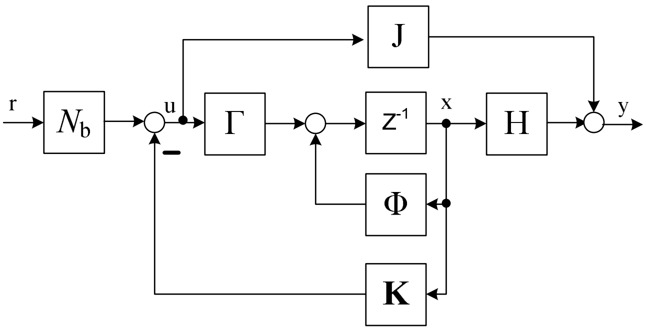
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB

Prof. Adolfo Bauchspiess
http://www.ene.unb.br/adolfo/CDig
164887 CONTROLE DIGITAL - 1°/2010

Terça-Feira, 31 de agosto de 2010, 7^{30} - 10^{00}

3ª PROVA - RESOLUÇÃO

1ª Questão: Considere um sistema discreto descrito por: $G(z)=\dfrac{z^4+0{,}8z+0{,}2}{2z^4-2z^3+2z^2+0{,}5}$



a) (1,0) Assumindo que todas as variáveis de estado estão disponíveis na forma canônica controlável (FCC), projete um controlador por realimentação de estados $\mathbf{K}=[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]$ para que, em malha fechada, todos os pólos se desloquem para $z = 0$.

b) (0,5) Calcule o fator de ajuste de ganho N_b para que, em condições nominais, não haja erro em regime permanente. Apresente a função de transferência de malha fechada $Y(z)/R(z)$.

c) (0,5) Esboce, para k= 0,1,2...7, a resposta deste sistema a um degrau unitário de referência.

Obs: Note que o caminho direto entre entrada e saída não participa da realimentação de estados, mas deve ser considerado no cálculo do fator de ajuste de ganho.

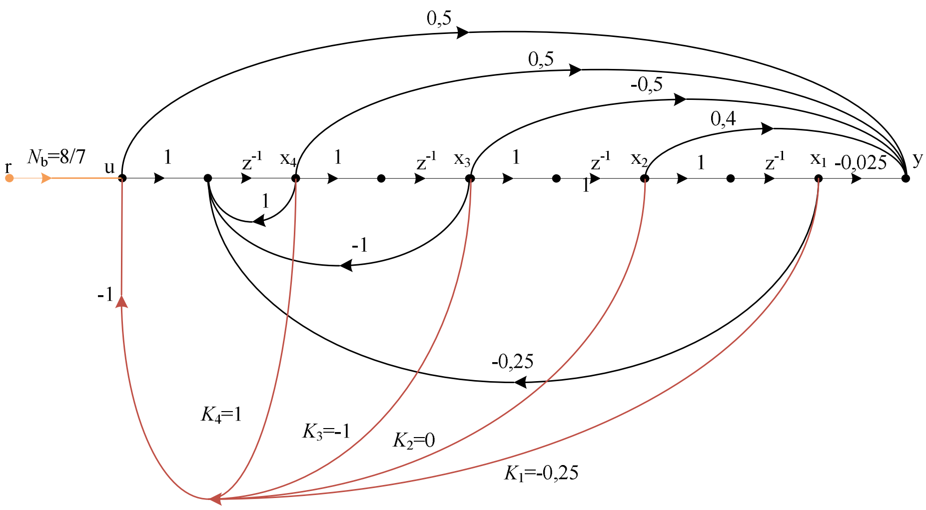
---

a) $G(z)=\dfrac{z^4+0{,}8z+0{,}2}{2z^4-2z^3+2z^2+0{,}5}=0{,}5\dfrac{z^4+0{,}8z+0{,}2}{z^4-z^3+z^2+0{,}25}=0{,}5\left(\dfrac{z^4-z^3+z^2+0{,}25+z^3-z^2+0{,}8z-0{,}05}{z^4-z^3+z^2+0{,}25}\right)$

$G(z)=0{,}5+0{,}5\dfrac{z^3-z^2+0{,}8z-0{,}05}{z^4-z^3+z^2+0{,}25}$; p/ Mason: $\boxed{G(z)=0{,}5+\dfrac{0{,}5z^{-1}-0{,}5z^{-2}+0{,}4z^{-3}-0{,}025z^{-4}}{1-z^{-1}+z^{-2}+0{,}25z^{-4}}}$

Eq. característica desejada: $\tilde{a}(z)=z^4$. A realimentação de estados só modifica os pólos do sistema. Os caminhos que ligam a entrada à saída não são alterados (sensores e atuadores da planta).

$\overline{G}_{MF}(z)=0{,}5+\dfrac{0{,}5z^3-0{,}5z^2+0{,}4z-0{,}025}{z^4}$

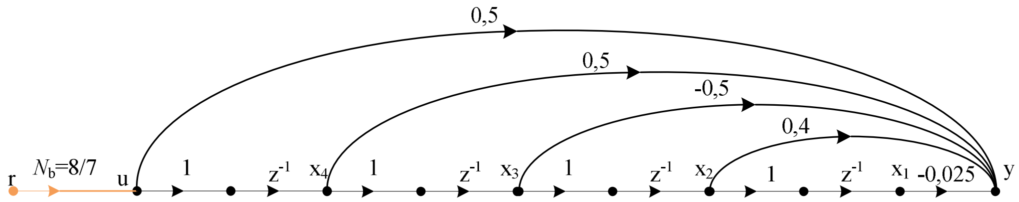


por inspeção: $\mathbf{K}=[k_1 \quad k_2 \quad k_3 \quad k_4]=[-0{,}25 \quad 0 \quad -1 \quad 1]$

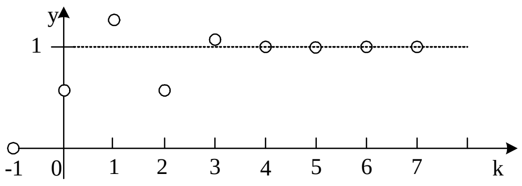
b) Pelo teorema do valor final $\lim_{z\to 1}\overline{G}_{MF}(z)=0{,}5+\dfrac{0{,}5-0{,}5+0{,}4-0{,}025}{1}=0{,}875$ $\boxed{N_b=1/0{,}875=8/7}$

$$\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{8}{7}\left(\frac{0{,}5z^4+0{,}5z^3-0{,}5z^2+0{,}4z-0{,}025}{z^4}\right) \qquad \boxed{\frac{Y(z)}{R(z)}=\frac{4}{7}\left(\frac{z^4+z^3-z^2+0{,}8-0{,}05}{z^4}\right)}$$

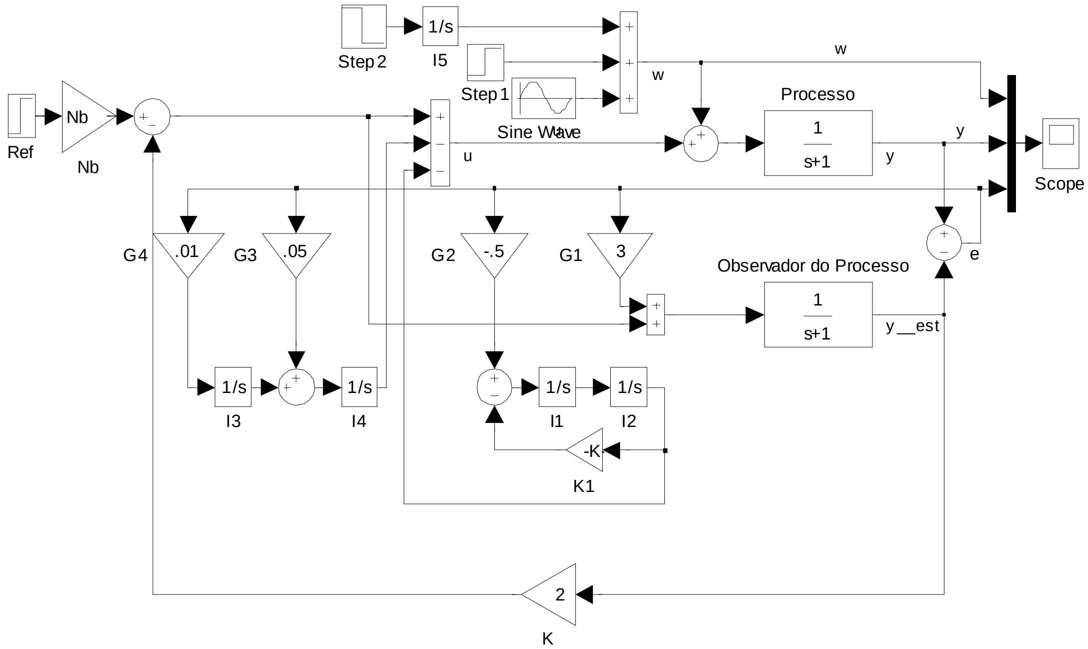
c)

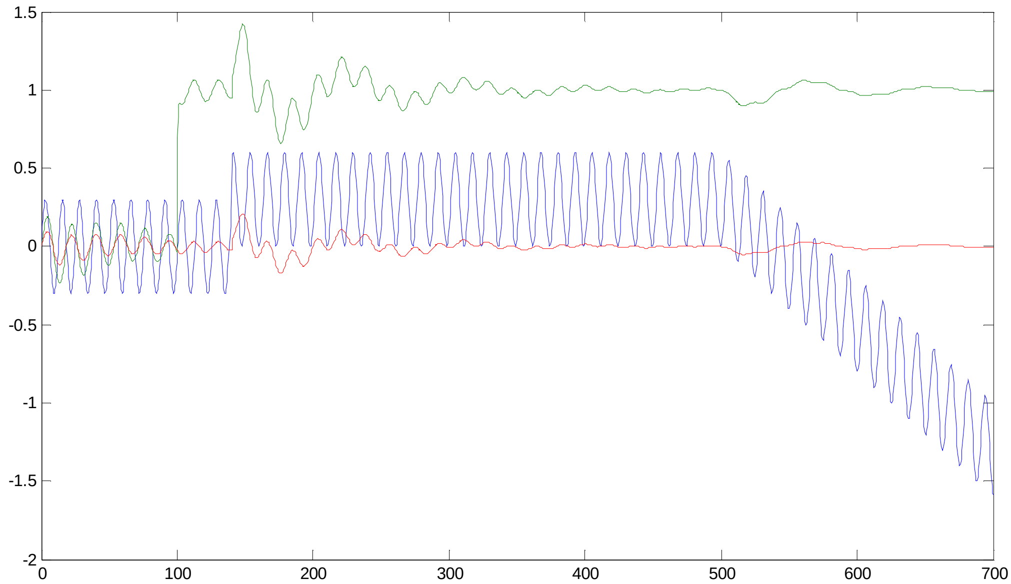


k	y
0	0,5*(8/7)=0,5714
1	1,0*(8/7)=1,1429
2	0,5*(8/7)= 0,5714
3	0,9*(8/7)=1,0286
4	0,875*(8/7)=1,0
5	0,875*(8/7)=1,0
...	0,875*(8/7)=1,0



***2ª Questão**:* Considere o seguinte sistema contínuo de rejeição de perturbações. Nesta implementação, em oposição a [Franklin et al., 1998], os sinais de perturbação estimados não são inseridos no Observador do Processo.



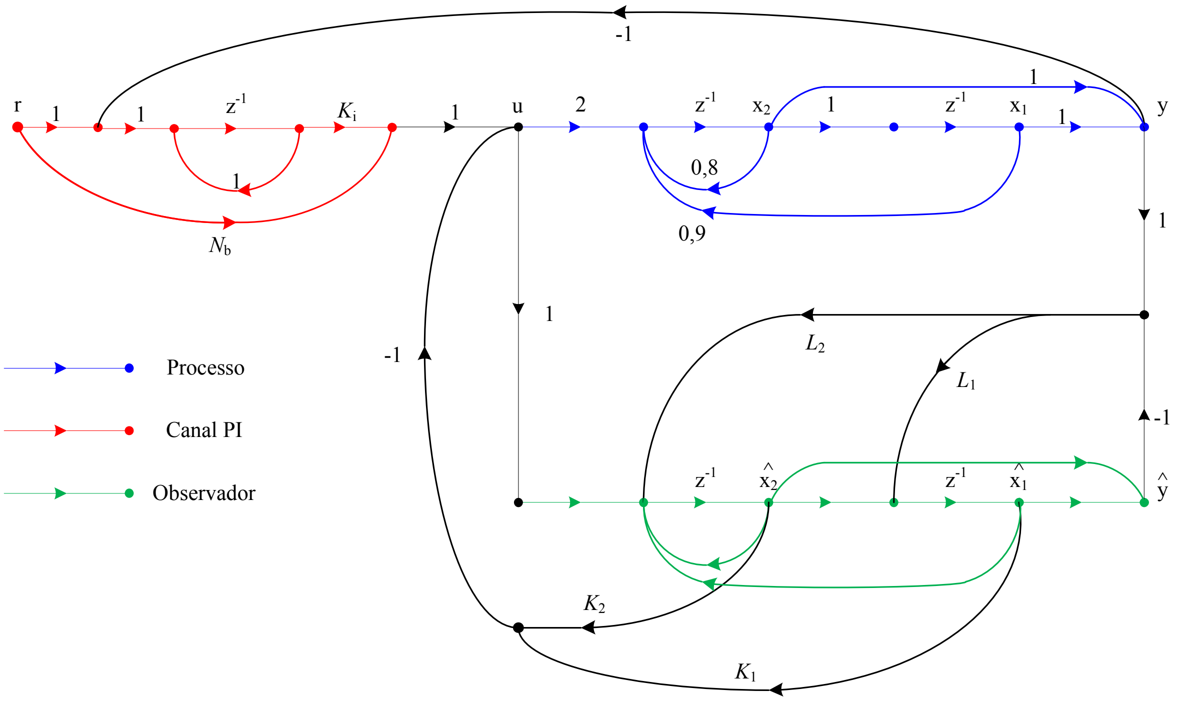


a) (0,5) Identifique no gráfico os sinais *w*, *y* e *e*.
b) (0,5) Considerando que o degrau de referência é unitário, qual o valor de *Nb* utilizado?
c) (0,5) Identifique os blocos que, a partir do sinal *e*, foram projetados para rejeitar perturbações constantes.
d) (0,5) Quais os blocos que, a partir do sinal *e*, foram projetados para rejeitar perturbações em rampa.
e) (0,5) Com a precisão que o gráfico permite, qual o valor de *K*1?
f) (0,5) Haveria desvantagens em se inserir os sinais de perturbação estimados no Observador do Processo?

----

a) w-azul, y-verde, e-vermelho.
b) Em malha fechada a eq. Característica é s+3. O numerador não se altera, assim Nb=3.
c) Obs. Pert. Ctes por partes: G3 – I4.
d) Obs. Pert. Rampa por partes: G3 – I3 - G4 – I4
e) Aprox. 48 ciclos em 600 segundos; T=12,5 ω = 2*pi/T = 0,5027 rad/seg; *K*1=0,25
f) A complexidade do sistema aumenta e reduz-se, como conseqüência, a região admissível dos pólos que levam a um projeto estável.

3ª ***Questão***: Considere o seguinte sistema de controle discreto, onde x_1 e x_2 são as variáveis de estado do processo.



a) (1,0) Verifique se o sistema Y(z)/U(z) é controlável e observável.
b) (1,0) Projete um observador de estados preditos de tal forma que os pólos do observador sejam $z_{1,2} = 0{,}5$.
c) (1,0) Projete um controlador por realimentação de estados com canal integral com todos os pólos em z = 0,7.
d) (0,5) Acrescente um canal proporcional, para que a função de transferência completa seja de 2ª ordem.
e) (0,5) Apresente a função de transferência de malha fechada completa Y(z)/R(z).

--- Resolução:

a) A função de transferência é $\dfrac{2z+2}{z^2-0{,}8z-0{,}9} = \dfrac{2(z+1)}{(z-1.4296)(1+0.6296)}$. Como não há cancelamento de pólos pelo zero do sistema este é completamente controlável e completamente observável.

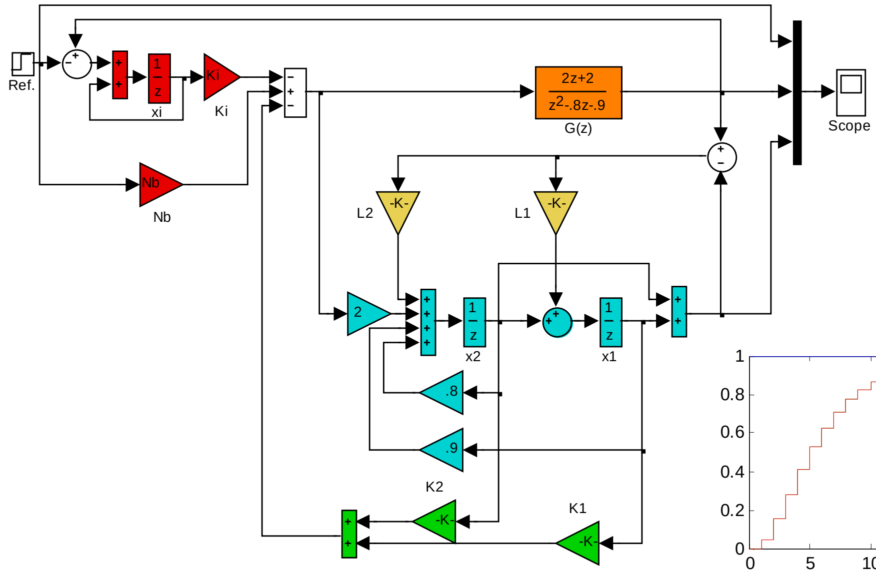
b) Dinâmica do observador: $\left|z\mathbf{I}-\mathbf{\Phi}+\mathbf{LH}\right| = z^2 - z + 0{,}25$

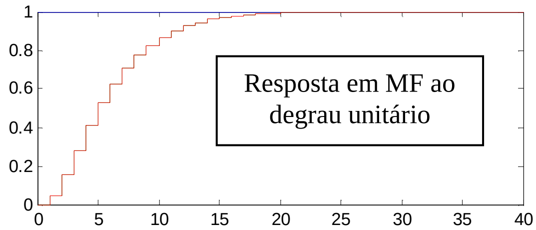
$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0{,}9 & 0{,}8 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}u \qquad \mathbf{LH} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & l_1 \\ l_2 & l_2 \end{bmatrix}$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)$$

$$\begin{vmatrix} z+l_1 & l_1-1 \\ l_2-0{,}9 & z+l_2-0{,}8 \end{vmatrix} = z^2 + z(l_1+l_2-0{,}8) + 0{,}1l_1 + l_2 - 0{,}9 \qquad \boxed{\Rightarrow \mathbf{L} = \begin{bmatrix} -1{,}5 \\ 1{,}3 \end{bmatrix}}$$

c) Considerando a realimentação negativa dos estados aumentados $u(k) = -K\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} k_i & k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(k) \\ x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$.





Obs: O fluxografo da prova indica realimentação positiva de x_i e se integra $(r - y)$, o que implica que os cálculos utilizando a equação $|z\mathbf{I} - \phi + \Gamma K|$ fornecem $u(k) = -K\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} -k_i & k_1 & k_2 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)$.

Integral do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + y(k) - r(k)$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0{,}9 & 0{,}8 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k)$$

$$|z\mathbf{I} - \phi + \Gamma K| = \begin{vmatrix} z-1 & -1 & -1 \\ 0 & z & -1 \\ 2k_I & 2k_1 - 0{,}9 & z - 0{,}8 + 2k_2 \end{vmatrix} = z^3 + z^2(2k_2 - 1{,}8) + z(-0{,}1 + 2k_1 - 2k_2 + 2k_I) + 2k_I - 2k_1 + 0{,}9$$

$$(z - 0{,}7)^3 = z^3 - 2{,}1z^2 + 1{,}47z - 0{,}343$$

$$\boxed{K = \begin{bmatrix} k_I & k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}00675 & 0{,}62835 & -0{,}15 \end{bmatrix}}$$

c) $0{,}7 = 1 - \dfrac{0{,}00675}{\overline{N}} \rightarrow \overline{N} = \dfrac{0{,}00675}{0{,}3}$ $\quad \boxed{\overline{N} = 0{,}0225}$

d) $\boxed{\dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{0{,}045(z+1)}{(z-0{,}7)(z-0{,}7)}}$