



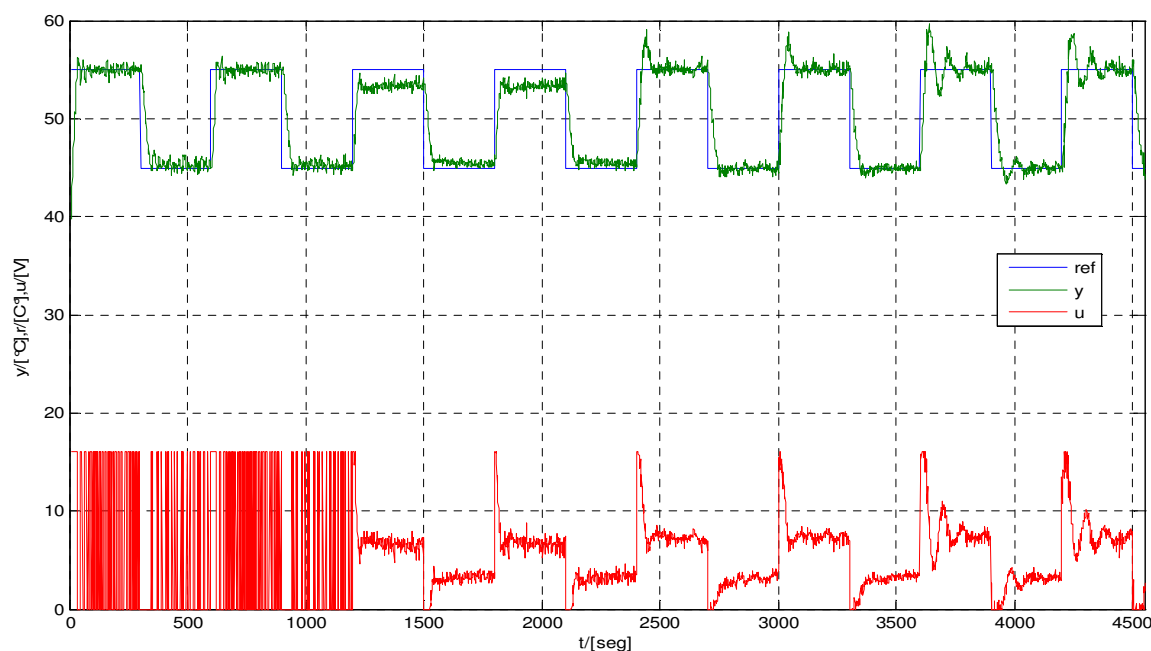
Nome: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

## 2ª PROVA

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$s$	$k$	$z$
$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s+a}$	$e^{-akT}$	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$

**1ª Questão:** (2pts) Considere a seguinte resposta obtida com o processo térmico utilizado no laboratório de controle digital. Quatro controladores diferentes foram utilizados em seqüência: Liga-Desliga, P, PI e PID. Assumindo temperatura ambiente constante, se o ponto de operação fosse alterado para 95°C, que alterações seriam esperadas para as respostas dos controladores?



- **Liga Desliga** – mantém a referência, períodos de chaveamento maiores.
- **P** – maior erro em regime permanente que o observado em torno de 50°C.
- **PI** – saturação acentuada na transição ascendente causando Wind-up pronunciado (sobre-sinal prolongado)
- **PID** – saturação acentuada na transição ascendente causando Wind-up pronunciado (sobre-sinal prolongado)

2ª Questão: (4pts) Considere o processo térmico utilizado em CDig, com taxa de amostragem  $T = 3 \text{ seg}$ .

Especificação para a dinâmica dominante em malha fechada:

- Erro nulo para entrada degrau,
- Sobrepasso  $\leq 25\% \rightarrow \zeta \geq 0,4$ ,
- Tempo de acomodação (1%)  $t_s = 4,6/\sigma \leq 37 \text{ seg}$ ,
- Tempo de subida  $t_r$  (10-90%)  $= 1,8/\omega_n \leq 9 \text{ seg}$ .

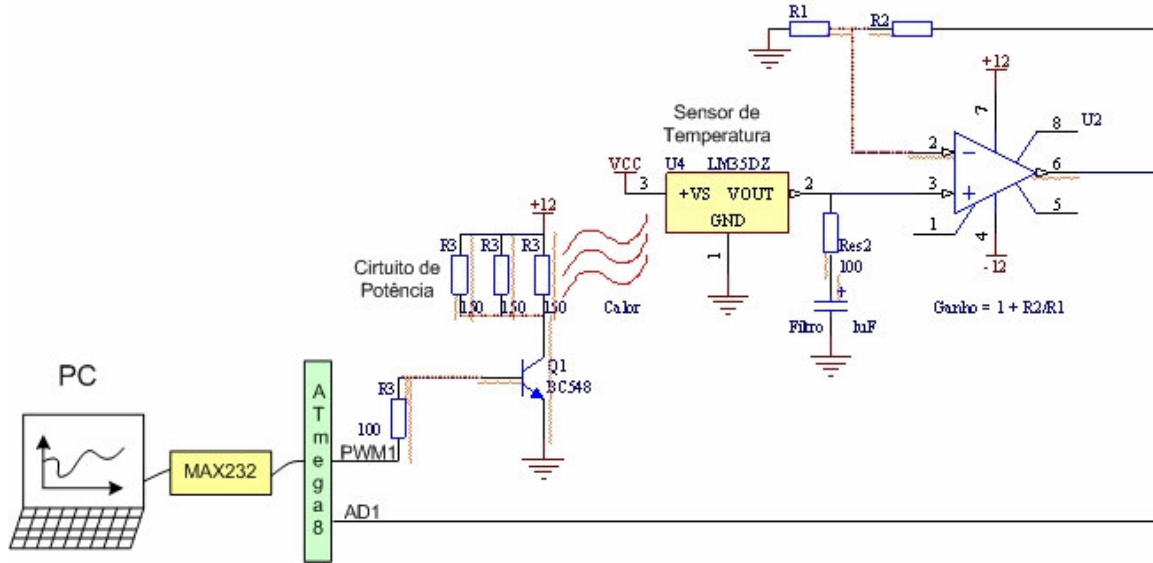


Fig. 2.1 - Processo térmico didático CDig/UnB.

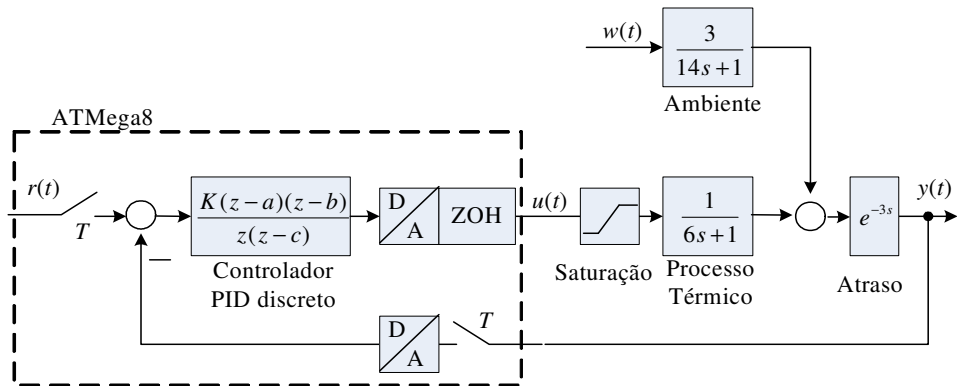


Fig. 2.2 - Modelo de pequenos sinais, em torno de 45°C.

- (2,0) Utilizando o LGR, projete um controlador PID discreto realizável (valores de  $K, a, b$  e  $c$ ) por cancelamento da dinâmica lenta do processo.
- (1,0) Com  $a = b$  (zero duplo), projete um controlador PID discreto realizável (valores de  $K, a, b$  e  $c$ ).
- (1,0) Qual dos dois projetos seria mais adequado à implementação física? Qual dos dois projetos atenderia melhor as especificações de projeto? Justifique.

---

a)  $gd = \frac{0,3935}{z^2 - 0,6065z}$

Erro nulo para entrada degrau  $\rightarrow$  pólo em  $z = 1, c = -1$ . Sobrepasso  $\leq 25\% \rightarrow \zeta \geq 0,4$ ,

Tempo de acomodação (1%)  $t_s = 4,6/\sigma \leq 37 \text{ seg} \rightarrow \sigma \geq \frac{4,6}{37} = 0,1243 \quad \zeta \omega_n \geq 0,1243 \rightarrow \omega_n \geq 0,3108$

Tempo de subida  $t_r$  (10-90%)  $= 1,8/\omega_n \leq 9 \text{ seg} \rightarrow \omega_n \geq 0,2$

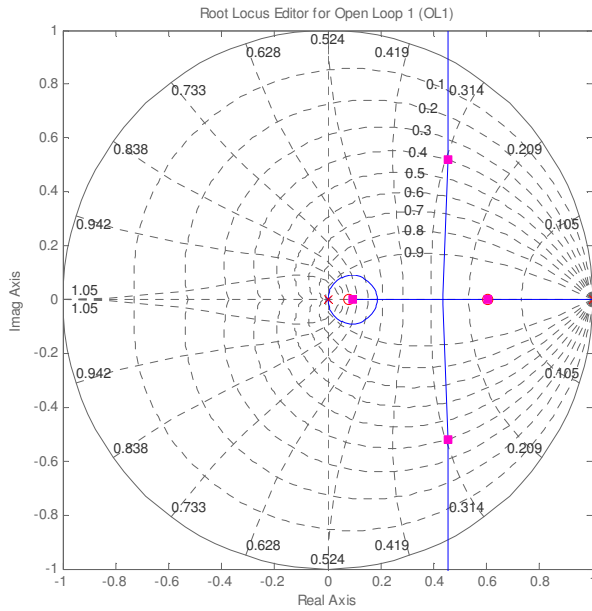
Posição desejada dos pólos em malha fechada:

$\rightarrow \omega_n = 0,3108 \text{ e } \zeta = 0,4 \Rightarrow s = -0,1243 \pm 0,2849i; \quad z = e^{sT} = 0,4521 \pm 0,5196i$

$$\left\langle \frac{1}{z^2(z-1)} \right\rangle_{z=0,4521 \pm 0,5196i} = 125,54^\circ \rightarrow \psi_{av} = 54,46^\circ$$

$$\Delta x = \frac{0,5196}{\tan(54,56^\circ)} = 0,37 \rightarrow b = 0,0809$$

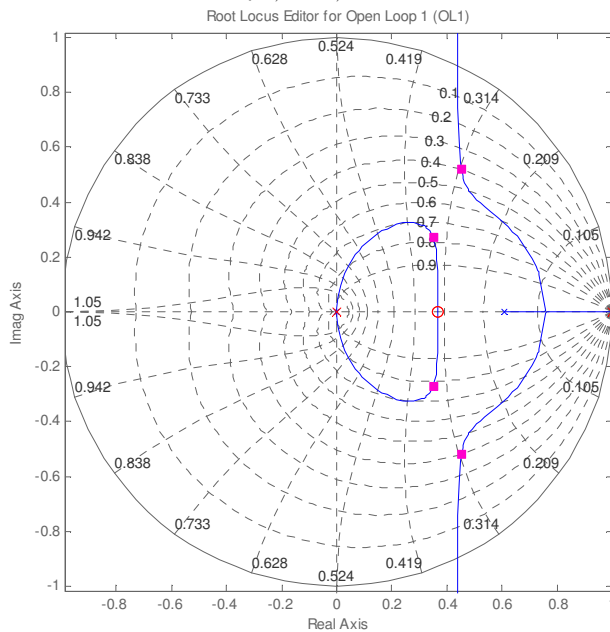
$$\left| K \frac{0,3935(z-0,0809)}{z^2(z-1)} \right|_{z=0,4521 \pm 0,5196i} = 1 \quad K = 1,4254 \rightarrow D(z) = \frac{1,4254(z-0,0809)(z-0,6065)}{z(z-1)}$$



$$b) \left\langle \frac{1}{z^2(z-1)(z-0,6065)} \right\rangle_{z=0,4521 \pm 0,5196i} = 18,98^\circ \rightarrow \psi_{av} = 161^\circ \rightarrow \frac{\psi_{av}}{2} = 80,5^\circ$$

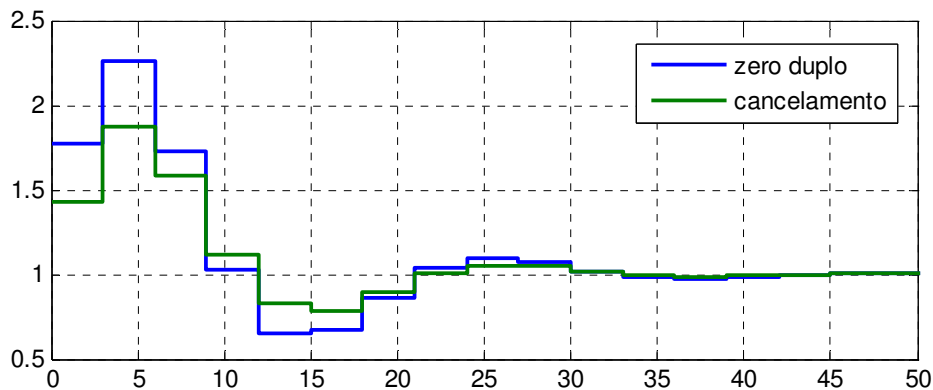
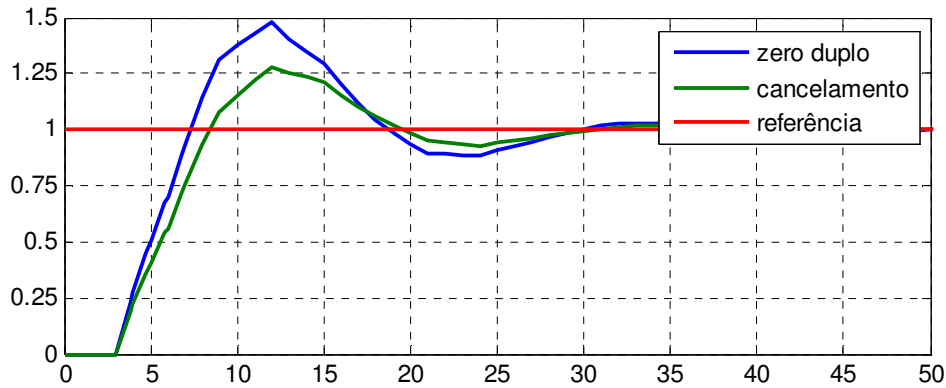
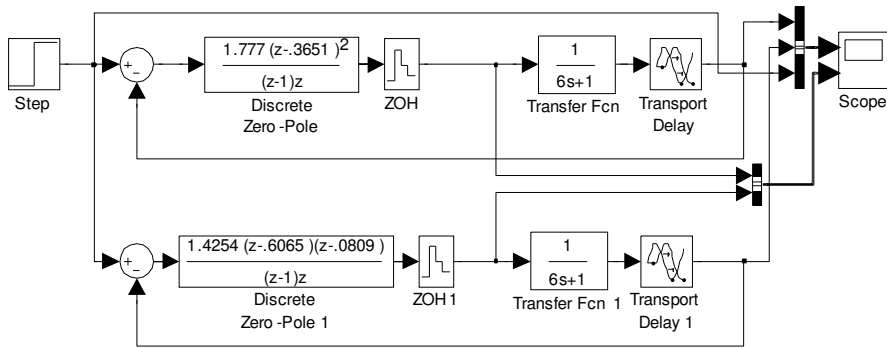
$$\Delta x = \frac{0,5196}{\tan(80,5^\circ)} = 0,087 \rightarrow a = b = 0,3651$$

$$K \left| \frac{0,3935(z-0,3651)^2}{z^2(z-1)(z-0,6065)} \right|_{z=0,4521 \pm 0,5196i} = 1 \quad K = 1,777 \rightarrow D(z) = \frac{1,777(z-0,3651)^2}{z(z-1)}$$



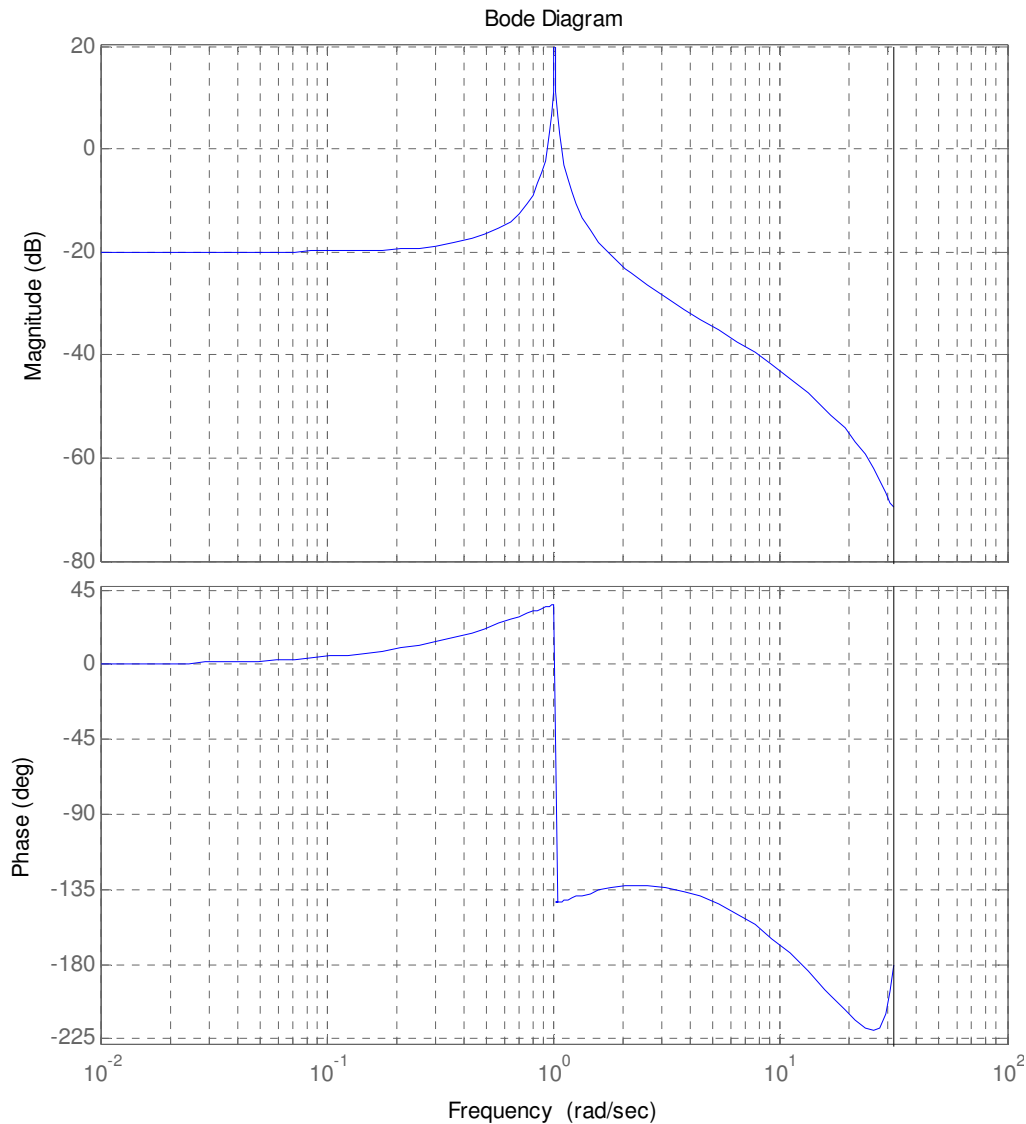
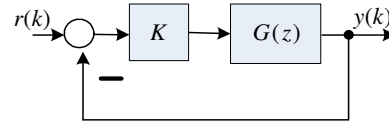
c) O projeto a) é mais apropriado à implementação física, pois tem o menor ganho  $\rightarrow$  atua mais longe da saturação. O projeto a) também deve atender melhor às especificações uma vez que a dinâmica dominante é de segunda ordem. Em b) há quatro pólos dominantes e assim as equações de projeto (sobre-passo, tempo de acomodação etc.) são menos plausíveis.

Esta análise prévia pode ser confirmada pela simulação a seguir (obviamente não necessária para a prova). Observa-se que o tempo de subida e de acomodação são satisfeitos pelos dois projetos, no entanto o zero duplo não satisfaz o sobre-sinal de 25%:



**3ª Questão:** Considere a resposta em frequência de um sistema  $G(z)$  discreto de 3ª ordem marginalmente estável em malha aberta.

- a) (1,0) Projete um controlador proporcional (ganho  $K$ ), para que se tenha a maior margem de fase possível. Qual a margem de ganho para este ponto de operação?
- b) (1,0) Na condição anterior, qual o erro em regime permanente a degrau de referência unitário?
- c) (1,5) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente.
- d) (0,5) Qual a faixa de valores de ganho  $K$  em  $(-\infty < K < \infty)$  para os quais o sistema é estável?



---

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{s+1}{(s+10)(s^2+1)} \xrightarrow{T=0,1\text{seg}} G(z) =$$

a)  $MG = 46,3\text{dB}$ ,  $MF = 37,8^\circ$   $K=17,8$  (25dB)  $\rightarrow MF = 47^\circ$  com  $MG=21,3\text{dB}$

b)  $K_p = 1,78$  (5dB)  $\rightarrow e_{ss} = 1/(1+K_p) = 0,36$

c) Diagrama de Nyquist

d) Estabilidade  $0 < K < 11,6$  (21,3dB)

