# 3ª PROVA

# – RESOLUÇÃO –

**1ª Questão**: (3 pts): Para cada item indique se é verdadeiro ou falso. Justifique cada uma das respostas utilizando os conceitos (palavras-chave) pertinentes.

a) Para a rejeição de perturbações constantes, atuando em um sistema dinâmico linear do tipo 0 de 3ª ordem sujeito a saturação do atuador, pode-se utilizar tanto um observador de perturbações como um canal integral. As duas configurações são equivalentes, tanto do ponto de vista da rejeição de perturbações quanto para o seguimento da referências.

b) Se as variáveis de estado de um processo podem ser medidas diretamente então não é necessário o modelo do processo (observador) para que se implemente a rejeição de perturbações senoidais.

c) O arranjo *anti-windup* tem por finalidade minimizar os efeitos da saturação em sistemas com ação integral. A ocorrência de *wind-up* pode ser confundida com um projeto linear que tem pólos dominantes sub-amortecidos. O tempo de subida de um sistema com *anti-windup* a um degrau de referência é menor que o deste mesmo sistema sem *anti-windup*.

---

a) FALSO. Uma configuração com canal integral é equivalente ao observador de perturbações para rejeição de perturbações, mas para o seguimento de referências, temos um sistema de ordem aumentada. O que torna o sistema mais lento. O observador de perturbações constantes não aparece na função de transferência Y(s)/R(s).

b) FALSO. Para implementar um observador de perturbações é necessário um observador do processo que gere o sinal de erro. A perturbação atua no processo e não atua (diretamente) no observador do processo, o que permite estimar a perturbação a partir da diferença $y - \hat{y}$.

c) FALSO. Se não há saturação a resposta do sistema com e sem *anti-windup* é idêntica. Quando há saturação, considerando-se um degrau de referência, durante o tempo de subida, o sinal para ambos os sistemas também é idêntico (resposta a U*max*). Assim o tempo de subida é o mesmo. O *anti-windup* faz diferença para o tempo de pico e para o sobre-sinal.

**2ª Questão**: Em ambientes industriais interferências senoidais são muito comuns (e.g., rede elétrica). Um observador de perturbações pode ser utilizado neste casos, para rejeitar estas perturbações.

Considere um sistema, cujo modelo discreto equivalente é dado por $G(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{1}{z - 0{,}8}$, sujeito a perturbações $w$ na entrada, de freqüência $\omega_0$ rad/s. $T$ = 1seg.

a) (1,5) Apresente um fluxografo da compensação de perturbações senoidais por observador de perturbações. $L_p$ é o parâmetro de projeto do observador de estados predito e $L_{d1}$ e $L_{d2}$ são os parâmetros do observador de perturbações. Considere como entrada de referência o sinal $r$ e o sinal $y$ a saída do processo. Leve em conta uma realimentação de estados $u$ = -$Kx$ e um fator de ajuste de ganhos $Nb$, para que o sistema siga sem erros referências constantes.

b) (1,5) Apresente a função de transferência $\dfrac{Y(z)}{R(z)}$ em função dos parâmetros de projeto.

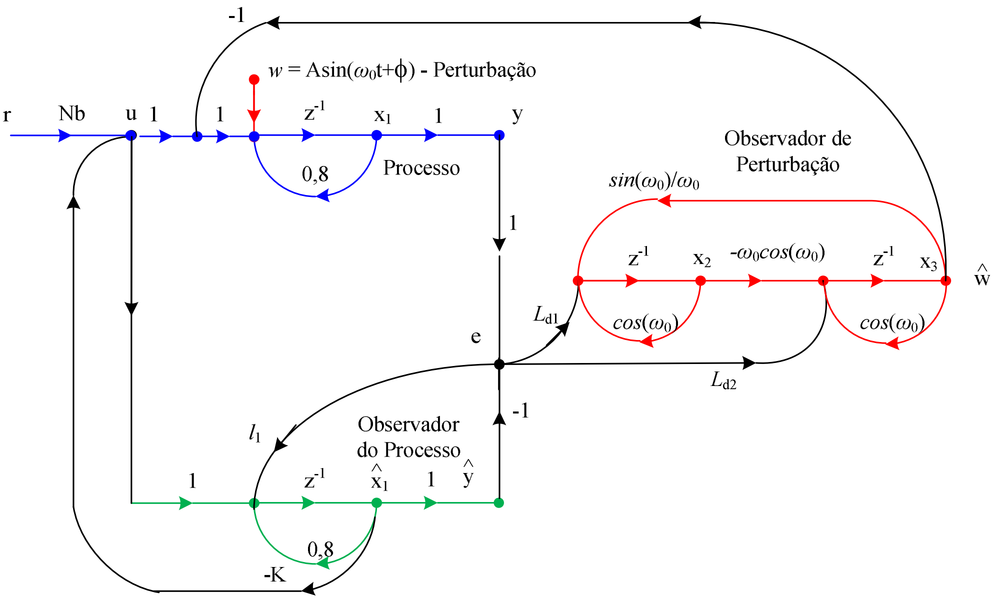
Obs.: Modelo de perturbação senoidal no espaço de estados, período de amostragem $T$.

$$\mathbf{x}_d(k+1) = \begin{bmatrix} \cos\omega_0 T & \dfrac{\operatorname{sen}\omega_0 T}{\omega_0} \\ -\omega_0 \operatorname{sen}\omega_0 T & \cos\omega_0 T \end{bmatrix} \mathbf{x}_d(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(k)$$

$$w = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_d(k)$$

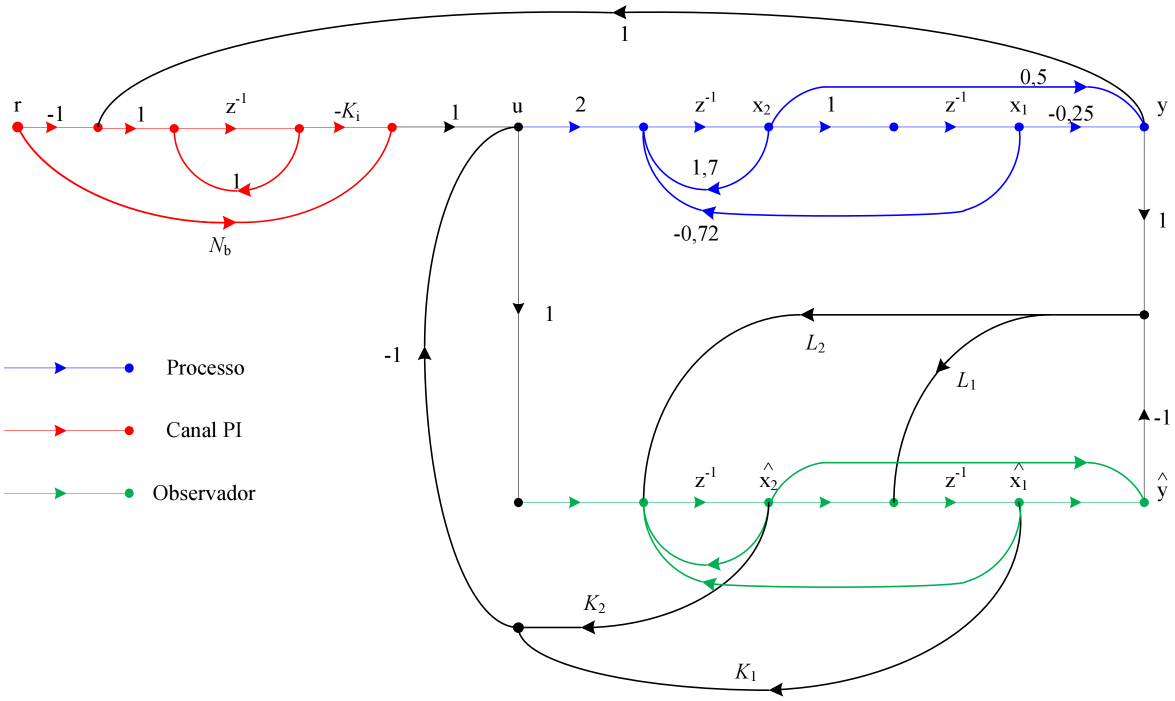
---

a)




b) $\boxed{\dfrac{Y(z)}{R(z)} = \dfrac{N_b}{z - 0{,}8 + K}}$

*3ª* ***Questão****:* Considere o seguinte sistema de controle discreto, onde $x_1$ e $x_2$ são as variáveis de estado do processo.




a) (1,0) Verifique se o sistema Y(z)/U(z) é controlável e observável.
b) (1,0) Projete um observador de estados preditos de tal forma que os pólos do observador sejam $z_{1,2} = 0{,}5$.
c) (1,0) Projete um controlador por realimentação de estados com canal integral com todos os pólos em z = 0,7.
d) (0,5) Acrescente um canal proporcional, para que a função de transferência completa seja de 2ª ordem.
e) (0,5) Apresente a função de transferência de malha fechada completa Y(z)/R(z).

--- **Resolução:**

a) A função de transferência é $\dfrac{z-0{,}5}{z^2-1{,}7z+0{,}72} = \dfrac{z-0{,}5}{(z-0{,}8)(z-0{,}9)}$. Como não há cancelamento de pólos pelo zero do sistema este é completamente controlável e completamente observável.

b) Dinâmica do observador: $|z\mathbf{I}-\mathbf{\Phi}+\mathbf{LH}| = z^2 - z + 0{,}25$

$$\mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -0{,}72 & 1{,}7 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}u$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} -0{,}25 & 0{,}5 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)$$

$$\mathbf{LH} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0{,}25 & 0{,}5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0{,}25l_1 & 0{,}5l_1 \\ -0{,}25l_2 & 0{,}5l_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} z-0{,}25l_1 & 0{,}5l_1-1 \\ -0{,}25l_2+0{,}72 & z+0{,}5l_2-1{,}7 \end{vmatrix} = z^2 + z(-0{,}25l_1+0{,}5l_2-1{,}7) + 0{,}065l_1 - 0{,}25l_2 + 0{,}72$$

$$= z^2 - z + 0{,}25$$

$$\boxed{\Rightarrow \mathbf{L} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2{,}4 \end{bmatrix}}$$

c) Considerando a realimentação negativa dos estados aumentados $u(k) = -K\mathbf{x}(k) = -\begin{bmatrix} k_i & k_1 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_i(k) \\ x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix}$.

Integral do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + y(k) - r(k)$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix} u(k) - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & -0{,}25 & 0{,}5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0{,}72 & 1{,}7 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{bmatrix} u(k) - \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & -0{,}25 & 0{,}5 \end{bmatrix} \mathbf{x}(k)$$

$$\left| z\mathbf{I} - \phi + \Gamma K \right| = \begin{vmatrix} z-1 & 0{,}25 & -0{,}5 \\ 0 & z & -1 \\ 2k_I & 2k_1 + 0{,}72 & z - 1{,}7 + 2k_2 \end{vmatrix}$$

$$= z^3 + z^2(2k_2 - 2{,}7) + z(2{,}42 + 2k_1 - 2k_2 + k_I) - 0{,}5k_I - 2k_1 - 0{,}72$$

$$(z - 0{,}7)^3 = z^3 - 2{,}1z^2 + 1{,}47z - 0{,}343$$

$$\boxed{K = \begin{bmatrix} k_I & k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}054 & -0{,}202 & 0{,}3 \end{bmatrix}}$$

d) $0{,}7 = 1 - \dfrac{0{,}054}{\overline{N}} \rightarrow \overline{N} = \dfrac{0{,}054}{0{,}3}$ $\qquad \boxed{\overline{N} = 0{,}18}$

e) $\boxed{\dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{0{,}18(z - 0{,}5)}{(z - 0{,}7)(z - 0{,}7)}}$