



Nome: _____ Matrícula: _____

GABARITO - 2ª PROVA

1ª Questão: Considere o modelo a parâmetros concentrados de um processo térmico utilizado em CDig. A resposta a um sinal PRBS do processo real e do processo simulado são mostradas na figura 2.

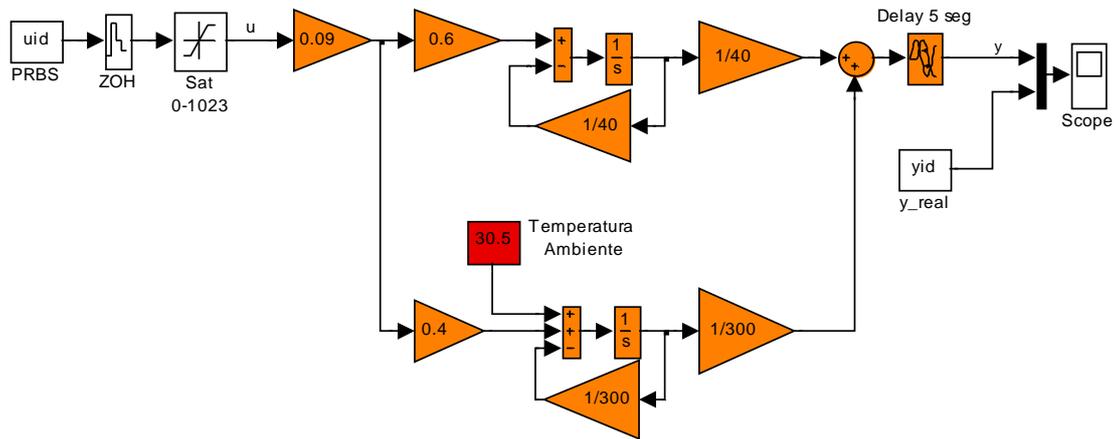


Fig. 1 – Modelo identificado do processo térmico a parâmetros concentrados.

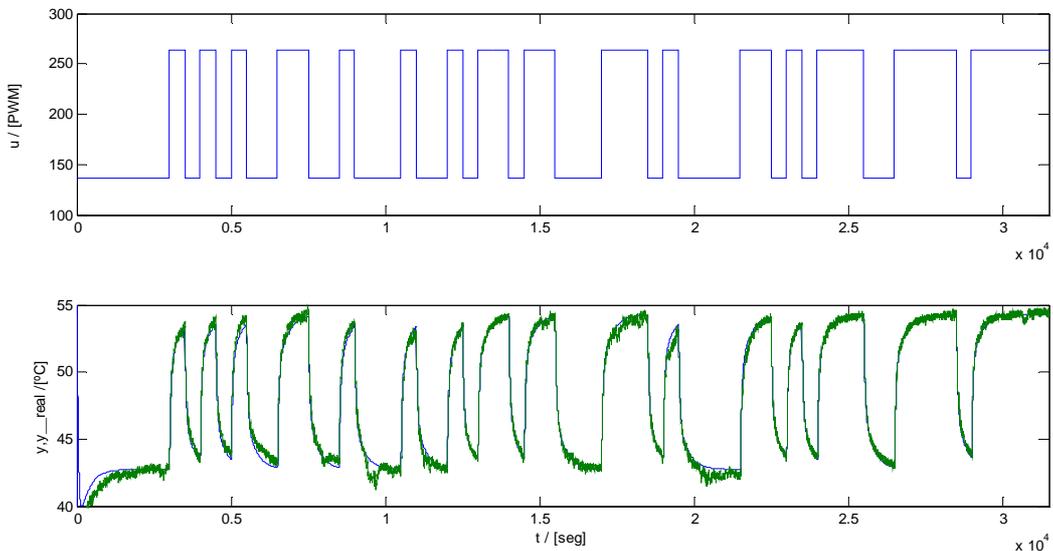


Fig. 2 – Sinal de entrada (PWM) e respostas do processo térmico real e simulado.

O objetivo principal desta questão é projetar um controlador PID discreto, $T_a = 5 \text{ seg}$, $D(z) = \frac{K(z-a)(z-b)}{z(z-1)}$.

Especificação de malha fechada (considere, para fins de projeto, a dinâmica dominante de 2ª ordem, sem zeros):

- tempo de subida $t_r \leq 30 \text{ seg}$ (10% - 90%, $\omega_n \geq 1.8/t_r$)
- sobressaço $\leq 9,5\%$ ($\zeta \geq 0,6$)
- tempo de acomodação $t_s \leq 200$ (1%, $\sigma \geq 4.6/t_s$)
- erro nulo a um degrau de referência

- a) (1,0) Utilizando o princípio da superposição obtenha a representação discreta “pole-zero matching” do processo $G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)}$. Considere que o tempo de cálculo da lei de controle não é desprezível.
- b) (1,0) Mostre, através de esboços do LGR, que o cancelamento de um ou outro pólo do processo não permite posicionar os pólos dominantes de malha fechada satisfazendo as especificações de projeto.
- c) (2,0) Projete um controlador PID discreto para atender as especificações de projeto. Justifique as escolhas.
- d) (0,5) O atuador utilizado nos experimentos de CDig só permite aquecer o processo. Esta condição caracteriza este processo como não linear? Por quê?
- e) (0,5) Por que utilizar um sinal PRBS na identificação do modelo? A resposta no domínio da frequência (Bode) não seria uma opção mais prática? Comente.
- f) (0,5) As condições do ambiente (temperatura, correnteza de ar, incidência de radiação solar) afetam o modelo identificado? Se, então como e por quê?
- g) (0,5) O fluxo de calor, por condução ou convecção, depende da diferença de temperatura entre dois pontos $q = h(T_A - T_B)$. Por que, no modelo simulado, não aparecem diferenças de temperaturas?

a) $G'(s) = 0,6 \frac{1/40s}{1+1/40s} + 0,4 \frac{1/300s}{1+1/300s} = \frac{196s+1}{(40s+1)(300s+1)}$, com ganho DC = 1

Mapeando pólos e zeros por $z = e^{sT}$ temos

$$G''(z) = \frac{(z - e^{-5/196})}{(z - e^{-5/40})(z - e^{-5/300})}$$

cujo ganho DC é

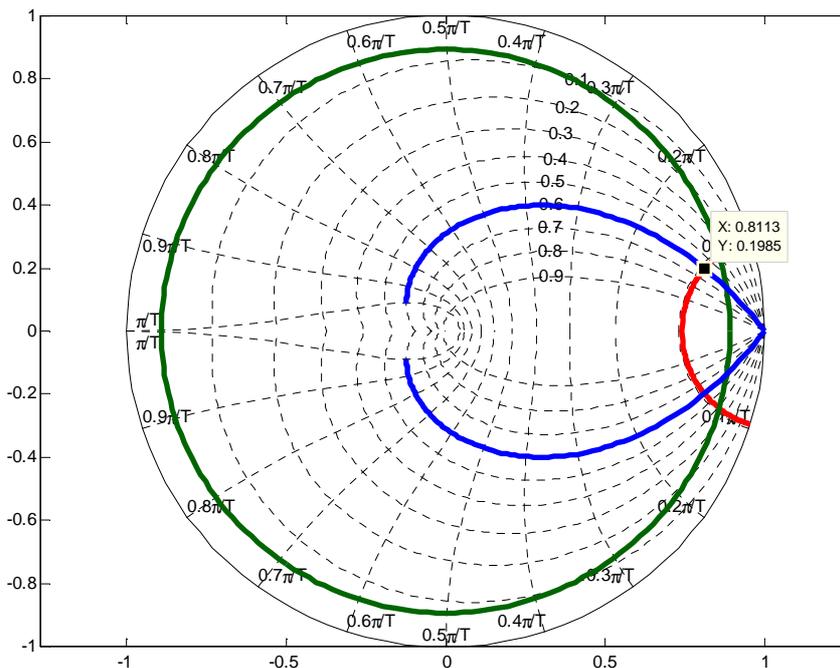
$$\lim_{z \rightarrow 1} G''(z) = \frac{(1 - e^{-5/196})}{(1 - e^{-5/40})(1 - e^{-5/300})} = 12,9689$$

Considerando o ajuste de ganho, o ganho e o atraso do processo temos o equivalente “pole-zero matching”

$$G(z) = \frac{0,00694(z - 0,9748)}{z(z - 0,8825)(z - 0,9835)}$$

Obs: Curiosidade - neste caso particular o método ‘ZOH’ e ‘matched’ fornecem o mesmo resultado.

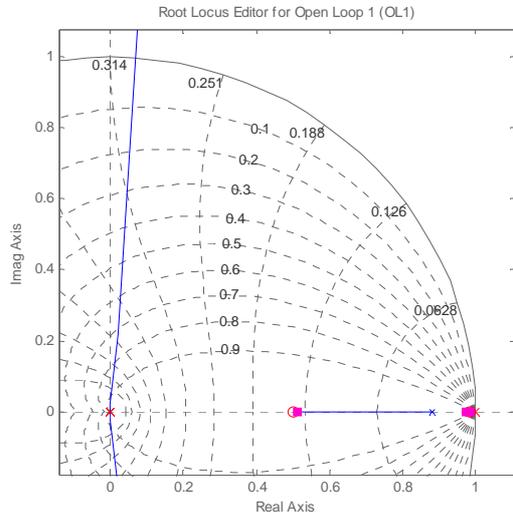
- b) A posição dos pólos dominantes que satisfaz todas as especificações de projeto é: $z = 0,8113 \pm j0,1985$



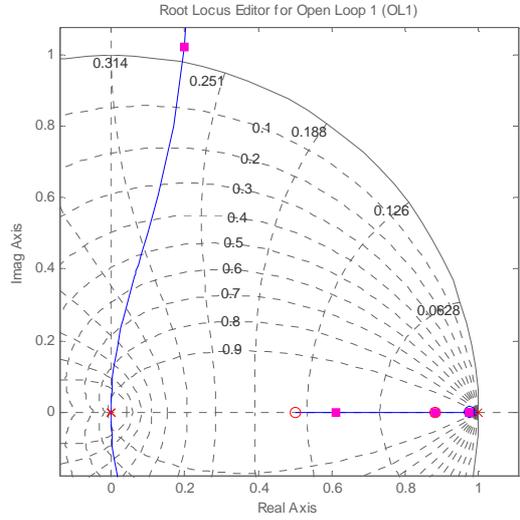
Cancelando-se um dos pólos não é mais possível atender as especificações de projeto. Conclusão: é necessário utilizar os dois zeros do compensador PID para trazer os pólos dos processo bastante para a esquerda!!

Exemplos de LGR em que não é possível posicionar pólos em $z = 0,8113 \pm j0,1985$

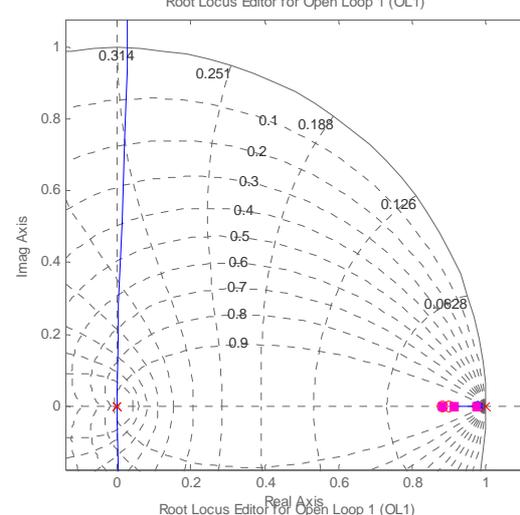
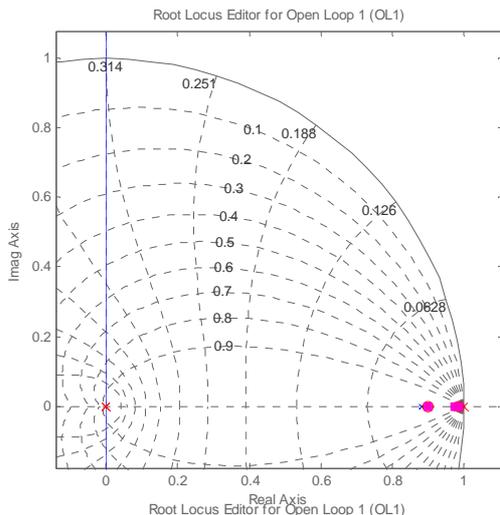
Cancelamento do pólo lento



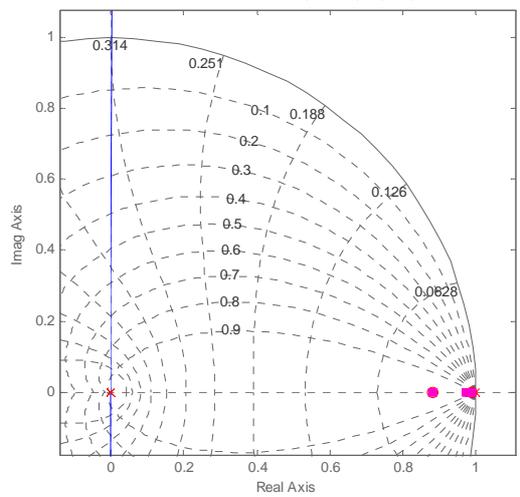
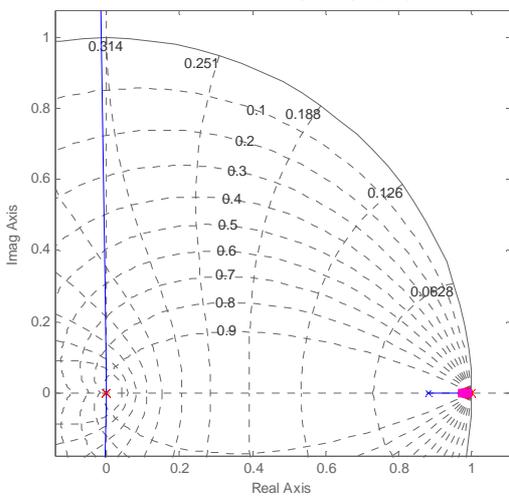
Cancelamento do pólo rápido



2º Zero em 0,5



2º Zero em 0,9



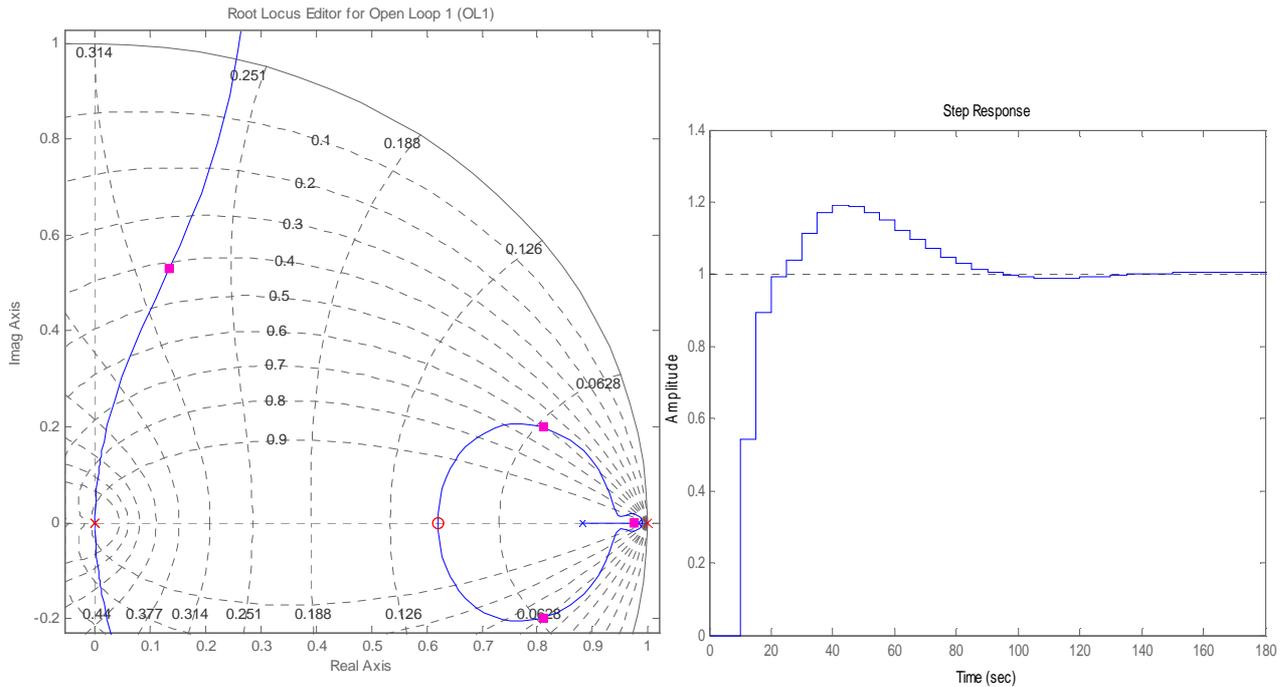
2º Zero em 0,99

c) Projetando-se um compensador PID com zero duplo, deve-se calcular inicialmente o avanço de fase necessário.

$$D(z) = \frac{K(z-a)^2}{z(z-1)}$$

$$D'(z)G(z) \Rightarrow \text{angle} \left(\frac{(z-0,9748)}{z^2(z-1)(z-0,8825)(z-0,9835)} \right) \Bigg|_{z=0,8113+0,1985j} = 87,75^\circ \rightarrow \frac{\phi_{av}}{2} = 46,12^\circ \quad a=0,62$$

$$K \cdot \text{abs} \left(\frac{(z-0,62)^2}{z(z-1)} \frac{0,00694(z-0,9748)}{z(z-0,8825)(z-0,9835)} \right) \Bigg|_{z=0,8113+0,1985j} = 1 \rightarrow K = 78 \quad \boxed{D(z) = \frac{78(z-0,62)^2}{z(z-1)}}$$



d) Como o ponto de operação está acima da temperatura ambiente, o processo é linear em pequenos sinais.

e) O sinal PRBS (Pseudo-Random Binary Signal) visa excitar o processo em “todas” as frequências para que nenhum dos autovalores do processo seja favorecido na identificação.

Para o processo térmico, que é muito lento, a resposta em frequência consumiria um tempo muito grande (mas é viável) ao final do qual, no entanto, não se teria um modelo paramétrico.

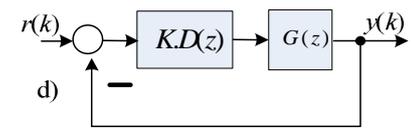
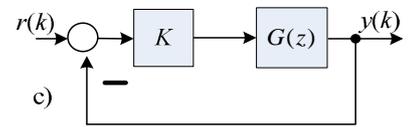
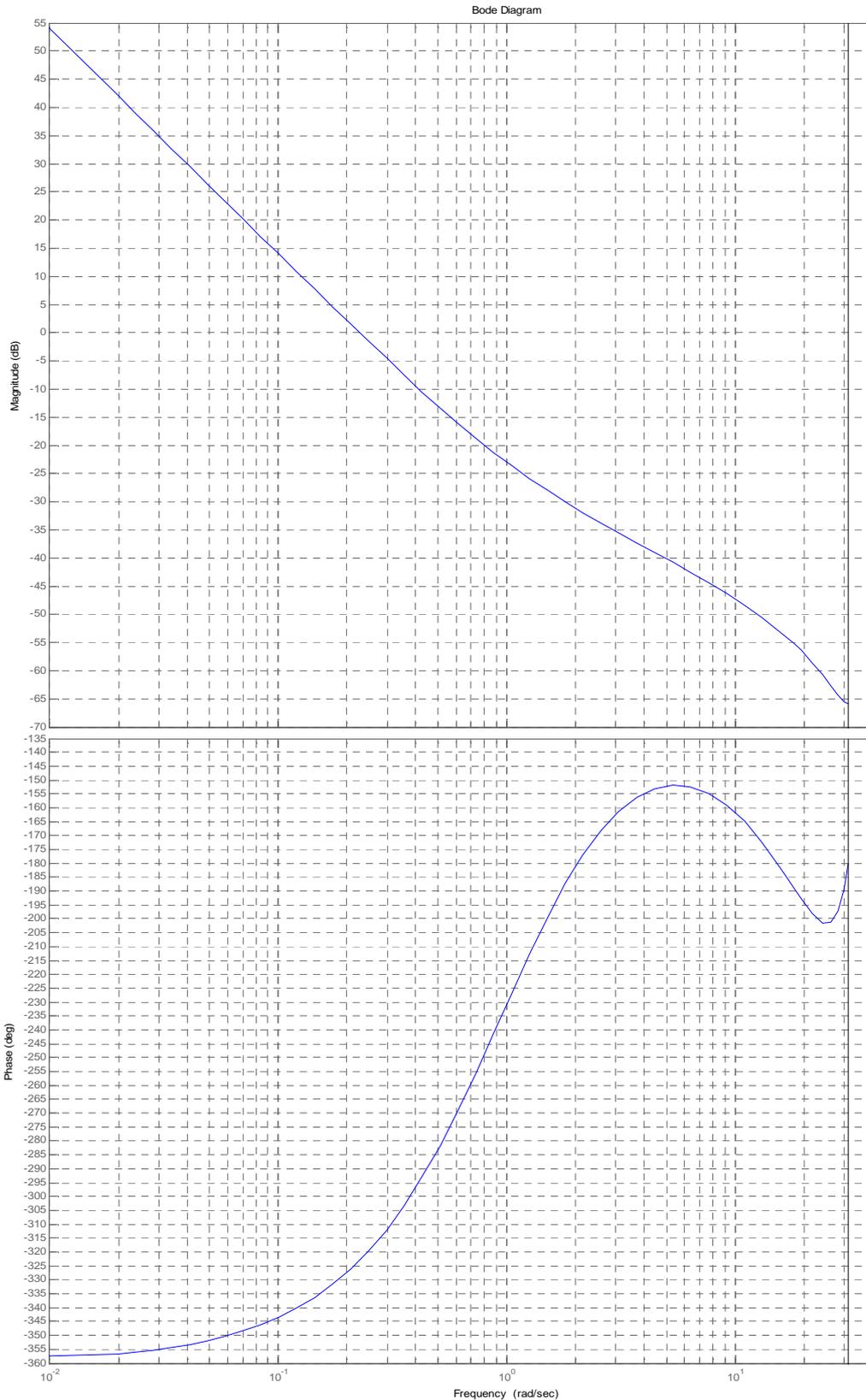
f) Todas as variáveis mencionadas afetam a identificação e poderiam, eventualmente, ser agrupadas em um modelo de perturbação. O algoritmo de identificação, no entanto, minimiza um funcional e não “sabe” se as variações dos sinais são causadas por u ou por uma perturbação não mensurada.

g) Uma mesma função de transferência pode ser realizada em diferentes topologias. Um modelo que utiliza as equações fundamentais (fluxo de calor neste caso) é denominado um modelo baseado em princípios fundamentais. A grande vantagem destes modelos é que as variáveis físicas medidas no processo aparecem de forma explícita no modelo.

2ª Questão: Considere o diagrama de bode de um sistema discreto, $G(z)$, que tem um pólo fora do círculo unitário.

- a) (1,0) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente. Em particular indique: $\omega \rightarrow [0^+, \pi/T, -\pi/T, 0]$.
- b) (1,0) Qual a faixa de valores de ganho K em $(-\infty < K < \infty)$ para os quais o sistema é estável?
- c) (0,5) Para qual valor de ganho K obtêm-se a resposta em malha fechada, $y(k)$, com menor oscilação?
- d) (1,5) Com K obtido no item c, acrescentando-se ao sistema o compensador $D(z) = \frac{2(z-0,7)}{(z-0,4)}$, qual a

Margem de Fase e qual a Margem de Ganho resultante? Em que frequências são medidas estas margens?

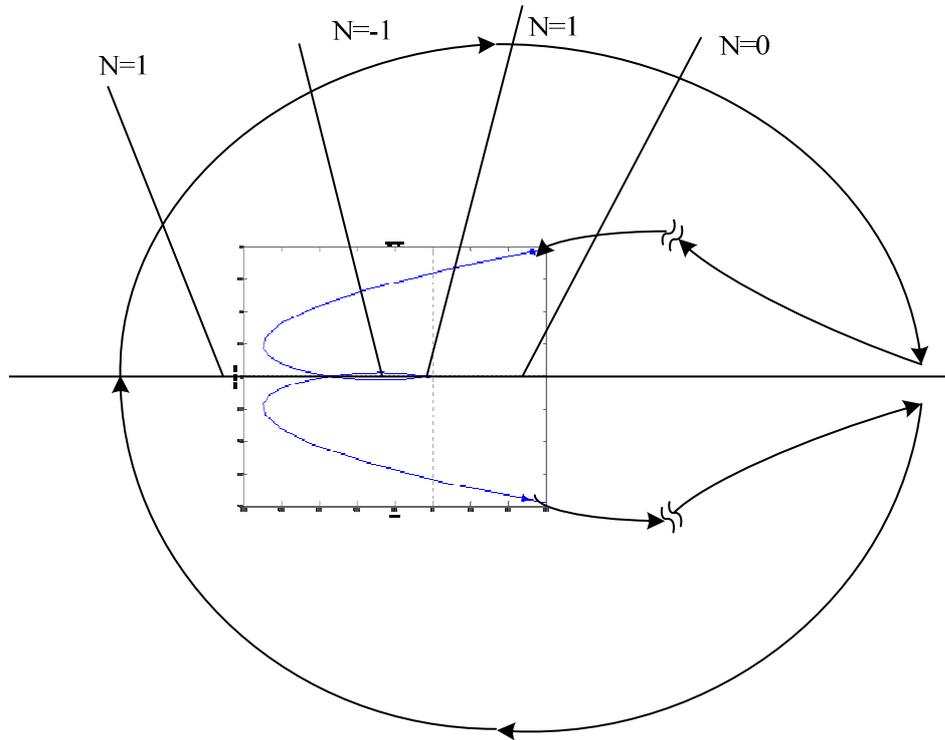


```

---
g=zpk([-1 -1],[0 0 1 -20],1);gd=c2d(g,0.1);figure(1);rlocus(gd);figure(2);nyquist(gd);figure(3);bode(gd)

```

a) Diagrama de Nyquist



b) Estável entre -31,3 dB até -53 dB (36 até 446,7)

c) $K = 100$ (40 dB) em $\omega = 5,32$ rad/seg

Obs: neste ponto o processo apresenta -40dB. Portanto o ganho deve ser de +40dB!

d) `margin(100*gd*d);`

Taxa de amostragem 0,1 seg.

Ganho em DC = 1 (não altera baixas frequências).

As frequências de canto do compensador em avanço são: 3,567 e 9,164 rad/seg.

A frequência central do compensador é $\sqrt{3,567 * 9,169} = 5,7$ rad/seg

Para alguns valores de z em torno de $\exp(0,1 * 5,7)$ calcula-se módulo e fase de

$$D(z) = \frac{2(z - 0,7)}{(z - 0,4)}$$

Visando localizar-se a nova margem de ganho e margem de fase.

MG=8,29 dB em 18,5 rad/seg MF = 45° em 8,5 rad/seg.