text{totall}}$ = 4160 + 3*375 + 2*113 + 200 = 5711; Fmin= 5711/4seg $\boxed{F_{\min} = 1{,}4278\,\text{KHz}}$

Obs: $\dfrac{U(z)}{E(z)} = K\dfrac{z-b}{z-a} \Rightarrow u(k) = au(k-1) + K[e(k) - be(k-1)]$ →não há divisão no domínio do tempo!