Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB

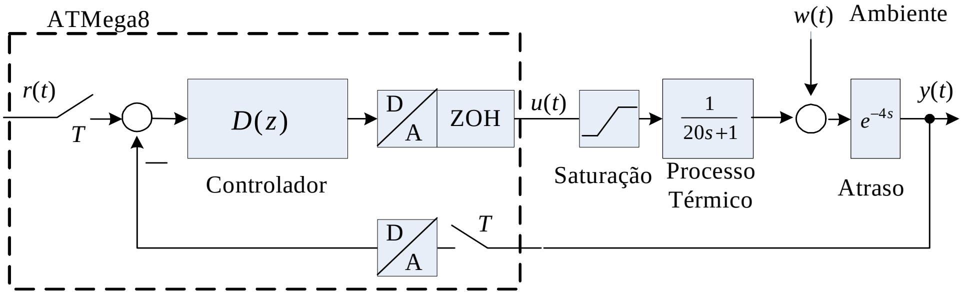
Prof. Adolfo Bauchspiess
http://www.ene.unb.br/adolfo/CDig
164887 CONTROLE DIGITAL - 1°/2009

Quinta-Feira, 28 de maio de 2009, 7^{30} - 10^{00}

Nome:____Matrícula:________________

2ª PROVA

1ª Questão: (4,0) Considere o modelo de pequenos sinais do processo térmico utilizado em Controle Digital. Com taxa de amostragem T_a = 4 *seg*, a representação discreta do processo é $G(z)=\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}$.



a) (0,5) Via LGR projete inicialmente um controlador proporcional, $D(z)=K_p$, para que M_p = 10%.

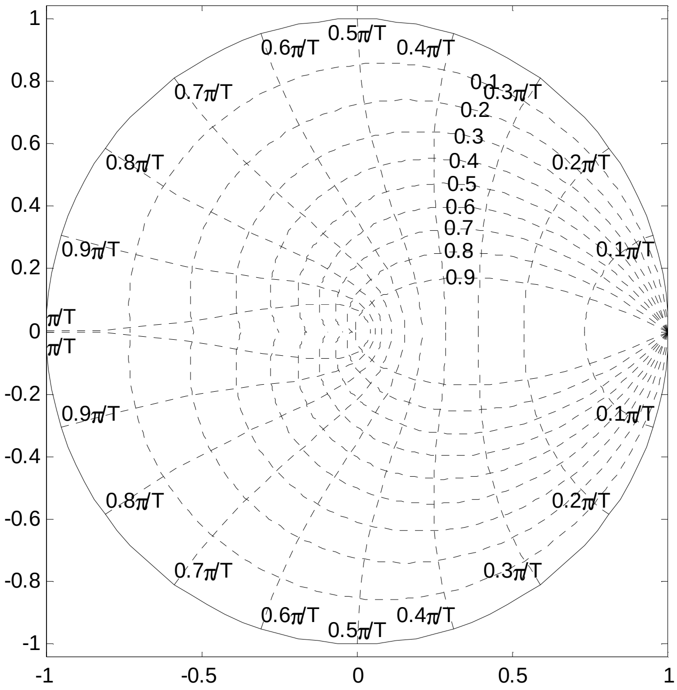
b) (0,5) Qual a posição dos pólos de malha fechada, z_{mf}, para o controlador projetado em (a)?
Este controlador tem uma resposta rápida, porém apresenta um grande erro em regime permanente.

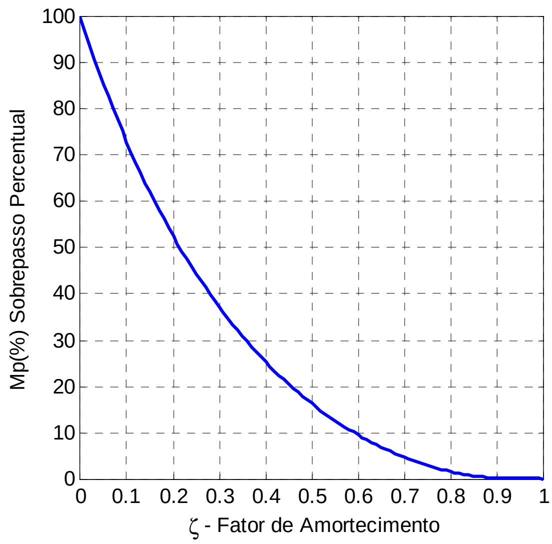
c) (1,0) É sabido que um controlador PI garante erro nulo a um degrau de referência. É possível, no presente projeto, que um controlador PI acompanhe degraus de referência sem erro e forneça uma resposta transitória (tempo de subida, sobrepasso) semelhante à do controlador P projetado no item (a)? Justifique.

d) (2,0) Para obter tanto uma transição rápida como um erro nulo em regime, projete agora um controlador PID discreto $D(z)=\dfrac{K(z-a)(z-a)}{z(z-1)}$ que tenha em malha fechada pólos em z_{mf} (item a).

Obs: Aproximação para uma dinâmica dominante de 2ª ordem ($\sigma=\zeta\omega_n$):

- Tempo de acomodação (1%) $t_s=4{,}6/\sigma$,
- Tempo de subida t_r (10-90%) = $1{,}8/\omega_n$.





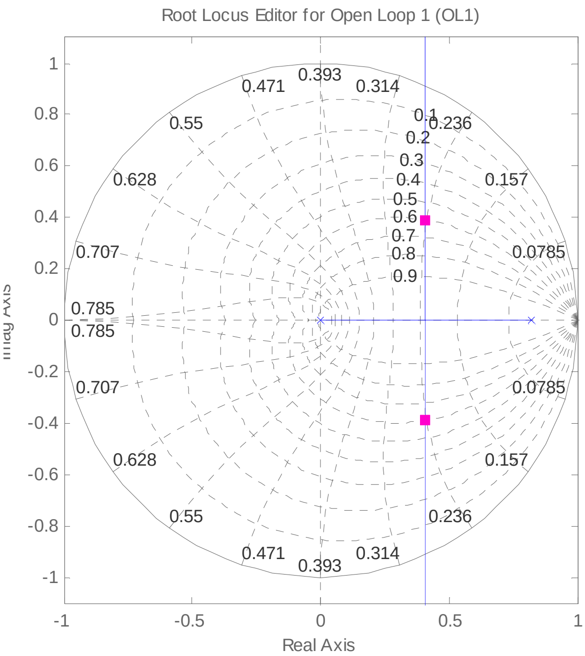
---

a) $G(z)=\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}$

Controlador Proporcional, Sobrepasso = 10% → ζ = 0,6. LGR $\left. K\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}\right|_{z=0{,}409\pm i0{,}394}$

→ $\boxed{K_p=1{,}76}$

b) Para 10% de sobrepasso → ζ=0,6 $\boxed{z=0{,}409\pm i0{,}394}$



c) Não é possível. Justificativa: Um controlador PI introduz um pólo em z = 1 e tem ainda o ajusto da posição do zero e do ganho. A condição de fase do LGR é portanto $\left.\angle K_{PI}\dfrac{z-c}{z-1}\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}\right|_{z=0{,}409\pm i0{,}394}=180^\circ$

A contribuição de fase do zero do PI é, desta forma: $\angle z-c=180^\circ-\left.\angle\dfrac{1}{z-1}\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}\right|_{z=0{,}409\pm i0{,}394}=146{,}36^\circ$

Este ângulo de avanço podeira ser obtido colocando-se o zero do PI em z = +1. O que, no entanto, cancela o canal integral e assim não faz sentido, pois o sistema teria um grande erro em regime permanente.

d)Controlador PID: $K\dfrac{(z-a)(z-a)}{z(z-1)}\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}$

Condição de Fase: $\angle(z-a)(z-a)=180^\circ-\left.\angle\dfrac{1}{z(z-1)}\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}\right|_{z=0{,}409\pm i0{,}394}=190{,}3^\circ$ → zero duplo em a=0,444

Condição de módulo do LGR: $\left.K\dfrac{(z-a)(z-a)}{z(z-1)}\dfrac{0{,}1813}{z^2-0{,}8187z}\right|_{z=0.409+i0{,}394}$ → K = 4,6

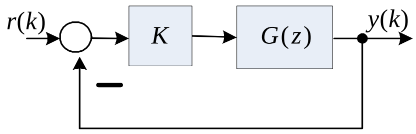
$$\boxed{D(z)=\frac{4{,}6(z-0{,}444)^2}{z(z-1)}}$$

2ª **Questão**: (3,0) Considere a resposta em freqüência de um sistema $G(z)$ discreto de 3ª ordem que tem dois pólos complexos conjugados fora do círculo unitário.

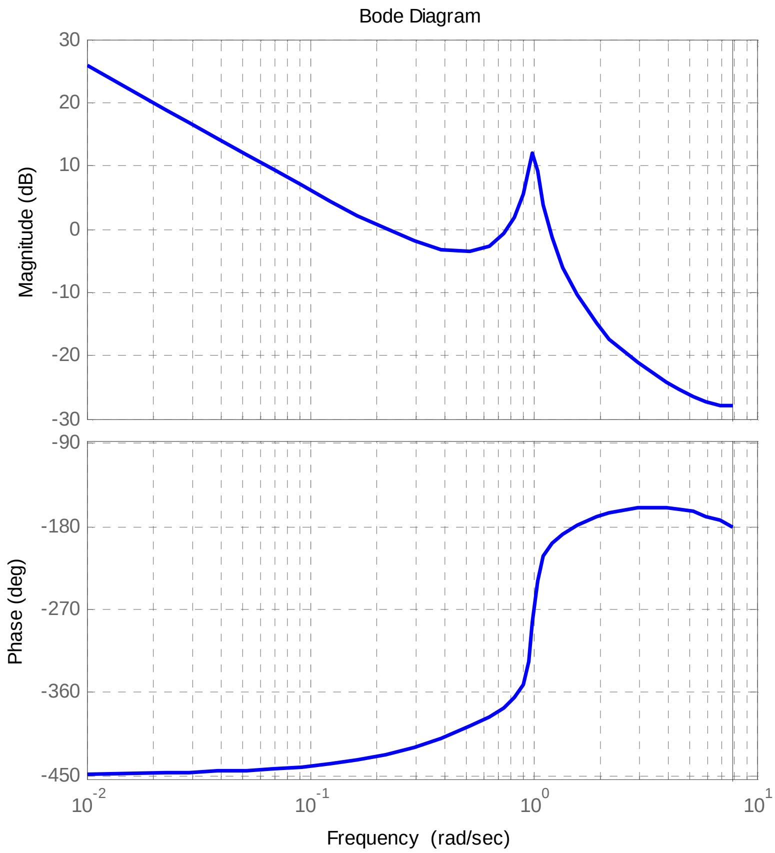
a) (0,5) Qual a Margem de Ganho e qual a Margem de Fase?

b) (1,5) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente.
Em particular indique: $\omega \to 0^+$, $\omega \to +\infty$, $\omega \to -\infty$, $\omega \to 0^-$.

c) (1,0) Qual a faixa de valores de ganho K em $(-\infty < K < \infty)$ para os quais o sistema é estável?



Freq.	Módulo	Fase
0,010	20,004	-448,9
0,023	8,773	-447,5
0,029	6,925	-446,9
0,039	5,195	-445,8
0,052	3,901	-444,4
0,069	2,934	-442,5
0,092	2,214	-440,0
0,100	2,040	-439,1
0,123	1,681	-436,7
0,164	1,289	-432,3
0,219	1,007	-426,6
0,292	0,813	-419,0
0,389	0,697	-409,3
0,520	0,668	-397,0
0,520	0,668	-397,0
0,637	0,737	-386,3
0,740	0,909	-376,3
0,827	1,238	-365,8
0,897	1,865	-351,8
0,954	3,024	-327,2
0,998	3,976	-284,4
1,000	3,971	-281,5
1,044	2,896	-239,0
1,109	1,562	-212,4
1,204	0,866	-198,0
1,345	0,503	-187,7
1,562	0,300	-178,6
1,913	0,181	-169,8
2,204	0,137	-165,3
2,942	0,087	-159,9
3,927	0,061	-159,5
4,511	0,054	-161,1
5,182	0,048	-164,0
5,952	0,044	-168,1
6,837	0,041	-173,5
7,854	0,040	-180,0



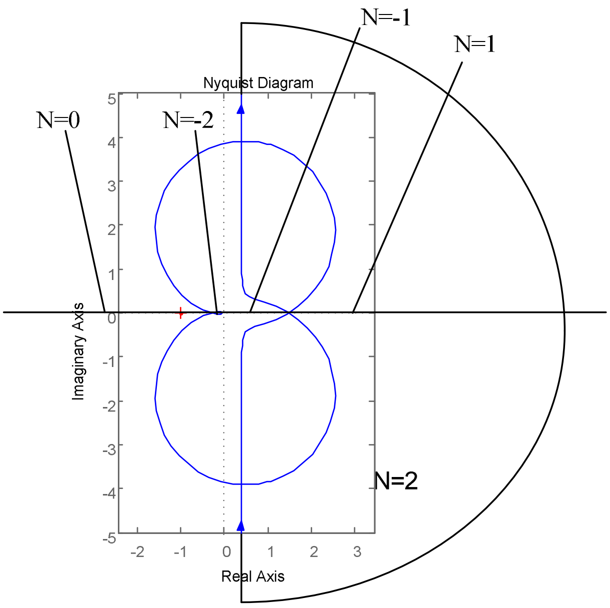
```
g=tf(conv([.2 .2],[1 1]),conv([1 -.1 1],[1 0]));
d=c2d(g,.4);figure(1);bode(d);grid;figure(2);nyquist(d);figure(3);rlocus(d)
```

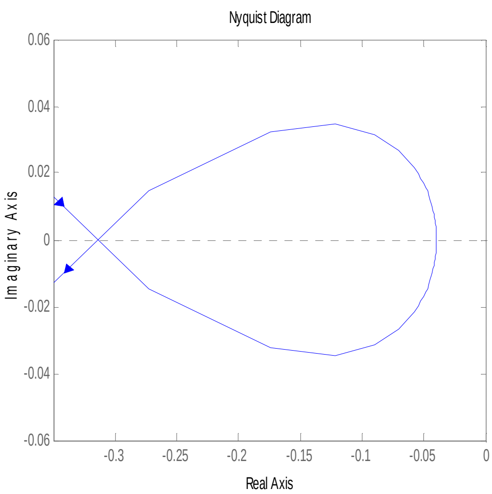
Transfer function:

$$G(s) = \frac{\mathrm{Y(s)}}{\mathrm{U(s)}} = \frac{0{,}2(s+1)^2}{s(s^2+0{,}1+1)} \xrightarrow{T=1seg} G(z) =$$

a) MG = 9,74dB (em 1,52 rad/s), MF = -21,1º (em 1,18 rad/seg)

b) Diagrama de Nyquist





c) Estabilidade 1/0,3 < K < 1/0,04 $\rightarrow \boxed{3{,}3 < K < 25}$

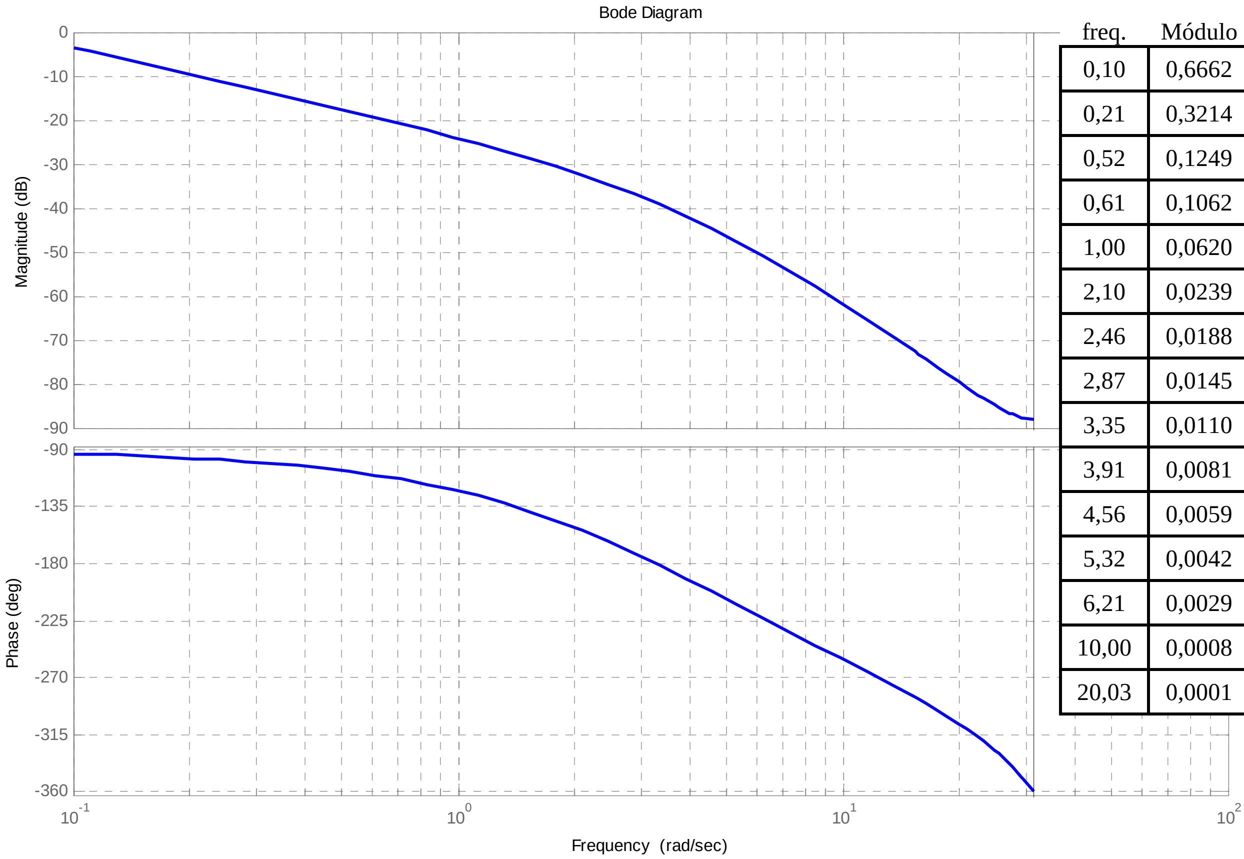
d)

3ª Questão: (3,0) Considere o diagrama de Bode de um sistema discreto. O objetivo é projetar um compensador em avanço $D(z) = K\dfrac{z+a}{z+b}$, de tal forma que:

- Margem de Fase do sistema compensado, MF ≥ 40° (M_p = 25%)
- Coeficiente de Erro de Velocidade $K_v \geq 3$ seg^{-1}.

a) (0,5) Calcule o ganho do controlador necessário para satisfazer a especificação de regime permanente.
b) (0,5) Calcule o avanço de fase necessário para atingir a MF e acrescente 20º para compensar o deslocamento da freqüência de 0dB pelo compensador.
c) (0,5) Posicione a freqüência de avanço máximo do compensador, ω_m, no ponto em que a queda de ganho do sistema compensa o ganho em ω_m do compensador em avanço.
d) (1,5) Calcule os valores das freqüências de canto do compensador em avanço e apresente o compensador completo: $D(z) = K\dfrac{z+a}{z+b}$.

Obs.: Fator de avanço (razão entre o pólo e o zero): $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1+sen\phi_m}{1-sen\phi_m}$



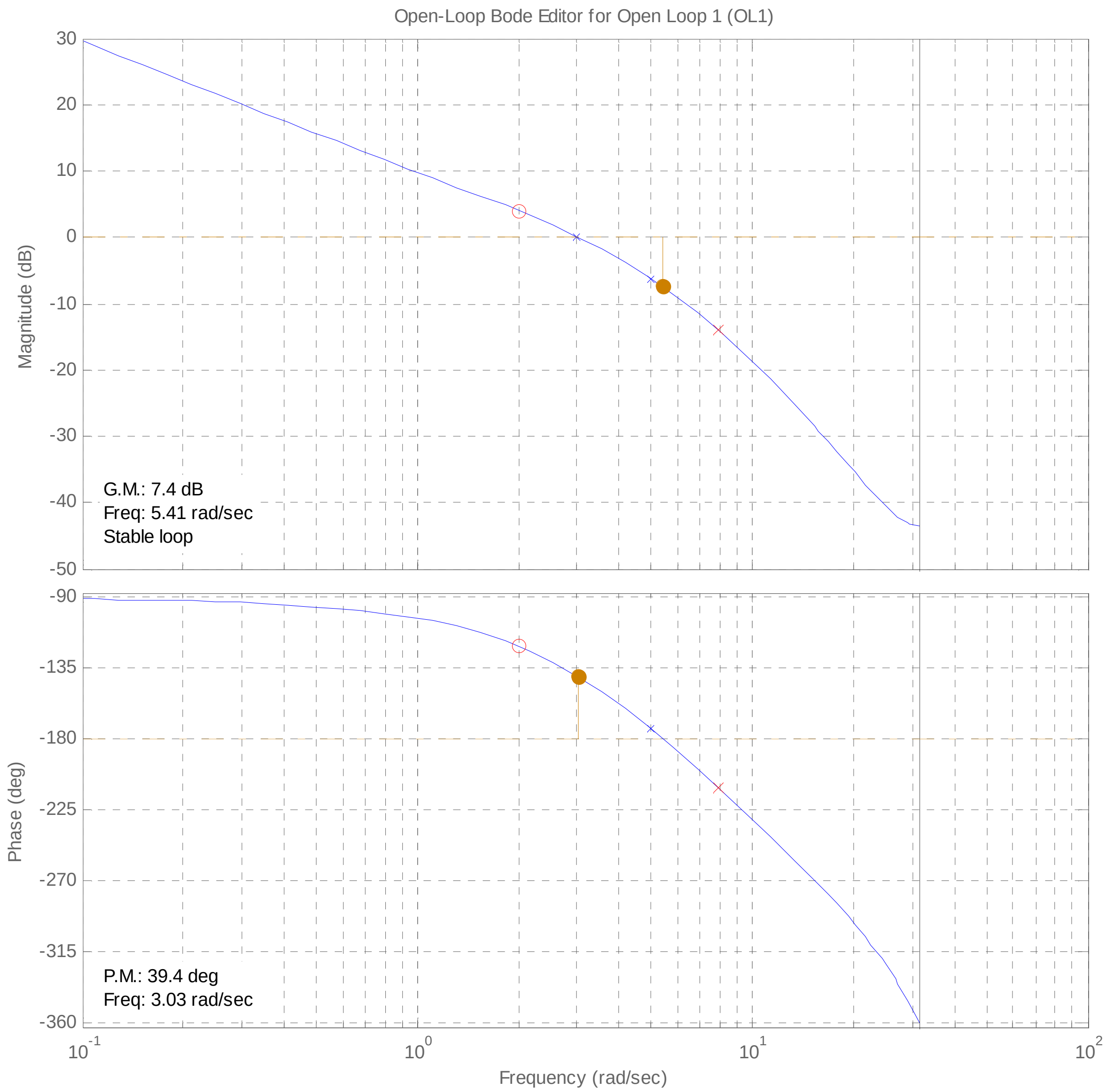
freq.	Módulo	Fase
0,10	0,6662	-93,3
0,21	0,3214	-96,9
0,52	0,1249	-107,4
0,61	0,1062	-110,2
1,00	0,0620	-122,6
2,10	0,0239	-153,9
2,46	0,0188	-162,5
2,87	0,0145	-171,7
3,35	0,0110	-181,5
3,91	0,0081	-191,6
4,56	0,0059	-202,1
5,32	0,0042	-212,6
6,21	0,0029	-223,2
10,00	0,0008	-255,5
20,03	0,0001	-306,5

--- g=zpk([],[0 -3 -5],1); T=0,1seg gd=c2d(g,.1);bode(gd)

a) $K_v = 3 \rightarrow$ 33 dB de ganho (45) para que em haja assintóticamente 9,54 dB (3) em ω=1 rad/s
b) MF = 23,5º em 2,2rad/s $\rightarrow \phi_M$ = 40 -23,5 + 20 = 36,5º
c) Fator de avanço 1/α = 3,94 ~ 4; (Ganho em ω_m) = $\sqrt{\dfrac{1}{\alpha}} = 2 = 6dB$. Esta queda ocorre no sistema em ~4 rad/s = ω_m.
d) Compensador: $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{\omega_m^2}{4}} = 2$; Do gráfico a taxa de amostragem é 0,1 *seg*. $z_1 = e^{-2*0,1} = 0,8187$

$\omega_2 = 4 * \omega_1 = 8$; $z_2 = e^{-8*0,1} = 0,4493 \rightarrow D(z) = K\dfrac{z-0,8187}{z-0,4493}$

Para que o ganho ajustado no item (a) não seja alterado $K = \dfrac{1-0,4493}{1-0,8187} = 3,04 \rightarrow \boxed{D(z) = 135\dfrac{z-0,819}{z-0,449}}$


Open-Loop Bode Editor for Open Loop 1 (OL1)
Magnitude (dB)
30
20
10
0
-10
-20
-30
-40
-50
G.M.: 7.4 dB
Freq: 5.41 rad/sec
Stable loop
Phase (deg)
-90
-135
-180
-225
-270
-315
-360
P.M.: 39.4 deg
Freq: 3.03 rad/sec
10^-1
10^0
10^1
10^2
Frequency (rad/sec)