Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB

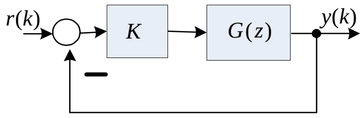
Prof. Adolfo Bauchspiess
http://www.lara.unb.br/~bauchspiess
164887 CONTROLE DIGITAL - 1°/2010

Quinta-Feira, 22 de julho de 2010, 7^{30} - 10^{00}

Nome:____Matrícula:__________________

2ª PROVA

1ª Questão: Considere o modelo discreto de pequenos sinais de um processo de transferência de energia térmica. Taxa de amostragem T_a = 20 *seg*.



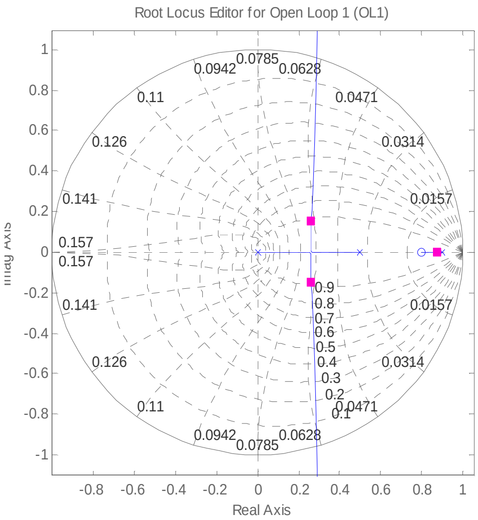
$$G(z) = \frac{0{,}1(z-0{,}8)}{z(z-0{,}9)(z-0{,}5)}$$

a) (0,5) O gráfico mostra o LGR do sistema, para realimentação unitária (K=1). Para este ganho K, qual o erro em regime permanente a um degrau unitário de referência?

b) (1,0) Para qual valor do ganho K têm-se pólos com fator de amortecimento 0,3 ($z_{1,2} = 0{,}282 \pm 0{,}641j$)? Onde está o 3º pólo?

c) (1,0) Em substituição ao controlador proporcional, projete um controlador PID (K e a): $D(z) = \dfrac{K(z-a)^2}{z(z-1)}$, tal que os pólos dominantes sejam $z_{1,2} = 0{,}8 \pm 0{,}2j$.

d) (0,5) Para o controlador PID projetado, qual o erro a uma rampa unitária de referência?



Obs: $K_v = \lim_{z\to1} \dfrac{(z-1)D(z)G(z)}{Tz}$

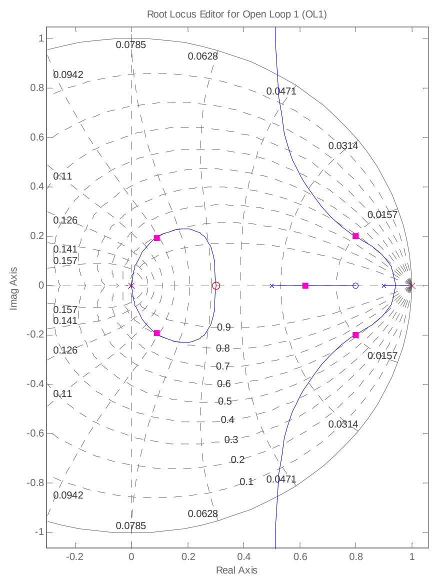
---

a) $K_p = \lim_{z\to1} \dfrac{0{,}1(z-0{,}8)}{z(z-0{,}9)(z-0{,}5)} = \dfrac{0{,}1*0{,}2}{1*0{,}1*0{,}5}$ $\boxed{K_p = 0{,}4}$

$\boxed{e_{ss} = \dfrac{1}{1+K_p} = \dfrac{1}{1+0{,}4}}$ $\boxed{e_{ss} = 0{,}7143}$

b) $LGR: 1+KG(z)=0;\ \left|K\dfrac{0{,}1(z-0{,}8)}{z(z-0{,}9)(z-0{,}5)}\right|_{0{,}282+0{,}641j} = 1$ $\boxed{K = 5{,}12}$

Soma dos pólos é constante = 1,4 ⟶ z_3 = 1,4-2*0,282 $\boxed{z_3 = 0{,}836}$



c) $LGR: \left\langle K\dfrac{0{,}1(z-0{,}8)}{z(z-1)z(z-0{,}9)(z-0{,}5)}\right|_{0{,}8+0{,}2j} = 136{,}67^{\circ}$ 0

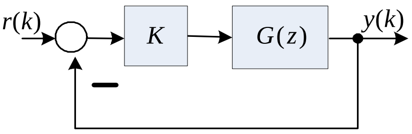
$2\phi_{av} = 180^{\circ} - 136{,}67^{\circ} = 43{,}33^{\circ}$ $\boxed{\phi_{av} = 21{,}66^{\circ}}$

$\tan\phi_{av} = \dfrac{0{,}2}{\Delta};\ \Delta = 0{,}5034$ $a = 0{,}8-\Delta$ $\boxed{a = 0{,}3}$

$\left|K\dfrac{0{,}1(z-0{,}8)(z-0{,}3)^2}{z(z-1)z(z-0{,}9)(z-0{,}5)}\right|_{0{,}8+0{,}2j} = 1 \longrightarrow$ $\boxed{K = 2{,}673}$

d) $K_v = \lim_{z\to1} \dfrac{(z-1)}{20z}\dfrac{2{,}673(z-0{,}3)^2}{z(z-1)}\dfrac{0{,}1(z-0{,}8)}{z(z-0{,}9)(z-0{,}5)} = \dfrac{2{,}673(0{,}7)^2}{20}\dfrac{0{,}1(0{,}2)}{(0{,}1)(0{,}5)} = 0{,}0262$ $\boxed{e_{ss} = 38{,}175}$

2ª **Questão**: (3,0) Considere a resposta em freqüência de um sistema $G(z)$ discreto de 3ª ordem que não tem pólos fora do círculo unitário.

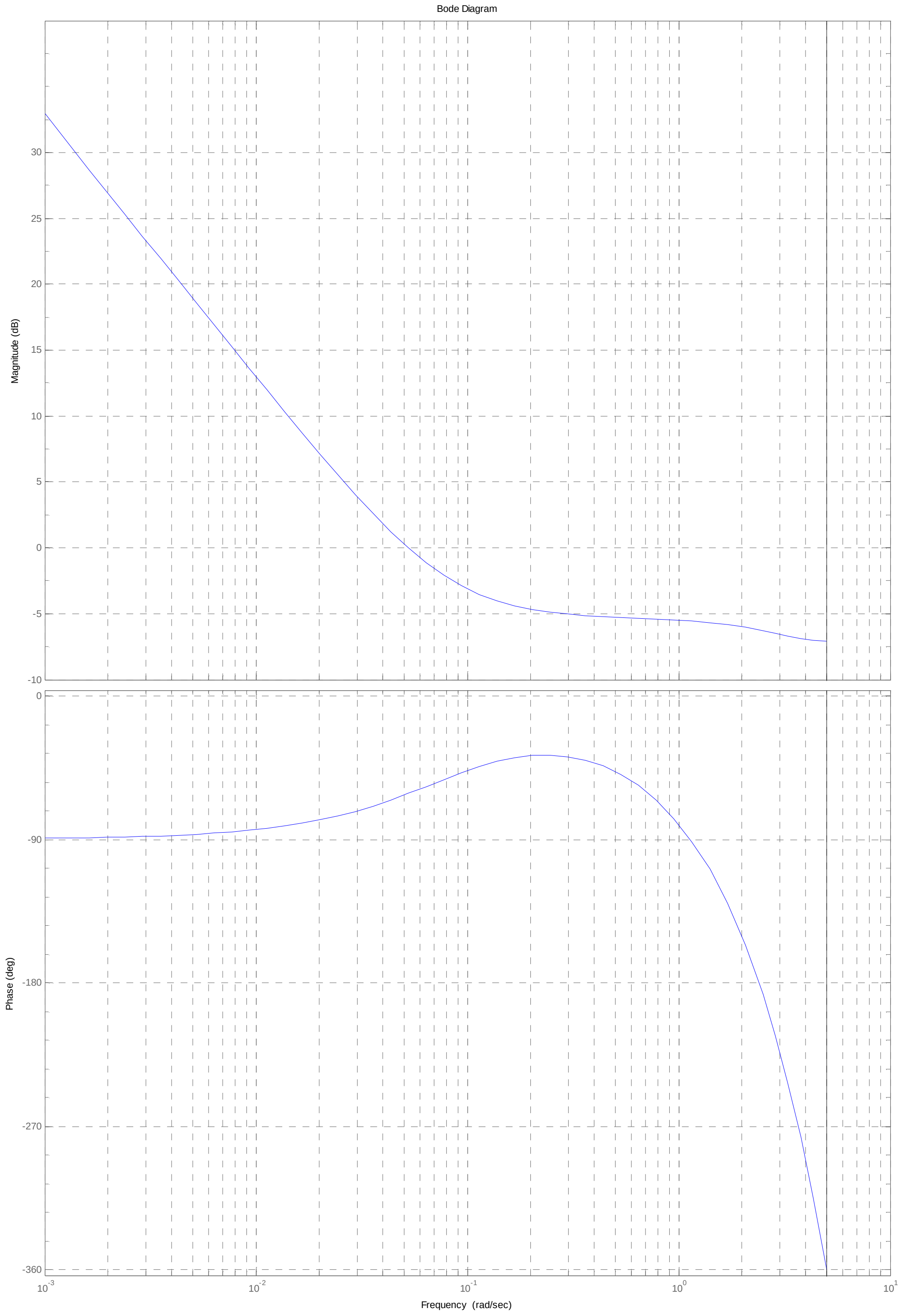


a) (0,5) Para realimentação unitária, qual a margem de ganho e qual a margem de fase correspondente?

b) (0,5) Nas condições do item a, qual o erro em regime permanente a uma rampa unitária de referência?

c) (1,0) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente. Em particular indique: $\omega \to 0^+$, $\omega \to \pi/T$, $\omega \to -\pi/T$, $\omega \to 0^-$.

d) (1,0) Qual a faixa de valores de ganho K em ($-\infty < K < \infty$) para os quais o sistema é estável?

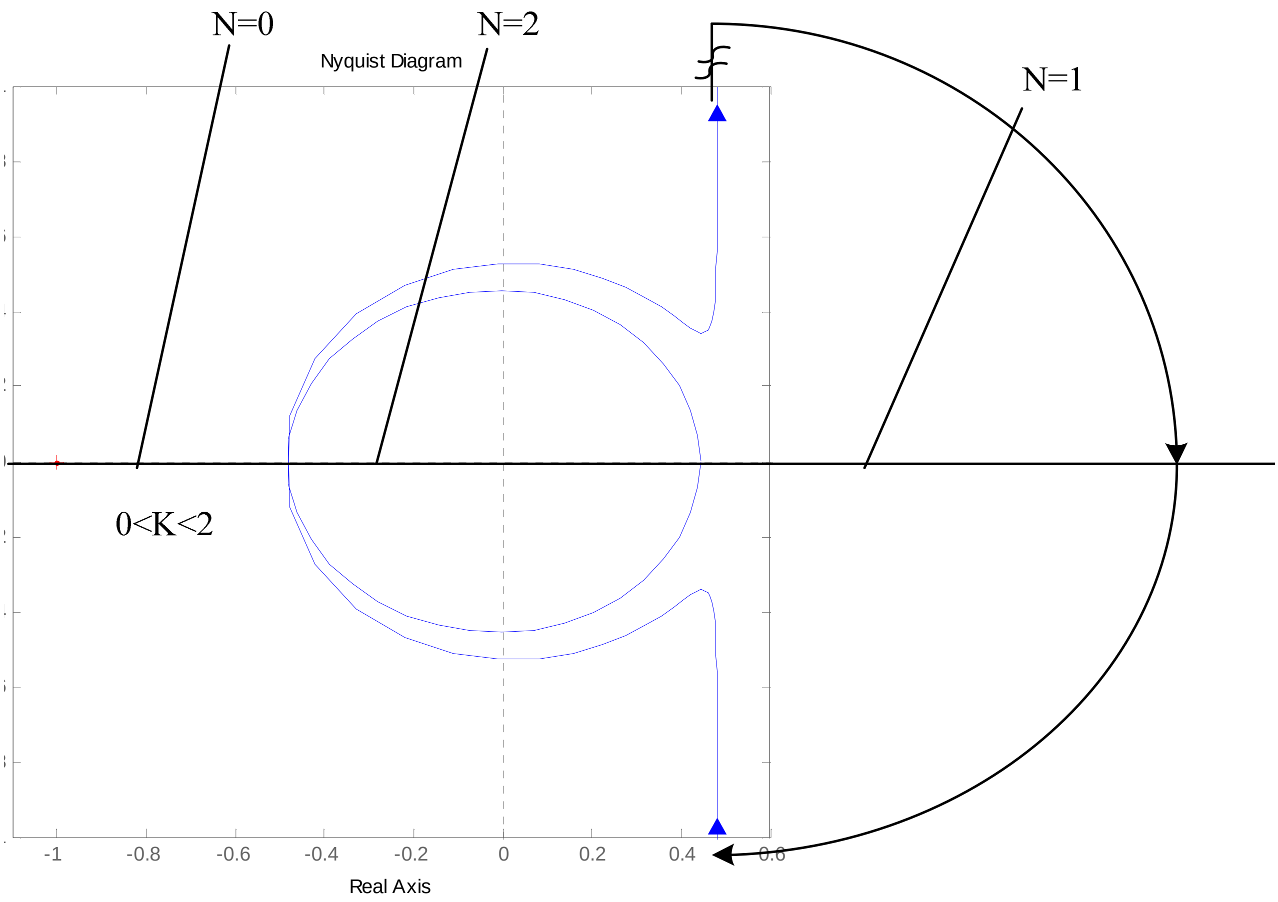


---
g=zpk(.95,[0 .1 1],.5,0.2*pi),figure(1),nyquist(g),figure(2),bode(g);grid;figure(3);rlocus(g)

a) Margem de Ganho = -6 dB; Margem de Fase = 120º.
b) Em 10^{-3}rad/seg têm-se 33dB →44,7; Kv=10^{-3}44,7=0,0447; Erro para a rampa unitária $\boxed{e_{ss} = 22,37}$
c) Diagrama de Nyquist

d) -180º de fase ocorre em 2,4 rad/s onde o ganho é de -6dB →0,5 absoluto.20
Estabilidade N=0; -∞ < -1/K < 1/-0,5 → $\boxed{0 < K < 2}$

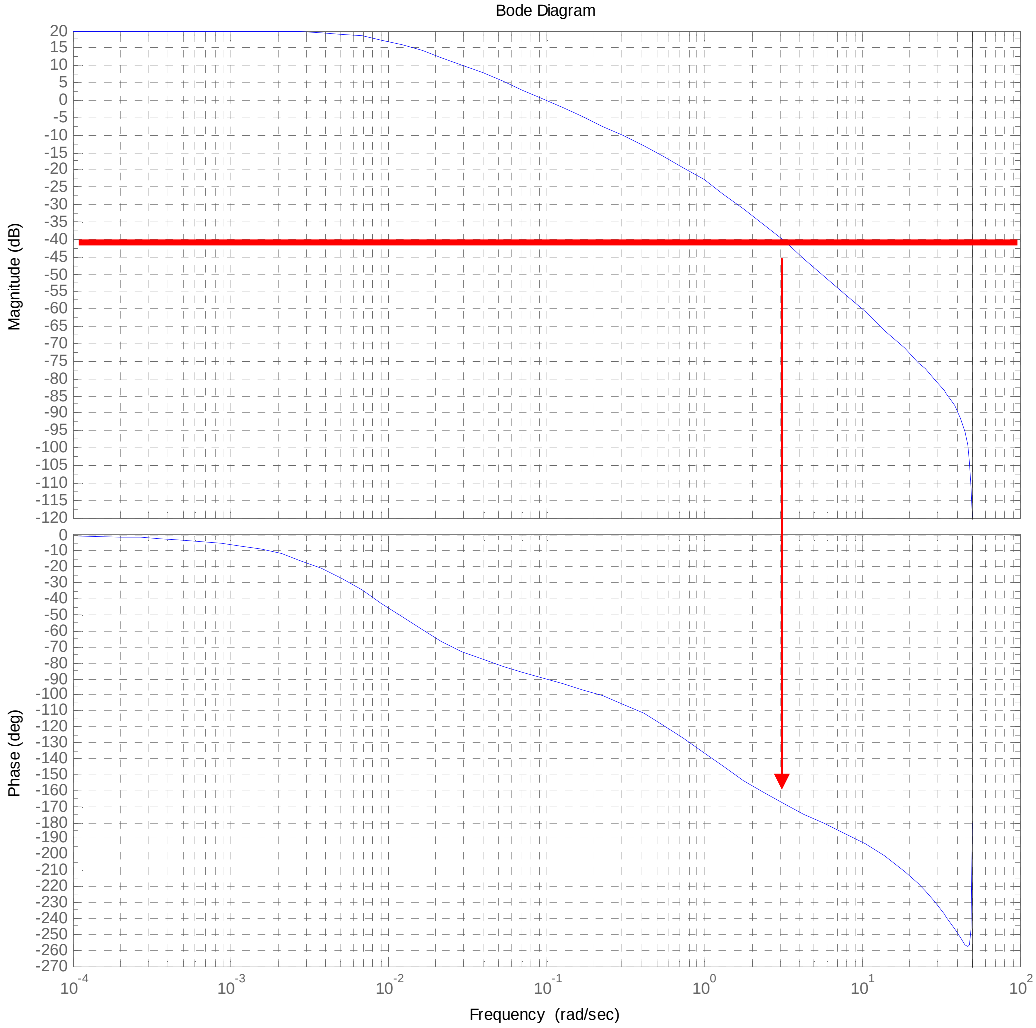
Diagrama de Nyquist



3ª Questão: (3,0) A caracterização de um nível de líquido de um processo industrial complexo através um diagrama de Bode discreto é mais simples do que a correspondente modelagem matemática. O objetivo aqui é melhorar a resposta transitória e de regime permanente com um único controlador em avanço, $D(z) = K\dfrac{z+a}{z+b}$, tal que:

- Erro a um degrau unitário $e_{ss} \leq 0{,}001$
- Margem de Fase do sistema compensado, MF $\geq 40°$

a) (0,5) Calcule o ganho do controlador necessário para satisfazer a especificação de regime permanente.
b) (0,5) Calcule o avanço de fase necessário para atingir a MF e acrescente 20º para compensar o deslocamento da freqüência de 0dB pelo compensador.
c) (0,5) Posicione a freqüência de avanço máximo do compensador, ω_m, no ponto em que a queda de ganho do sistema compensa o ganho em ω_m do compensador em avanço.
d) (1,5) Calcule os valores das freqüências de canto do compensador em avanço e apresente o compensador completo: $D(z) = K\dfrac{z+a}{z+b}$. Obs.: Fator de avanço para sistemas contínuos: $\dfrac{1}{\alpha} = \dfrac{1+sen\phi_m}{1-sen\phi_m}$



Módulo	Fase Graus	Freq. rad/s
1,00E1	-5,79E-1	1,00E-4
9,95E0	-5,77E0	1,00E-3
8,93E0	-2,71E1	5,04E-3
7,07E0	-4,56E1	1,00E-2
9,90E-1	-9,02E1	1,00E-1
7,07E-2	-1,36E2	1,00E0
4,52E-2	-1,45E2	1,33E0
2,74E-2	-1,54E2	1,78E0
1,61E-2	-1,61E2	2,39E0
9,27E-3	-1,68E2	3,21E0
5,25E-3	-1,75E2	4,30E0
2,95E-3	-1,80E2	5,77E0
1,64E-3	-1,86E2	7,73E0
9,78E-4	-1,92E2	1,00E1
9,09E-4	-1,93E2	1,04E1
4,99E-4	-2,01E2	1,39E1
2,69E-4	-2,10E2	1,86E1
6,79E-5	-2,37E2	3,30E1
6,16E-5	-2,39E2	3,40E1
4,03E-5	-2,47E2	3,84E1
1,04E-6	-1,80E2	5,00E1

g=zpk([],[-0.01 -1],0.1);gd=c2d(g,0.02*pi);

a) $e_{ss}=1/(1+K_p) \leq 0{,}001$ $K_p \geq 999$= 60dB; O sistema já tem 20 dB → K = 100 (40dB) (Projeto: -40dB é o novo 0dB)
b) MF (com ajuste de ganho) = 12º→ 40º+20º -12º = 48º
c) (1+sin(48*pi/180))/(1-sin(48*pi/180)) = 6,78; Ganho na freqüência central: $\sqrt{6{,}78}$ = 2,6 = 8,31 dB.
-8,31 dB em dB→ ω_m =5rad/s. $\omega_2 = \sqrt{\omega_m^2/\alpha} = 13{,}2 rad/s$ e assim temos $\omega_1 = \sqrt{\omega_m^2\alpha} = 1{,}92 rad/s$
d) Do gráfico, $T_a = 0{,}02*\pi$ *seg*. $z_1 = e^{-1{,}92*0{,}02*\pi} = 0{,}8864$; $z_2 = 0{,}4413 \to D(z) = K'\dfrac{z-0{,}8864}{z-0{,}4413}$

Para que o ganho ajustado no item (a) não seja alterado $K' = \dfrac{1-0{,}4524}{1-0{,}8864} = 4{,}9181 \to \boxed{D(z) = 491{,}81\dfrac{z-0{,}8864}{z-0{,}4413}}$