Nome:____Matrícula:________________

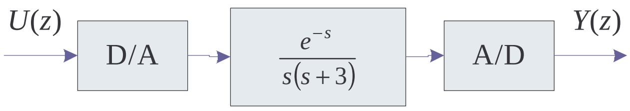
RESOLUÇÃO – PROVA DE REPOSIÇÃO

$$G(z)=(1-z^{-1})Z\left\{\frac{G(s)}{s}\right\}$$

$$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}\leftrightarrow sen\omega t\rightarrow sen\omega kT\leftrightarrow \frac{z\,sen\omega T}{z^2-2z\cos\omega T+1}$$

s	k	z
$\frac{1}{s}$	$1(kT)$	$\frac{z}{z-1}$
$\frac{1}{s^2}$	kT	$\frac{Tz}{(z-1)^2}$
$\frac{1}{s+a}$	e^{-akT}	$\frac{z}{z-e^{-aT}}$

1ª Questão: (2Pts) Com taxa de amostragem T = 0,2 *seg*, obtenha a função de transferência discreta $G(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}$.



---

a) $G_1(s)=\frac{1}{s(s+3)}\rightarrow G_1(z)=(1-z^{-1})Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\}$

$$\frac{G_1(s)}{s}=\frac{1}{s^2(s+3)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s^2}+\frac{C}{(s+3)}=\frac{-1/9}{s}+\frac{1/3}{s^2}+\frac{1/9}{s+3}$$

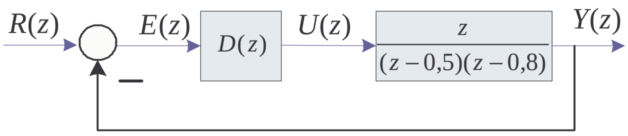
$$Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\}=-1/9\frac{z}{z-1}+1/3\frac{Tz}{(z-1)^2}+1/9\frac{z}{z-e^{-3T}}\quad\rightarrow(1-z^{-1})Z\left\{\frac{G_1(s)}{s}\right\}=-1/9+\frac{0,2/3}{z-1}+\frac{1/9(z-1)}{z-e^{-0,6}}$$

$$G(z)=z^{-5}\left\{-1/9+\frac{0,6/9}{z-1}+\frac{1/9(z-1)}{z-e^{-0,6}}\right\}\rightarrow$$

$$G(z)=\frac{1}{9}\frac{(e^{-0,6}-0,4)z+1-1,6e^{-0,6}}{z^7-(1+e^{-0,6})z^6+e^{-0,6}z^5}\qquad\boxed{G(z)=\frac{0,0165z-0,0135}{z^7-1,549z^6+0,549z^5}}$$

2ª *Questão*: (3,0 Pts) Projete um compensador $D(z) = K\dfrac{z+ze}{z+po}$, que satisfaça as seguintes condições:

- Não haja erro para referências constantes,
- Dois pólos de malha fechada estejam em $z_d = 0{,}589 \pm 0{,}295i$

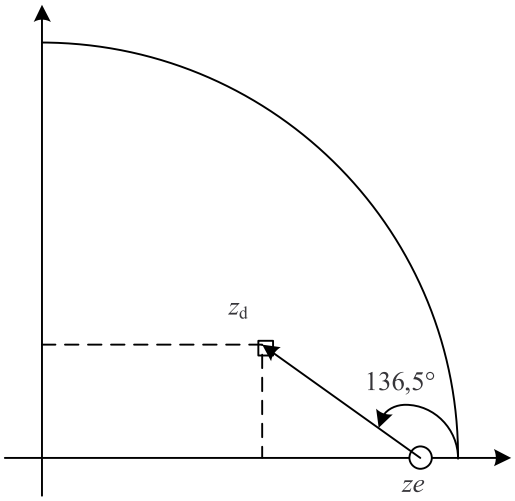


O sistema deve ter um pólo em z = +1 (sistema tipo 1), assim em malha fechada não há erro para referências constantes.

$$G(z_d) = \left.\frac{z}{(z-0{,}5)(z-0{,}8)(z-1)}\right|_{z=z_d} = 11{,}65\langle 43{,}48° \Rightarrow \phi_{av} = 136{,}51°$$

$$\phi_{av} = \left\langle K(z+ze)\right|_{z=z_d}$$

ze = 0,9 e K=0,2



3ª Questão: (3 Pts) Considere o seguinte sistema discreto

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0{,}8 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}u \\ y(k) = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) \end{cases}$$

a) Projete um observador de estados preditos com pólos em $z_{1,2} = 0{,}5 \pm 0{,}5j$

b) Projete um controlador no espaço de estados discreto com canal integral de tal forma que todos os autovalores estejam em z = 0,7.

c) Apresente o fluxografo do sistema completo (processo, observador e controlador c/ canal integral).

Obs:

Equação de erro de observação predito: $\tilde{\mathbf{x}}(k+1) = [\mathbf{\Phi} - \mathbf{L}_p\mathbf{H}]\tilde{\mathbf{x}}(k)$

Equação característica do sistema aumentado: $|z\mathbf{I} - \mathbf{\Phi}_a + \mathbf{\Gamma}_a\mathbf{K}_a|$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \Phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix}u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

---

a) Dinâmica do observador: $|z\mathbf{I} - \mathbf{\Phi} + \mathbf{L}_p\mathbf{H}| = z^2 - z + 0{,}5$ $\quad \mathbf{L}_p\mathbf{H} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0{,}3 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}3l_1 & 0 \\ 0{,}3l_2 & 0 \end{bmatrix}$

$$\begin{vmatrix} z + 0{,}3l_1 & -1 \\ 0{,}3l_2 & z - 0{,}8 \end{vmatrix} = z^2 + z(0{,}3l_1 - 0{,}8) - 0{,}24l_1 + 0{,}3l_2 \qquad \boxed{\Rightarrow \mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} -2/3 \\ 1{,}13 \end{bmatrix}}$$

b)

Integral do erro: $x_I(k+1) = x_I(k) + y(k) - r(k)$

Sistema aumentado:

$$\begin{bmatrix} x_I(k+1) \\ \mathbf{x}(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & H \\ 0 & \phi \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \Gamma \end{bmatrix}u(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & H \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x_I(k) \\ \mathbf{x}(k) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x_I \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}(k+1) = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0{,}8 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}y(k) + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}r(k)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 0 & 0{,}3 & 0 \end{bmatrix}\mathbf{x}(k)$$

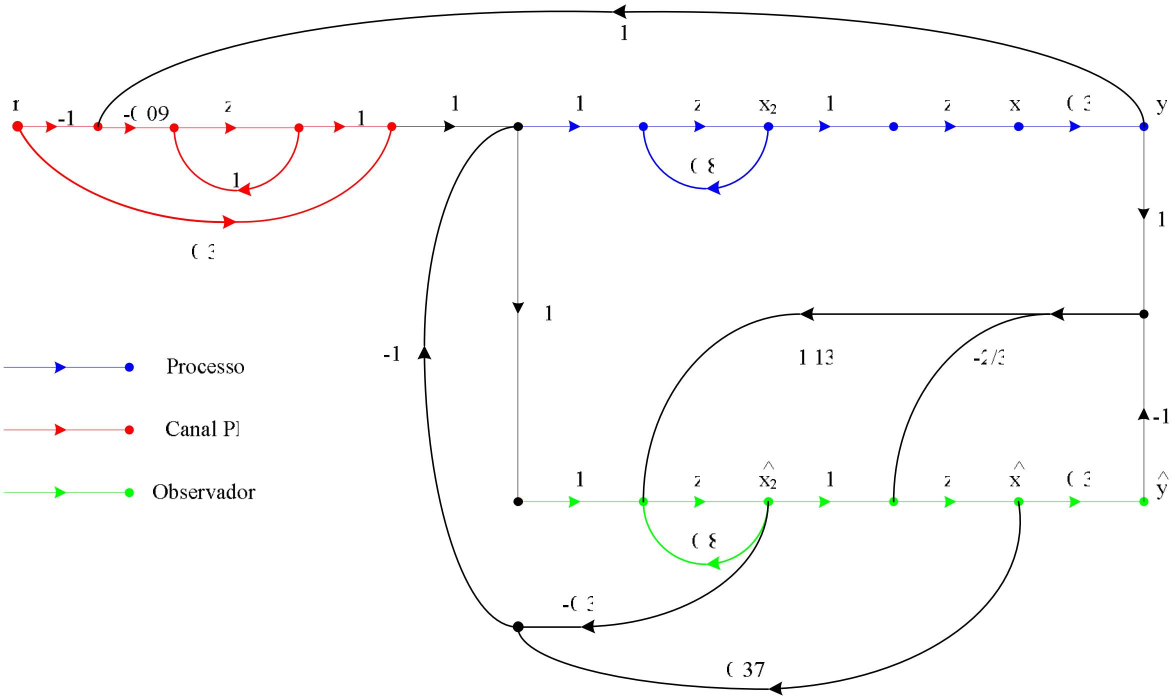
$$|z\mathbf{I} - \phi + \Gamma K| = \begin{bmatrix} z-1 & -0{,}3 & 0 \\ 0 & z & -1 \\ k_I & k_1 & z - 0{,}8 + k_2 \end{bmatrix} = z^3 + z^2(k_2 - 1{,}8) + z(0{,}8 + k_1 - k_2) + 0{,}3k_I - k_1$$

$$(z - 0{,}7)^3 + = z^3 - 2{,}1z^2 + 1{,}47z - 0{,}343$$

$$\boxed{K = \begin{bmatrix} k_I & k_1 & k_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0{,}09 & 0{,}37 & -0{,}3 \end{bmatrix}}$$

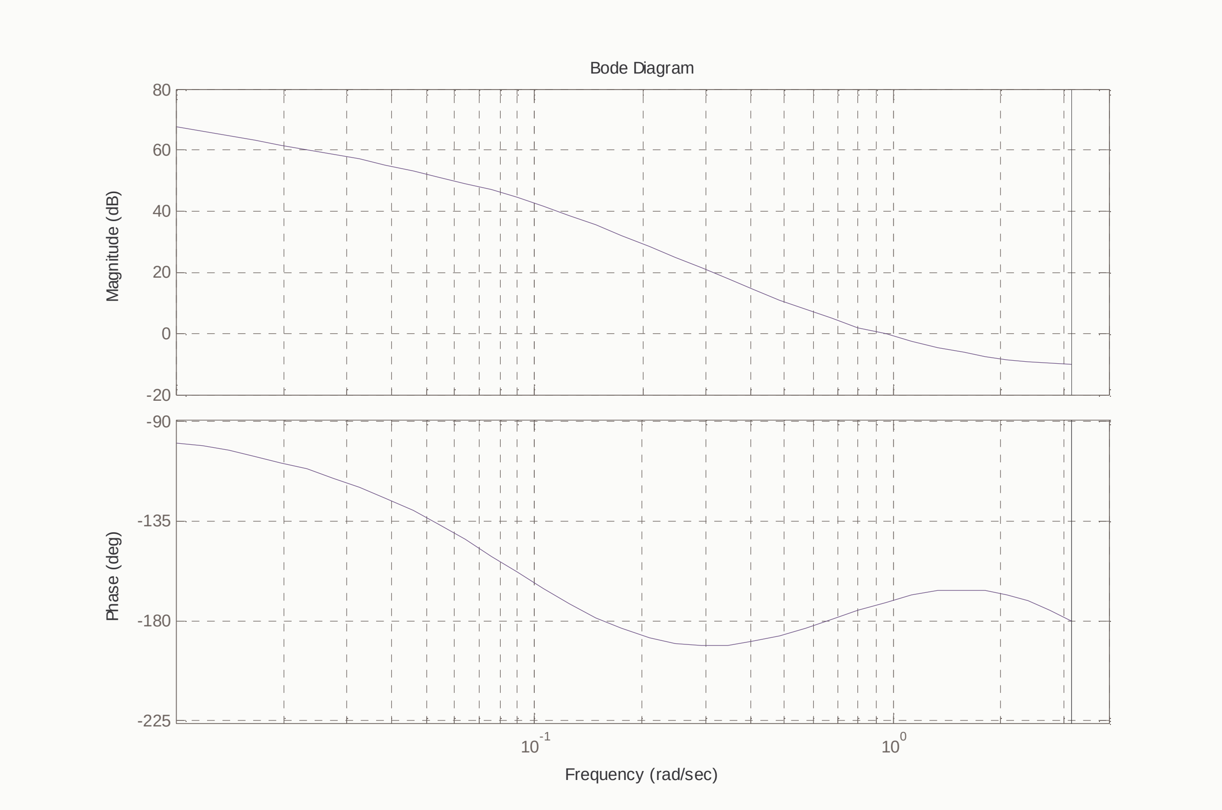
Fator de ajuste de ganho $0{,}7 = 1 - \dfrac{0{,}09}{\overline{N}} \rightarrow \overline{N} = \dfrac{0{,}09}{0{,}3}$ $\quad \boxed{\overline{N} = 0{,}3}$

c) Fluxografo



4ª ***Questão***: (2 Pts) Um sistema discreto, estável em malha aberta, apresenta o seguinte diagrama de Bode.

a) Para quais valores de ganho este sistema é estável em malha fechada?
b) Em malha fechada, qual o erro a uma rampa unitária de referência?



a) Pelo diagrama de Nyquist, com N=0 → Estável: $-\infty_{dB} < K_{dB} < -35$dB e -5dB $< K_{dB} < 10$dB
(0 < K < 0,0178) e (0,56 < K < 3,16)

b) $Kv \approx 70dB_{10^{-2}rad/s} - 40dB = 30dB = 31,6$
$e_{ss} = 1/Kv = 0,0316$