Nome:____Matrícula:________________

RESOLUÇÃO - 3ª PROVA

$$G(z) = (1 - z^{-1})\mathrm{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$\frac{\omega}{s^2+\omega^2} \leftrightarrow sen\omega t \to sen\omega kT \leftrightarrow \frac{z sen\omega T}{z^2 - 2z\cos\omega T + 1}$$

s	k	z
$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$

1ª Questão: (5 pts) Considere o seguinte sistema discreto

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0{,}8 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u \\ y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) \end{cases}$$

a) (1,0) Projete um observador de estados preditos com pólos em $z_{1,2} = 0{,}1$

b) (2,0) Projete um controlador no espaço de estados discreto com canal integral ($K_a = \begin{bmatrix} k_I & k_1 & k_2 \end{bmatrix}$) de tal forma que os autovalores estejam em $z_{1,2} = 0{,}2;\ 0{,}2 \pm 0{,}2i$

c) (0,5) Calcule $\overline{N}$ (canal proporcional do PI) de tal forma que o sistema completo seja de 2ª ordem.

d) (0,5) Apresente o fluxografo do sistema completo (processo, observador e controlador c/ canal integral).

e) (1,0) Em que situações é melhor utilizar o canal integral e em que situações há vantagens em se utilizar o observador de perturbações para compensar perturbações constantes por partes?

Obs:

Equação de erro de observação predito: $\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = [\mathbf{\Phi} - \mathbf{L}_p\mathbf{H}]\tilde{\mathbf{x}}(k)$

Equação característica do sistema aumentado: $|z\mathbf{I} - \mathbf{\Phi}_a + \mathbf{\Gamma}_a\mathbf{K}_a|$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \Phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

---

a) Dinâmica do observador: $|z\mathbf{I} - \mathbf{\Phi} + \mathbf{L}_p\mathbf{H}| = z^2 - 0{,}2z + 0{,}01$

$$\mathbf{L}_p\mathbf{H} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & 2l_1 \\ l_2 & 2l_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} z + l_1 & -1 + 2l_1 \\ -1 + l_2 & z - 0{,}8 + 2l_2 \end{vmatrix} = z^2 + z(l_1 + 2l_2 - 0{,}8) + 1{,}2l_1 + l_2 - 1 \qquad \boxed{\Rightarrow \mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} 1{,}0143 \\ -0{,}2071 \end{bmatrix}}$$

b) Integração do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + y(k) - r(k)$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0{,}8 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)$$

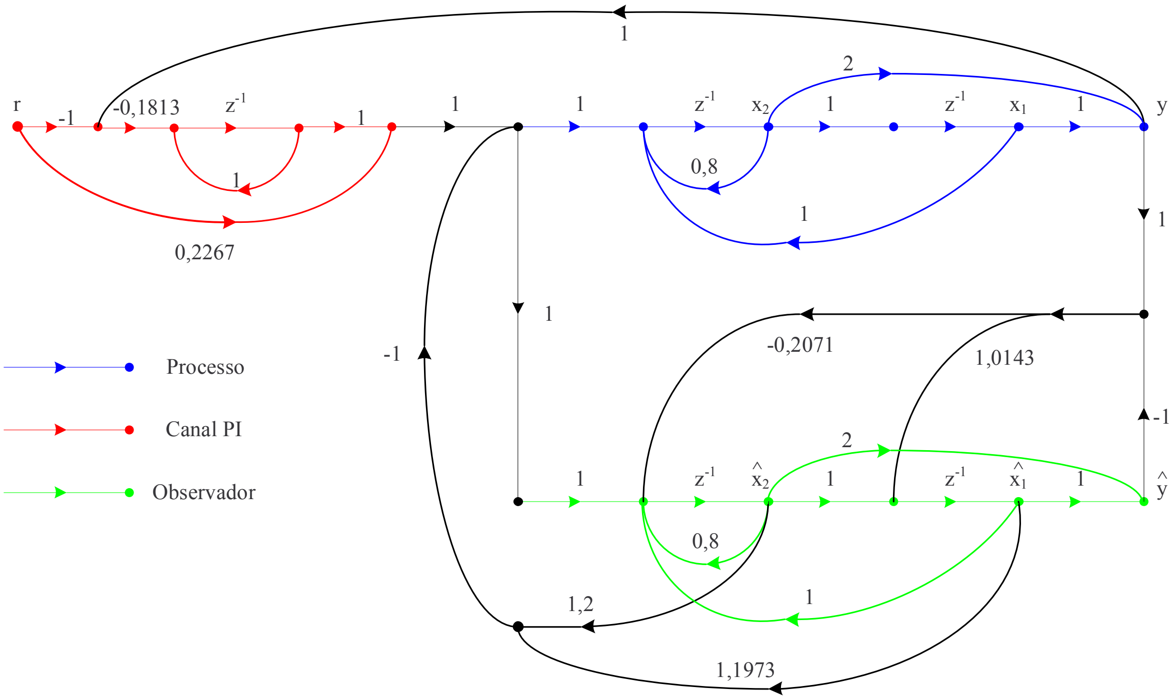
$$\left|z\mathbf{I}-\phi+\Gamma K\right|=\begin{bmatrix} z-1 & -1 & -2 \\ 0 & z & -1 \\ k_I & k_1-1 & z-0{,}8+k_2 \end{bmatrix}=z^3+z^2(k_2-1{,}8)+z(2k_I+k_1-k_2-1)+k_I-k_1+1$$

$$\tilde{a}(z)=(z-0{,}2)(z-0{,}2+0{,}2i)(z-0{,}2-0{,}2i)=z^3-0{,}6z^2+0{,}16z-0{,}016$$

$$\boxed{K=\begin{bmatrix}k_I & k_1 & k_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0{,}1813 & 1{,}1973 & 1{,}2\end{bmatrix}}$$

c) Cancelamento de um pólo de MF: Apenas um dos pólos do par complexo conjugado não pode ser cancelado, logo deve-se cancelar o pólo em 0,2. Zero do canal PI: $0{,}2=1-\dfrac{k_I}{\overline{N}}\rightarrow\overline{N}=\dfrac{0{,}1813}{0{,}8}$ $\boxed{\overline{N}=0{,}2267}$

d) Fluxografo



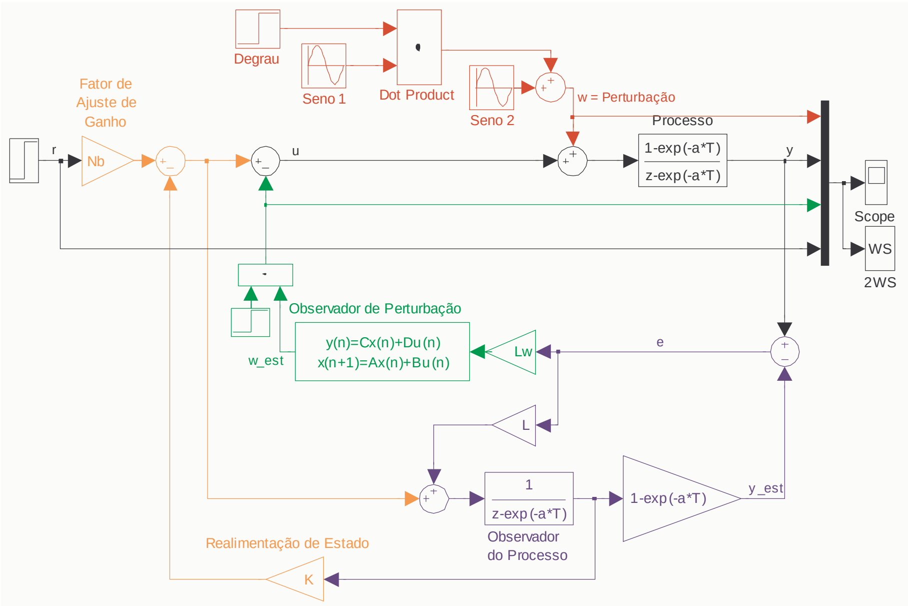
e) O observador de perturbações depende de um modelo preciso do processo, pois é alimentado pelo erro entre processo e modelo. Quando o modelo não é bem conhecido, os erros provocados por esta diferença são interpretados como se fossem causados por perturbações. O canal integral é imune aos erros de modelo, pois é alimentado pelo erro entre entrada (*r*) e saída (*y*) do sistema. Erros de modelo são compensados em regime permanente.

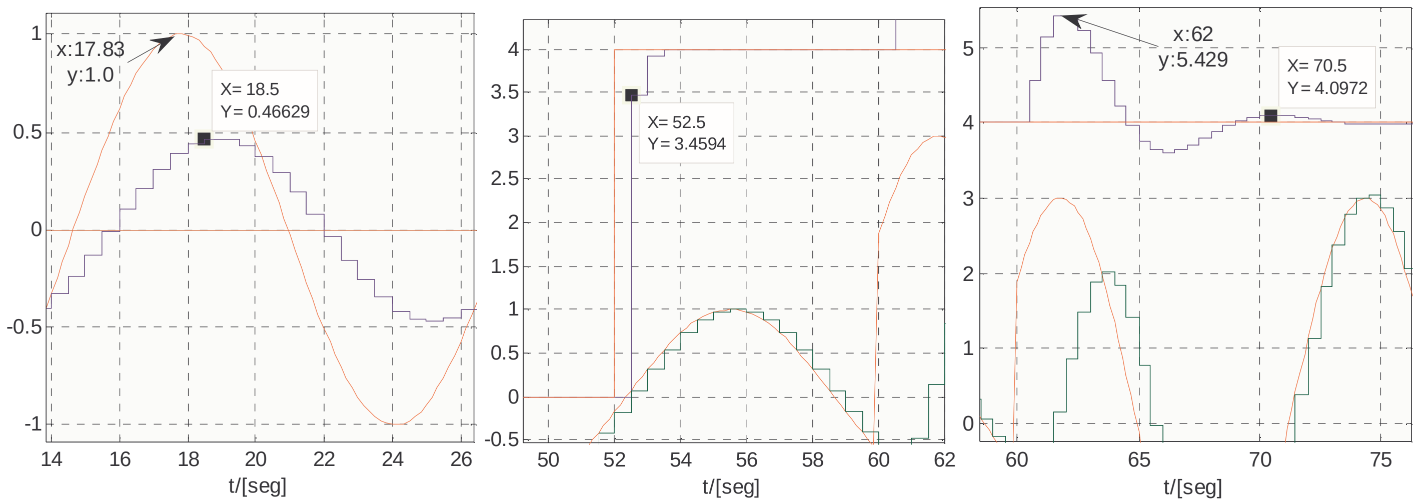
A vantagem do observador de perturbações é que seu projeto é mais simples. Ele pode ser acrescido a um projeto já existente, sem alterar seus parâmetros, já o projeto do canal integral exige que todos os ganhos (*k's*) sejam recalculados.

É fato que o canal integral pode ser ajustado para que o zero cancele um pólo de MF, mantendo a ordem do processo origninal. Na estrutura de observador de perturbação este cancelamento é estrutural. O observador é não-observável.

2ª Questão: (5 Pts) Considere o controle no espaço-de-estados de um processo sujeito a perturbações senoidais. O observador permite gerar o sinal de erro para o observador de perturbações. Uma resposta típica é mostrada, a=0,5.

Obs: O princípio da separabilidade permite analisar de forma independente o controlador e os observadores. No entanto, a resposta a perturbações é afetada pela dinâmica do observador. A perturbação só é vista diretamente pelo processo.

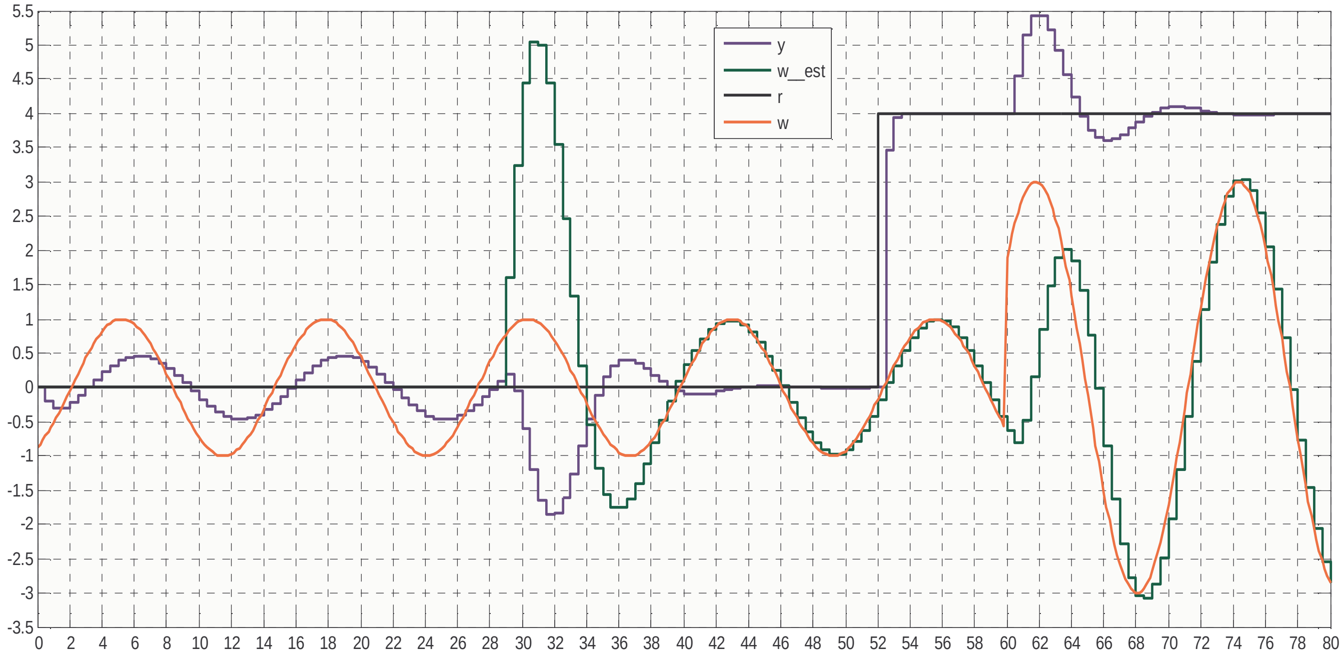




a) (0,5) Identifique no gráfico os sinais r, y, w e w_est.
b) (0,5) Senóides de que freqüências são rejeitadas?
c) (1,5) Considerando que não há erro em regime permanente para o degrau de referência, qual a função de transferência de malha fechada $Y(s)/R(s)$? Qual o ganho K? Qual valor de Nb foi utilizado?
d) (1,0) Considerando a resposta à senóide de perturbação (ver detalhe), antes que seja ligado o observador de perturbações, qual o ganho L do observador de estados?
e) (1,5) Inspecionando a resposta do sistema a partir de 60 *seg* (detalhe), onde estão os pólos do observador de perturbações?
(Obs: O decaimento do erro de observação contínuo pode ser aproximado por $e(t) = K_w e^{-\sigma t} sen(\omega_d t + \varphi)$. Com σ e ω_d extraídos do gráfico, deriva-se a posição dos pólos discretos correspondentes)

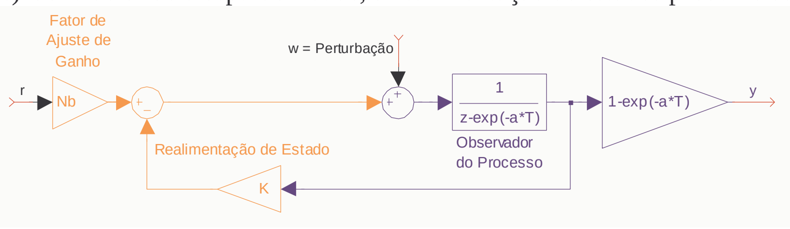
---

a)



b) ω = 0,5rad/s

c) Considerando a separabilidade, a realimentação de estados produz o seguinte sistema de 1ª ordem:



$$T = 0{,}5; \qquad \frac{Y(z)}{R(z)} = Nb\frac{1-\exp(-0{,}25)}{z-\exp(-0{,}25)+K} = \frac{Nb.b}{z-c+K}$$

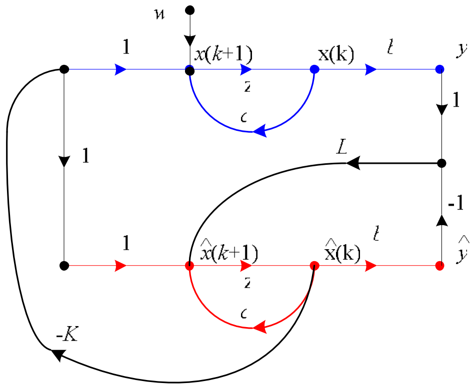
$$y(k+1)+(c-K)y(k) = Nb.br(k);$$

Com b=0,2212 e c=0,7788.

Do detalhe: r(52seg)=1, y(52seg)=0, y(52,5seg)=3,4594 =$Nb.b$.4 →$Nb.b$=0,8649 → $\boxed{Nb=3{,}9098}$
Não há erro em regime permanente → $Nb.b = 1 - c + K$ → $\boxed{K=0{,}6437}$

$$\boxed{\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0{,}8649}{z-0{,}1351}}$$

d) A resposta à perturbação (com sinal de referência nulo) pode ser obtida pelo seguinte fluxografo:



$$\begin{cases} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} c & -K \\ Lb & c-Lb-K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}_{k+1} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} w(k) \\ y(k+1) = \begin{bmatrix} b & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \end{bmatrix}_{k+1} \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} (z-c)X(z) = -K\hat{X}(z) + W(z) \\ (z-c+Lb+K)\hat{X}(z) = LbX(z) \end{matrix}\right\} \rightarrow (z-c)X(z) = \frac{-KLb}{(z-c+Lb+K)} X(z) + W(z)$$

$$\left[(z-c)(z-c+Lb+K) + KLb\right] X(z) = (z-c+Lb+K)W(z) \rightarrow \frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{(z-c+Lb+K)/b}{z^2 + z(Lb+K-2c) + c^2 - Lbc - Kc + KLb}$$

$$\frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{4.5208(z+Lb-0{,}1351)}{z^2 + z(Lb-0.9139) + 0.1052 - 0{,}1351Lb}$$

Com $z = e^{0,5i} \rightarrow \dfrac{Y}{W}(e^{0,5i}) = \dfrac{4.5208(0.7425 + 0{,}4794i + Lb)}{(0{,}7525 + 0{,}4794i)Lb - 0{,}1565 + 0.4033i}$

$\left|\dfrac{Y}{W}(e^{0,5i})\right| = 0{,}46629 \qquad \rightarrow L = 2{,}2972$

e) $e(t) = K_w e^{-\sigma t} sen(\omega_d t + \varphi)$

$$T_d = 70{,}5 - 62 = 8{,}5seg \rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{T_d} = 0{,}7392 rad/seg$$

Envoltória: $e(t) = K_w e^{-\sigma t} \Rightarrow e(70{,}5seg) = 0{,}0972 = 1{,}429e^{-\sigma 8,5} \qquad \rightarrow \sigma = 0{,}3162$

$$s = -\sigma \pm j\omega_d = -0{,}3162 \pm j0{,}7392 \quad \boxed{\Rightarrow z = e^{sT} = 0{,}7961 \pm j0{,}3084}$$