Nome:____Matrícula:______________

GABARITO - 1ª PROVA

1ª Questão: (2,0) Obtenha o modelo ZOH equivalente para o sistema $G(s)=\dfrac{s+1}{s(s+2)}$ amostrado com $T = 0{,}5$ seg.

Obs: $G_{ZOH}(z)=(1-z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\dfrac{G(s)}{s}\right\}$;

Tabela de Transformadas -***Z***

$\dfrac{1}{s}$	$1(kT)$	$\dfrac{z}{z-1}$
$\dfrac{1}{s^2}$	kT	$\dfrac{Tz}{(z-1)^2}$
$\dfrac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\dfrac{z}{z-e^{-aT}}$

$$G_{ZOH}(z)=\frac{z-1}{z}\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}=\frac{z-1}{z}\mathrm{Z}\left\{\frac{s+1}{s^2(s+2)}\right\}$$

$$=\frac{z-1}{z}\mathrm{Z}\left\{\frac{A}{s^2}+\frac{B}{s}+\frac{C}{(s+2)}\right\}=\frac{z-1}{z}\mathrm{Z}\left\{\frac{0{,}5}{s^2}+\frac{0{,}25}{s}-\frac{0{,}25}{(s+2)}\right\}$$

$$=\frac{z-1}{z}\left\{\frac{0{,}25z}{(z-1)^2}+\frac{0{,}25z}{z-1}-\frac{0{,}25z}{z-e^{-2.0{,}5}}\right\}$$

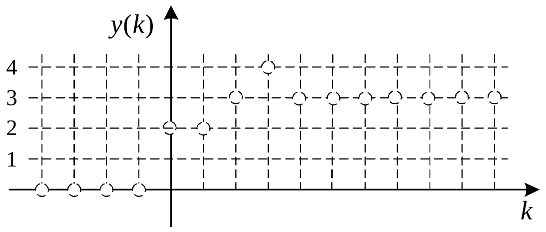
$$=\frac{0{,}25}{z-1}+0{,}25-\frac{0{,}25(z-1)}{z-e^{-1}}$$

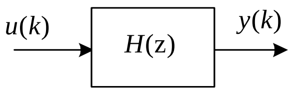
$$=\frac{0{,}25(z-e^{-1})+0{,}25(z-1)(z-e^{-1})-0{,}25(z-1)(z-1)}{(z-1)(z-e^{-1})}$$

$$=\frac{0{,}25z-0{,}25e^{-1}+0{,}25z^2-0{,}25(1+e^{-1})z+0{,}25e^{-1}-0{,}25z^2+0{,}5z-0{,}25}{(z-1)(z-e^{-1})}$$

$$\boxed{G_d=\frac{z(0{,}5-0{,}25e^{-1})-0{,}25}{(z-e^{-1})(z-1)}}\qquad\boxed{G_d=\frac{0{,}408z-0{,}25}{z^2-1{,}368z+0{,}3679}}$$

2ª Questão: Considere o seguinte sinal discreto, resposta de um sistema $H(z)$ a um **degrau** unitário no instante t = 0 *seg*. Taxa de amostragem T = 0,2 seg.





a) (10,) Obtenha a função de transferência discreta correspondente $H(z)$.

b) (1,0) Calcule a resposta $y(k)$ deste sistema ao sinal $\begin{cases} u(1)=1 \\ u(2)=2 \\ u(k)=0, \quad \forall k \neq 1,2 \end{cases}$.

--

a) Aplicando-se o operador diferença à resposta ao degrau, tem-se: $H(z)=2+z^{-2}+z^{-3}-z^{-4}$

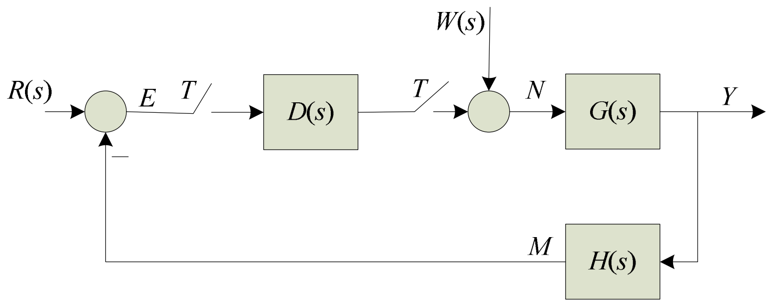
b) No domínio da freqüência:

$$Y(z)=U(z)*H(z)=(z^{-1}+2z^{-2})(2+z^{-2}+z^{-3}-z^{-4})$$

$$\begin{aligned} &2z^{-1}+z^{-3}+z^{-4}-z^{-5} \\ &\quad 4z^{-2}+2z^{-4}+2z^{-5}-2z^{-6} \\ \hline &2z^{-1}+4z^{-2}+z^{-3}+3z^{-4}+z^{-5}-2z^{-6} \end{aligned}$$

$$\boxed{y(k)=[0\ 2\ 4\ 1\ 3\ 1\ -2\ 0\ 0\ 0\ ...]}$$

3ª Questão: Considere o sistema a seguir:



$R(s)$ é o sinal de referência. $W(s)$ é uma perturbação. E, N, M são sinais auxiliares. $G(s)$ é função de transferência da planta, $D(s)$ do controlador e $H(s)$ do sensor. Utilizando o teorema da superposição, e, se possível, apresente a função de transferência. (Obs. Simplificar as expressões, se possível).

a) (1,5) Calcule a relação entre Y^* e R^*.
b) (1,5) Calcule a relação entre Y^* e W.

Relação entre Y^* e R^*:

$E = R - HY; \qquad N = E^* D^*; \qquad Y = E^* D^* G$

$$E = R - HE^* D^* G$$
$$E = R - HGE^* D^*$$
$$E^* = R^* - (HG)^* E^* D^*$$
$$E^*(1 + (HG)^* D^*) = R^*$$
$$E^* = \frac{R^*}{1 + (HG)^* D^*}$$
$$Y = \frac{R^* D^* G}{1 + (HG)^* D^*}$$

a) $Y^* = \dfrac{D^* G^*}{1 + (HG)^* D^*} R^*$ $\longrightarrow$ Função de Transferência Discreta: $\boxed{\dfrac{Y^*}{R^*} = \dfrac{D^* G^*}{1 + (HG)^* D^*}}$

Relação entre Y^* e W:

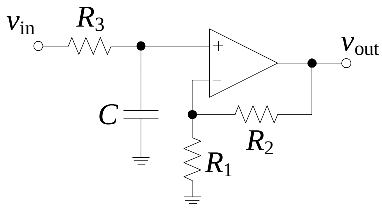
$N = W + E^* D^*; \qquad E = -HY; \qquad Y = NG$

$$E = -HGW - HGE^* D^*$$
$$E^* = -(HGW)^* - (HG)^* E^* D^*$$
$$E^* = \frac{-(HGW)^*}{1 + (HG)^* D^*}$$
$$Y = GW + GE^* D^*$$
$$Y = GW + G\frac{-(HGW)^*}{1 + (HG)^* D^*} D^*$$

b) $\boxed{Y^* = (GW)^* - \dfrac{(HGW)^* G^* D^*}{1 + (HG)^* D^*}}$ $\rightarrow$ Não existe função de transferência entre W^* e Y^*.

4ª Questão: (3,0) Considere o seguinte circuito, que deverá ser utilizado para conectar o sensor de temperatura LM35 ao ATMega328. Segundo o fabricante, o sensor de temperatura LM35 tem precisão de 0,5ºC (em 25ºC) e ganho de 10mV/ºC. Obs: Questão literal, respostas em função de R_1, R_2, R_3 e C.

a) (1,0) Considerando a alimentação de 0-5V do microcontrolador, qual a faixa de temperaturas medidas?
b) (1,0) Qual a resolução destas medidas (em ºC)?
c) (1,0) Considerando que este circuito também implementa um filtro “anti-aliasing” (corte em -3dB), qual o máximo período de amostragem do microcontrolador para que o critério de Nyquist ainda seja satisfeito?



---

a) Ganho do Amp. Op. Na configuração não inversora: $1 + R_2/R_1$

5 Volts no pino do conversor A/D do ATMega328 significam 5000/10mV/ºC/(1 + R_2/R_1) = 500/(1 + R_2/R_1) ºC

$$\boxed{0^o C \ a \ \frac{500R_1}{R_1 + R_2} {}^o C}$$

b) Resolução 500/1023/(1 + R_2/R_1) ºC = 0,4888 / (1 + R_2/R_1) ºC $\boxed{\frac{0{,}489R_1}{R_1 + R_2} {}^o C}$

c) $\omega = 2\pi f$

$$\frac{v_o}{v_i} = \frac{1}{1 + sR_3C}$$

Considerando o teorema de Nyquist:

$$\boxed{T = \pi R_3 C}$$