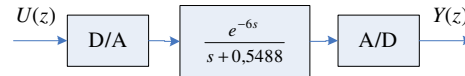




Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

## 1ª PROVA

1ª Questão: (3 Pts) Considere o seguinte sistema, com taxa de amostragem  $T = 2$  seg:



- a) (2,0) Obtenha a função de transferência discreta correspondente à  $G(z) = Y(z)/U(z)$ .  
b) (1,0) Considerando  $u(k) = 1(k+1) + \text{sen}(0,2k\pi)1(k-1)$ , obtenha  $y(k)$  em regime permanente.

Obs:  $G_{ZOH}(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$ ;  $G_{FOH}(z) = \frac{(z-1)^2}{Tz}Z\left\{\frac{G(s)}{s^2}\right\}$

Tabela de Transformadas -Z

$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	$kT$	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s+a}$	$e^{-akT}$	$\frac{z}{z - e^{-aT}}$
$\frac{1}{(s+a)^2}$	$kTe^{-akT}$	$\frac{Tze^{-aT}}{(z - e^{-aT})^2}$

--

a)  $G(z) = z^{-3}(1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G'(s)}{s}\right\}$

$$G_1(s) = \frac{1}{s(s+0,5488)} = \frac{1,8222}{s} - \frac{1,8222}{s+0,5488}$$

$$Z\left\{\frac{1,8222}{s} - \frac{1,8222}{s+0,5488}\right\} = 1,8222 \frac{z}{z-1} - 1,8222 \frac{z}{z-0,3337}$$

$$G(z) = 1,8222z^{-2} - 1,8222 \frac{z^{-2}(z-1)}{z-0,3337}$$

$$G(z) = \frac{1,214}{z^4 - 0,337z^3}$$

b) O sinal senoidal corresponde a  $z = \cos(0,2\pi) + i \sin(0,2\pi) = 0.8090 + 0.5878i$

$$G(a) = \frac{1,214}{z^4 - 0,337z^3} \Big|_{z=0.8090+0.5878i} = -1,5 - 0,574i = 1.6 \angle -159^\circ$$

Para o degrau de referência a resposta em regime é (Teorema do valor final,  $z \rightarrow 1$ )  $y(k) = 1,831$

$$y_{ss}(k) = 1,831 + 1,6 \text{sen}(0,2k\pi - 159^\circ)$$

2ª Questão: (2 Pts) Considere o seguinte sistema discreto. Taxa de amostragem  $T=3\text{seg}$ .

$$y(k) - 1,6y(k-1) + 1,28y(k-2) = u(k-1) - 1,2u(k-2) + 0,72u(k-3)$$

a) (1,0) Obtenha a função de transferência discreta correspondente à  $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$ .

b) (1,0) Para  $u(k)$  degrau unitário obtenha  $y(k \rightarrow \infty)$ .

--

a) Função de Transferência Discreta:

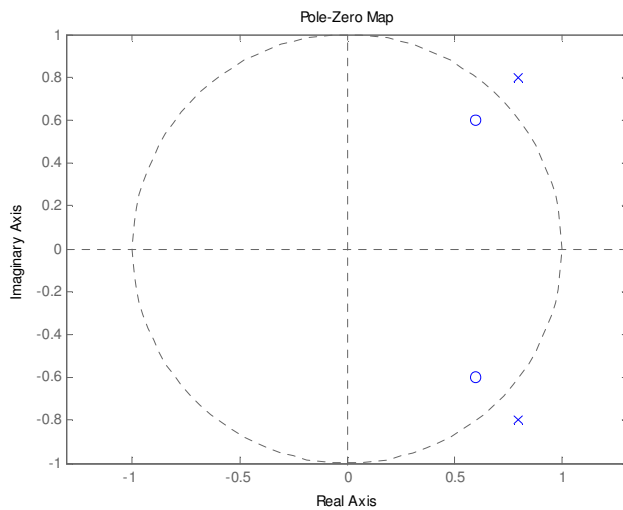
$$Y(z)(1 - 1,6z^{-1} + 1,28z^{-2}) = U(z)(z^{-1} - 1,2z^{-2} + 0,72z^{-3})$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z^{-1} - 1,2z^{-2} + 0,72z^{-3}}{1 - 1,6z^{-1} + 1,28z^{-2}} = \frac{z^2 - 1,2z + 0,72}{z^3 - 1,6z^2 + 1,28z}$$

b) zeros: roots([1 -1.2 0.72]) =  $0,6 \pm 0,6i = 0,8485 / \_ \pm 45^\circ$

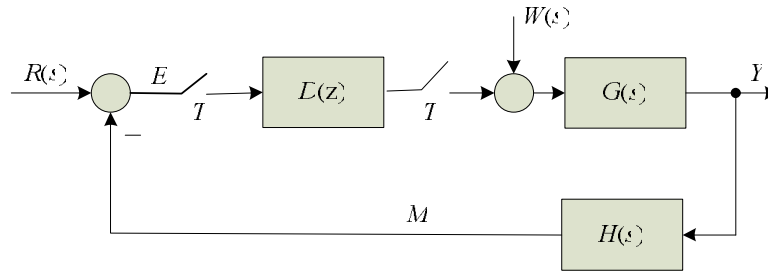
pólos: roots([1 -1.6 1.28]) =  $0,8 \pm 0,8i = 1,13 / \_ \pm 45^\circ$

Pólos complexos conjugados fora do círculo unitário  $\rightarrow$  Resposta oscilatória divergente:



3ª Questão: Para o sistema mostrado,  $D(z)$  é um controlador discreto,  $H(s)$  é a função de transferência do sensor e  $G(s)$  é o processo controlado.

- a) (2 Pts) Calcule a saída discreta,  $Y^*$ , em função da referência  $R$  e da perturbação  $W$ .  
 b) (1 Pt) Obtenha  $Y^*$  para o caso em que  $w(t)$  não causa *aliasing*.



--

a) Com amostradores o sistema é variante no tempo!

$$Y = (E * D^* + W)G$$

$$M = H(E * D^* + W)G$$

$$E = R - H(E * D^* + W)G = R - GH(E * D^*) - GHW$$

Obtendo o sinal  $E^*$ :

$$E^* = R^* - (GH)^* E^* D^* - (GHW)^*$$

$$E^* = \frac{R^* - (GHW)^*}{1 + (GH)^* D^*}$$

Saída amostrada:

$$Y^* = E^* D^* G^* + (WG)^*$$

$$Y^* = \frac{R^* D^* G^* - (GHW)^* D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*} + (WG)^*$$

$$Y^* = \frac{D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*} R^* + (WG)^* - \frac{(GHW)^* D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*}$$

Existe a função de transferência:  $\frac{Y^*}{R^*}$

Porém, não existe uma função de transferência de perturbação:  $\frac{Y^*}{W^*}$ . O efeito da perturbação  $w(t)$  depende do instante de tempo em que atua em relação ao período de amostragem.

b)

Caso  $w(t)$  tenha um espectro limitado ou seja amostrado então:

$$Y^* = \frac{D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*} R^* + W^* G^* - \frac{(GH)^* W^* D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*}$$

$$Y^* = \frac{D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*} R^* + \frac{W^* G^* + (GH)^* D^* W^* G^* - (GH)^* W^* D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*}$$

$$Y^* = \frac{D^* G^*}{1 + (GH)^* D^*} R^* + \frac{G^*}{1 + (GH)^* D^*} W^*$$

Existe a função de transferência  $\frac{Y^*}{R^*}$  e também a função de transferência da perturbação:  $\frac{Y^*}{W^*}$

4ª Questão: (2 Pts) Considere o seguinte circuito, com REFS1=0 e REFS0=1. Segundo o fabricante, o sensor de temperatura LM35 tem precisão de 0,5°C (em 25°C) e ganho de 10mV/°C. Qual o valor comercial de R1 para que temperaturas entre 0° e 90° sejam medidas?

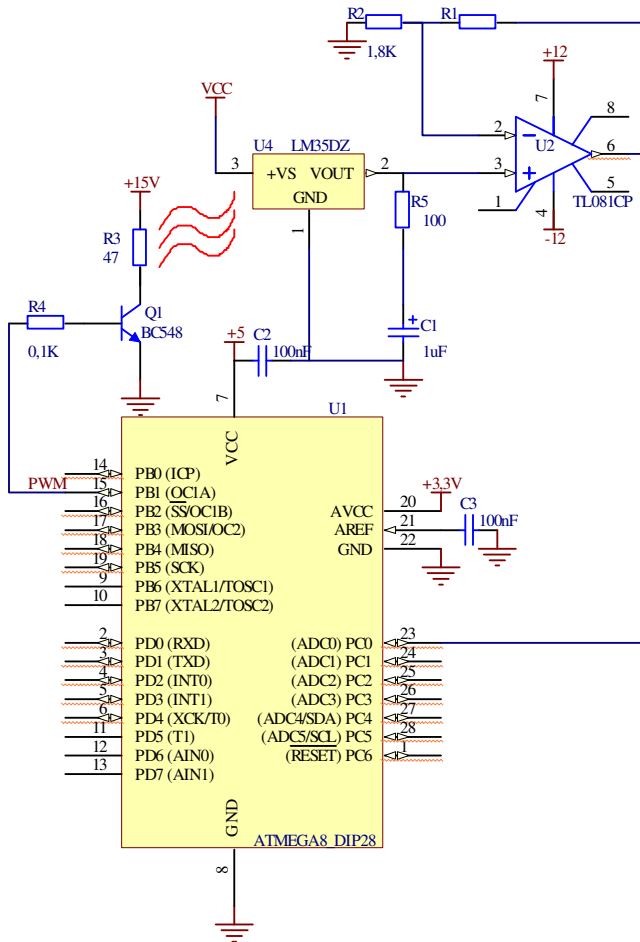


Table 74. Voltage Reference Selections for ADC

REFS1	REFS0	Voltage Reference Selection
0	0	AREF, Internal V <sub>ref</sub> turned off
0	1	AVCC with external capacitor at AREF pin
1	0	Reserved
1	1	Internal 2.56V Voltage Reference with external capacitor at AREF pin

---  
Faixa medida: 0°C-90°C → 90°C ↔ 3,3V (AVCC)

90°C.10mV/°C = 900mV

Ganho do AmpOp  $1 + R1/1,8 = 3,3/0,9 \rightarrow R1 = 4,8K\Omega$ , valor comercial **R1 = 4,7KΩ**

Obs: Com R1 = 4,7K a faixa real de medida passa a ser : 0°C - 91,4°C.