



3ª PROVA - RESOLUÇÃO

1ª Questão: (2,0 Pts) Considere um processo industrial de 3ª ordem, do tipo 1, sujeito a perturbações constantes por partes e também perturbações senoidais de 60 Hz (motores elétricos trifásicos nas proximidades). Existe incerteza em relação ao modelo do processo e, obviamente, há um limite para a amplitude do sinal do atuador. Espera-se, como é usual em projetos de engenharia: um projeto de baixo custo, a maior velocidade possível para o acompanhamento da referência (transitório e regime permanente), sobrepasso menor que 10% e uma significativa atenuação das perturbações.

Para estas especificações, qual, dentre as opções abaixo, seria a “melhor” opção de projeto? Justifique.

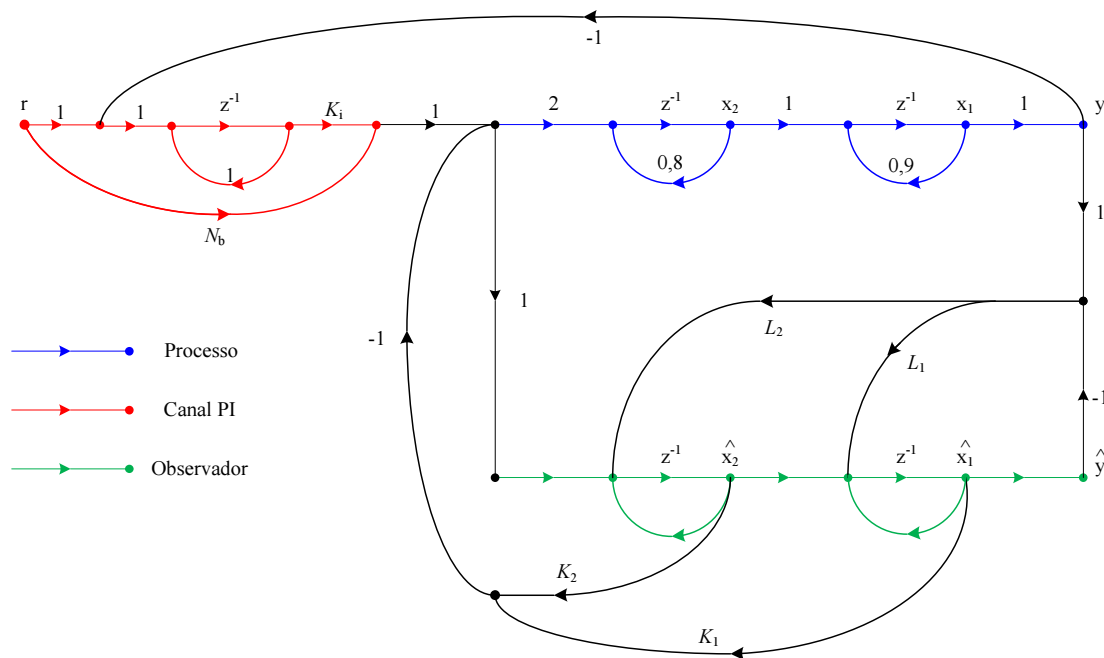
- 1- Controlador PI com observador de perturbações senoidais
- 2- Realimentação de estados com canal integral (modelo aumentado do processo)
- 3- Espaço de estados com canal PI e blindagem eletromagnética do processo (Gaiola de Faraday)
- 4- Espaço de estados com observador de perturbações senoidais
- 5- Espaço de estados com observador de perturbações senoidais e observador de perturbações constantes

“Melhor” opção: 5

Justificativa:

- 1 - Não pode ser, pois o observador precisa de um modelo do processo para estimar o erro que alimenta o observador de perturbações.
- 2- Não pode ser, pois não há rejeição de perturbações constantes.
- 3- Uma blindagem eletromagnética é antieconômica na maioria dos casos práticos.
- 4- Como há incerteza no modelo há necessidade do canal integral, mesmo para um sistema do tipo 1.
- 5- Este controlador atende a todas as especificações.

2ª Questão: Considere o seguinte sistema de controle discreto, onde x_1 e x_2 são as variáveis de estado do processo.



- a) (1,0) Projete um observador de estados preditos de tal forma que os pólos do observador sejam $z_{1,2} = 0,5$.
- b) (1,0) Projete um controlador por realimentação de estados com canal integral com todos os pólos em $z = 0,7$.
- c) (0,5) Acrescente um canal proporcional, para que a função de transferência completa seja de 2ª ordem.
- d) (0,5) Apresente a função de transferência de malha fechada completa $Y(z)/R(z)$.

--- **Resolução:**

a) Dinâmica do observador: $|z\mathbf{I} - \Phi + \mathbf{LH}| = z^2 - z + 0,25$

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0,9 & 1 \\ 0 & 0,8 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{LH} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_1 & 0 \\ l_2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} z - 0,9 + l_1 & -1 \\ l_2 & z - 0,8 \end{vmatrix} = z^2 + z(l_1 - 1,7) - 0,8l_1 + l_2 + 0,72$$

$$\Rightarrow \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 0,7 \\ 0,09 \end{bmatrix}$$

b) Integral do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + r(k) - y(k)$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -H \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} (k+1) = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0,9 & 1 \\ 0 & 0 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} (k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} (k)$$

$$|z\mathbf{I} - \phi + \Gamma\mathbf{K}| = \begin{vmatrix} z-1 & 1 & 0 \\ 0 & z-0,9 & -1 \\ 2k_I & 2k_1 & z-0,8+2k_2 \end{vmatrix} = z^3 + z^2(k_2 - 2,8) + z(2,6 + k_1 - k_2) + k_I - k_1 - 0,8$$

$$(z - 0,7)^3 = z^3 - 2,1z^2 + 1,47z - 0,343$$

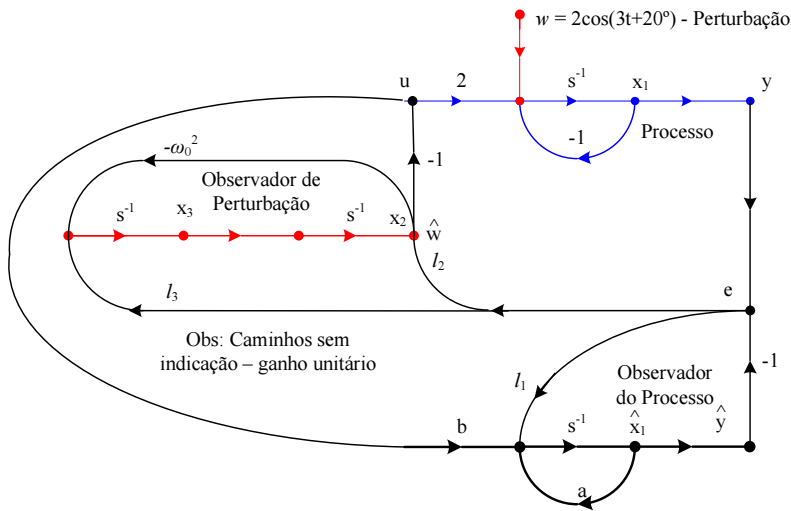
$$\mathbf{K} = [k_I \quad k_1 \quad k_2] = [-0,0135 \quad 0,095 \quad 0,3]$$

$$c) 0,7 = 1 - \frac{-0,0135}{\bar{N}} \rightarrow \bar{N} = -\frac{0,0135}{0,3} \quad \boxed{\bar{N} = -0,045}$$

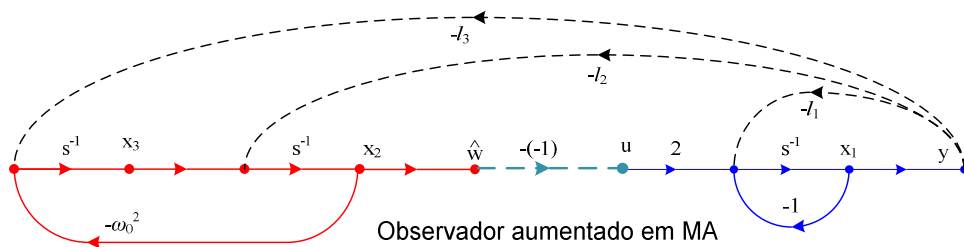
$$d) \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{11,11}{(z-0,7)(z-0,7)}$$

3ª Questão: Considere o seguinte esquema que permite rejeitar perturbações senoidais.

- a) (2,0) Obtenha a equação característica do observador (3ª ordem) em função de l_1, l_2 e l_3 .
- b) (0,5) Calcule l_1, l_2 e l_3 de tal forma que $\Delta(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$



Obs: Pelo Princípio da superposição o observador pode ser projetado a partir do seguinte fluxograma:



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -9 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

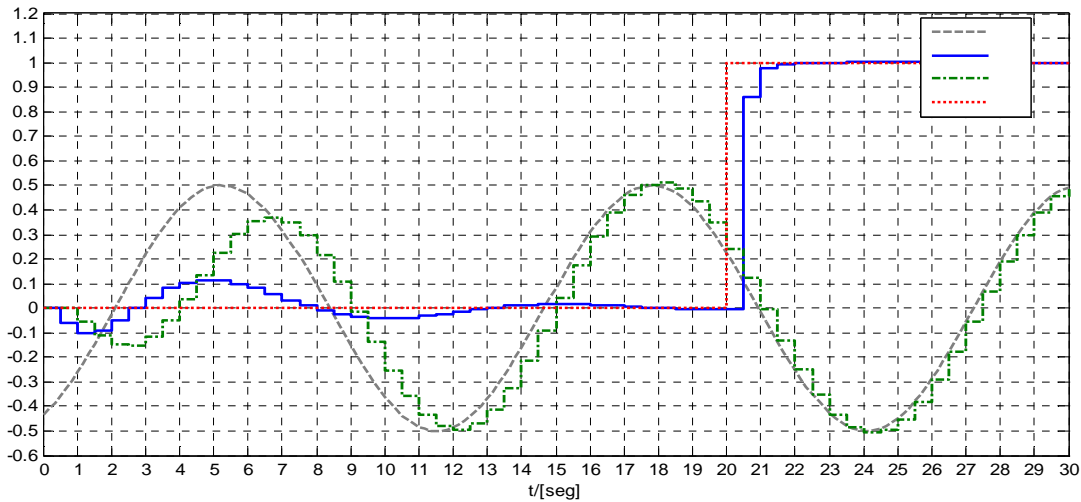
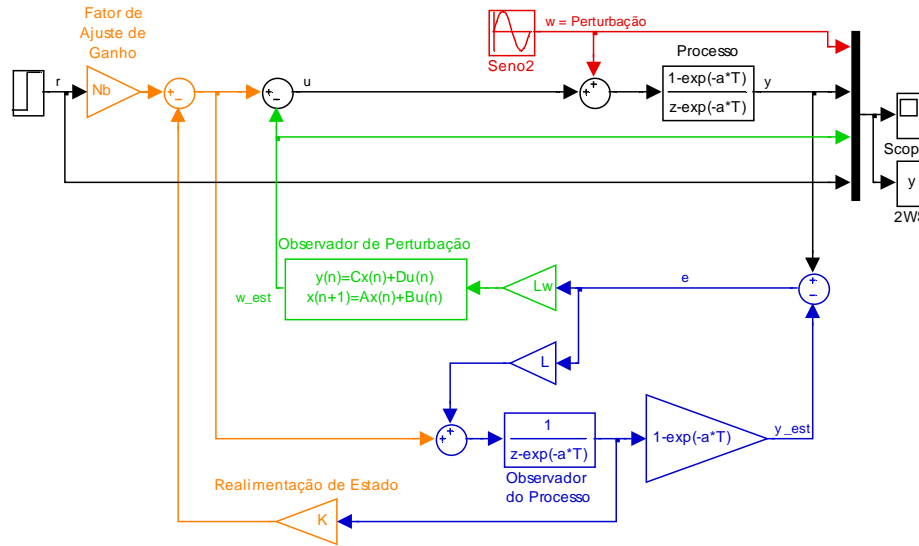
$$|sI - A_a + LC_a| = \begin{vmatrix} s+1+l_1 & -2 & 0 \\ l_2 & s & -1 \\ l_3 & 9 & s \end{vmatrix} =$$

$$s^3 + s^2(1+l_1) + s(9+2l_2) + 9+9l_1+2l_3$$

$$\Delta(s) = s^3 + 2s^2 + 2s + 1$$

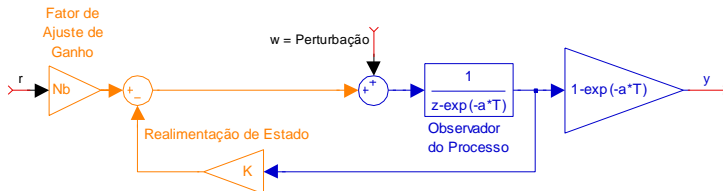
$$l_1 = 1, \quad l_2 = -3,5, \quad l_3 = -8,5$$

4ª Questão: (2,5 Pts) Considere o controle no espaço-de-estados de um processo sujeito a perturbações senoidais. O observador do processo permite gerar o sinal de erro para o observador de perturbações. Uma resposta típica é mostrada, $a=0,3$.



- (0,5) Identifique no gráfico os sinais r , y , w e w_{est} .
- (1,5) Considerando que não há erro em regime permanente para o degrau de referência, qual a função de transferência de malha fechada $Y(s)/R(s)$?
- (0,5) Qual o ganho K ? Qual valor de Nb foi utilizado?

a) Graf. b) Considerando a separabilidade, a realimentação de estados produz o seguinte sistema de 1ª ordem:



$$T = 0,5; \quad \frac{Y(z)}{R(z)} = Nb \frac{1 - \exp(-0,15)}{z - \exp(-0,15) + K} = Nb \frac{0,1393}{z - 0,8607 + K}$$

$$y(k+1) + (K - 0,8607)y(k) = 0,1393Nb.r(k);$$

Do detalhe: $r(20 \text{ seg})=1, y(20 \text{ seg})=0, y(20,5 \text{ seg})=0,86 = 0,1393.Nb.1 \rightarrow Nb=6,1737$

Não há erro em regime permanente $\rightarrow Nb.0,1393 = 1 - 0,8607 + K \rightarrow K=0,7207$

$$\frac{Y(z)}{R(z)} = \frac{0,86}{z - 0,14}$$