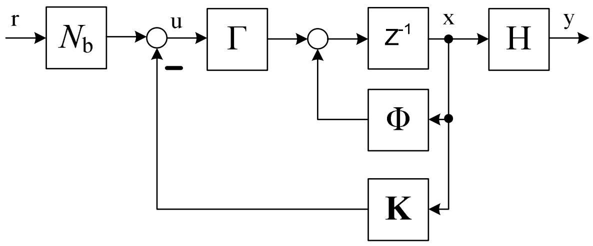
Nome:____Matrícula:______________

GABARITO - 3ª PROVA

1ª Questão: Considere um sistema discreto descrito por: $G(z)=\dfrac{z^2+0{,}8z+0{,}2}{z^4-2{,}8z^3+2{,}75z^2-1{,}35z+0{,}225}$



a) (1,0) Assumindo que todas as variáveis de estado estão disponíveis na forma canônica controlável (FCC), projete um controlador por realimentação de estados $\mathbf{K}=[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]$ para que, em malha fechada, todos os pólos se desloquem para z = 0.

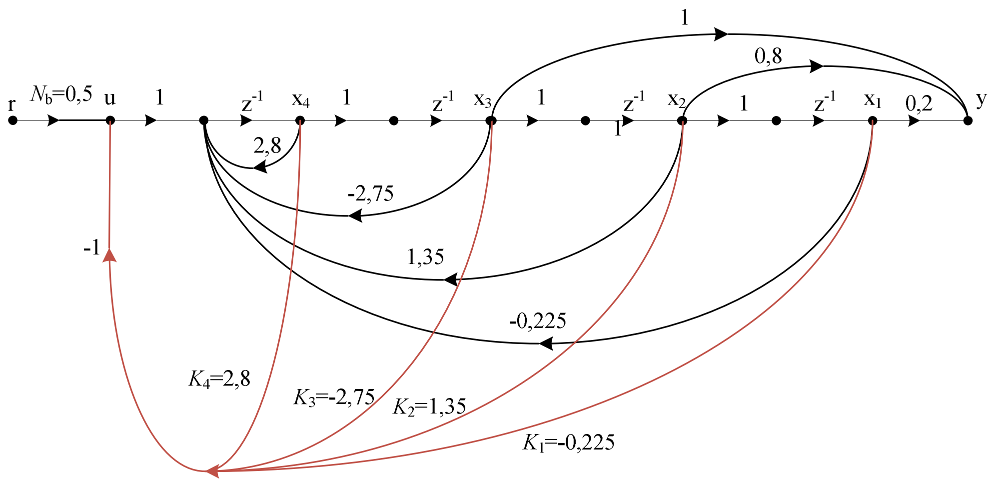
b) (0,5) Calcule o fator de ajuste de ganho N_b para que, em condições nominais, não haja erro em regime permanente. Apresente a função de transferência de malha fechada $Y(z)/R(z)$.

c) (0,5) Esboce, para k= 0,1,2...7, a resposta deste sistema a um degrau unitário de referência.

---

a) $G(z)=\dfrac{z^{-2}+0{,}8z^{-3}+0{,}2z^{-4}}{1-2{,}8z^{-1}+2{,}75z^{-2}-1{,}35z^{-3}+0{,}225z^{-4}}$; equação característica desejada: $\tilde{a}(z)=z^4$

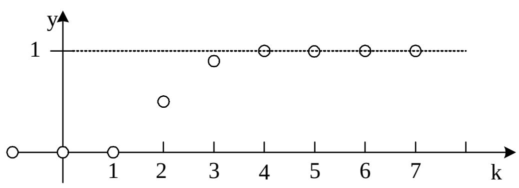
$$G_{MF}(s)=\frac{z^2+0{,}8z+0{,}2}{z^4}=z^{-2}+0{,}8z^{-3}+0{,}2z^{-4}$$



por inspeção: $\mathbf{K}=[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]=[-0{,}225 \quad 1{,}35 \quad -2{,}75 \quad 2{,}8]$

b) Pelo teorema do valor final $\lim\limits_{z\to 1}\dfrac{z^2+0{,}8z+0{,}2}{z^4}=2 \rightarrow N_b=0{,}5$

$$\frac{Y(z)}{R(z)}=0{,}5\frac{z^2+0{,}8z+0{,}2}{z^4}=0{,}5(z^{-2}+0{,}8z^{-3}+0{,}2z^{-4})$$



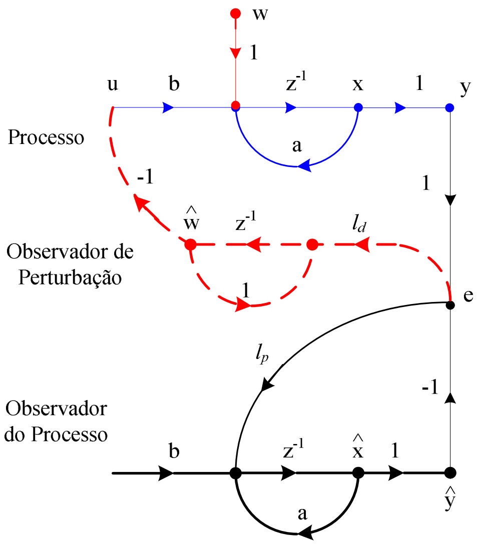
c)

2ª *Questão*: (3,0) Considere um processo discreto sujeito a perturbações constantes por partes, w. Um observador de perturbações pode ser utilizado para gerar um sinal ($\hat{w}$) que cancela estas perturbações, conforme mostrado no fluxografo abaixo. Obtenha a função de transferência da perturbação para a saída: $\dfrac{Y(z)}{W(z)}$.

Obs: Caminhos de solução alternativos:

i) Via Sistema Aumentado: $H_a(zI-\Phi_a+LH_a)^{-1}\Gamma_a$, onde o vetor de estados é $\mathbf{x}(k)=\begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix}$

ii) Redução do fluxografo



---

i) $H_a(zI-\Phi_a+LH_a)^{-1}\Gamma_a$:

Matriz do sistema com observador, por inspeção do fluxografo.

$$\Phi_a - LH_a \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 0 & -b \\ l_p & a-l_p & 0 \\ l_d & -l_d & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ \hat{x} \\ \hat{w} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} w$$

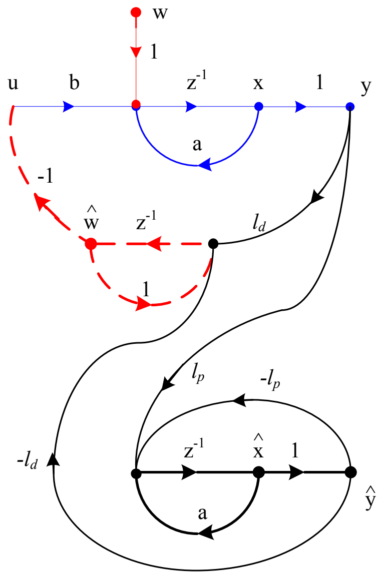
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

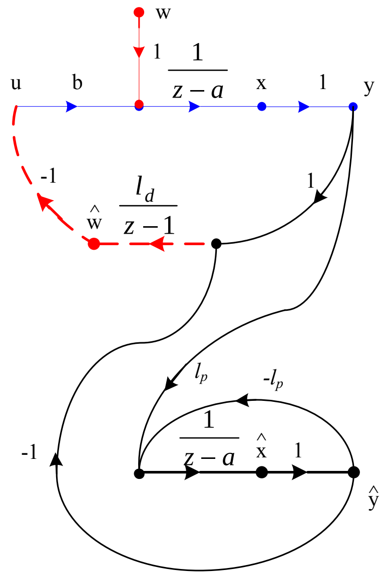
$$\begin{bmatrix} z-a & 0 & b \\ -l_p & z-a+l_p & 0 \\ -l_d & -l_d & z-1 \end{bmatrix}^{-1} = \frac{adj(zI-\Phi_a+LH_a)}{\det(zI-\Phi_a+LH_a)}$$

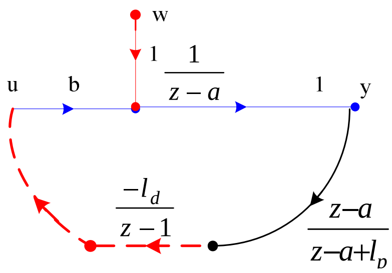
Devido às particulares matrizes de entrada e saída do sistema aumentado apenas o primeiro elemento da matriz adjunta precisa ser calculado.

$$\boxed{\frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{(z-1)(z-a+l_p)}{[(z-1)(z-a+l_p)+bl_d](z-a)}}$$

b)

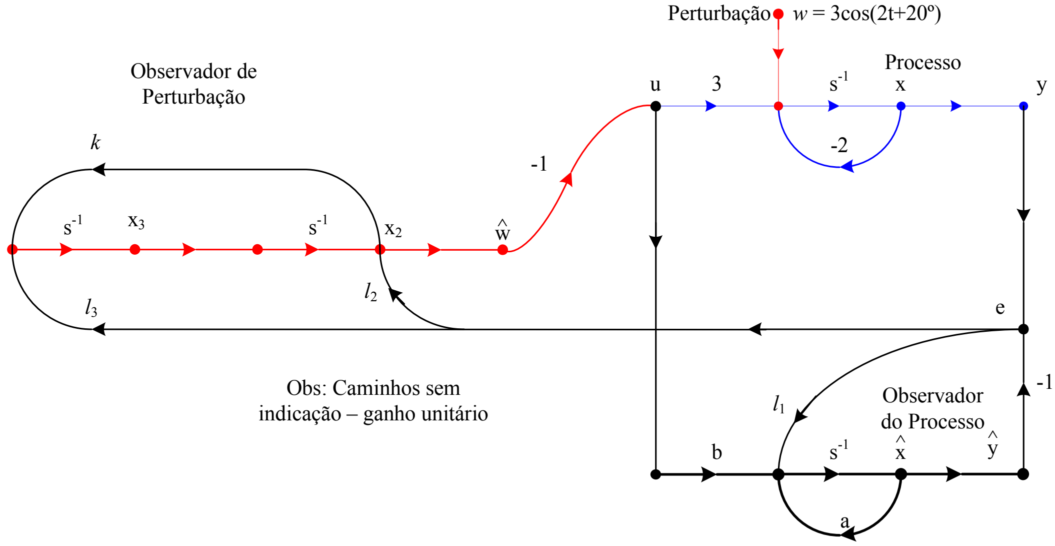






$$\boxed{\frac{Y(z)}{W(z)} = \frac{(z-1)(z-a+l_p)}{[(z-1)(z-a+l_p)+bl_d](z-a)}}$$

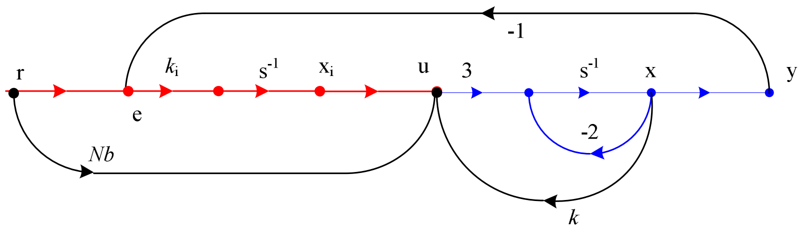
3ª Questão: Considerando o Princípio da Separabilidade (projeto independente do controlador e do observador) projete para o processo contínuo $\dfrac{Y(s)}{U(s)} = \dfrac{3}{s+2}$, um observador de perturbação que cancele a perturbação w.



a) (0,5) Quais os valores da a, b e k necessários à implementação da rejeição da perturbação w?

b) (2,5) Quais os valores de l_1, l_2 e l_3 para que a equação característica do observador (Sistema Aumentado) seja $\Delta(s) = (s+5)^3$?

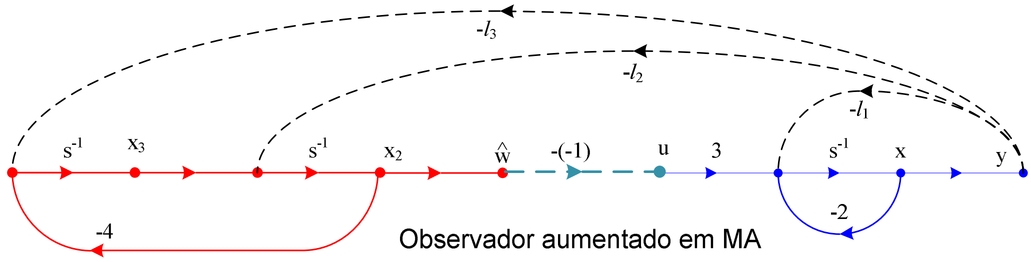
c) (2,0) Acrescente agora ao sistema uma entrada de referência, r, via canal PI, de tal maneira que perturbações constantes sejam rejeitadas e em malha fechada $\dfrac{Y(s)}{R(s)} = \dfrac{4}{s+4}$. Calcule: k, k_i e Nb.



---

a) $a = -2,\ b = 3,\ k\,(\omega_0^2) = 4.$

b)



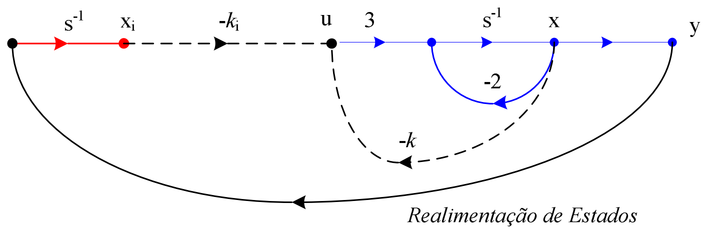
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$\left| sI - A_a + LC_a \right| = s^3 + s^2(2+l_1) + s(k+3l_2) + k(2+l_1) + 3l_3$$

$$\Delta(s) = s^3 + 15s^2 + 75s + 125 \qquad \boxed{l_1 = 13,\quad l_2 = 71/3,\quad l_3 = 65/3}$$

c)



Em malha aberta:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ x_i \end{bmatrix}$$

$$|sI - A + BK| = \begin{vmatrix} s+2+3k & 3k_i \\ -1 & s \end{vmatrix} = s^2 + s(2+3k) + 3k_i$$

Escolhendo como o polinômio característico $(s+4)^2 = s^2 + 8s + 16$

$$\boxed{k = 2, \quad k_i = 16/3}$$

O canal proporcional deve cancelar um dos pólos do sistema aumentado:

$$\frac{k_i}{s} + N_b = \frac{k_i + sNb}{s} \text{ assim } -\frac{k_i}{Nb} = -4 \rightarrow \boxed{Nb = \frac{4}{3}}$$

Obs: Para outra escolha de pólo, p: $Nb = \dfrac{-k_i}{p}$