

Capítulo 6

Estabilidade

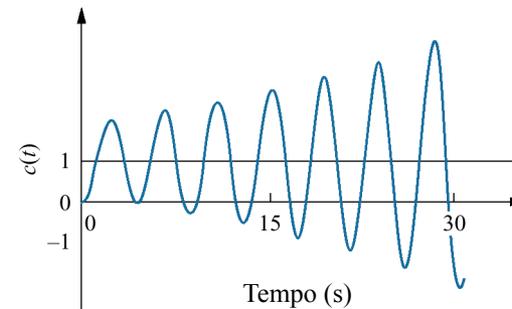
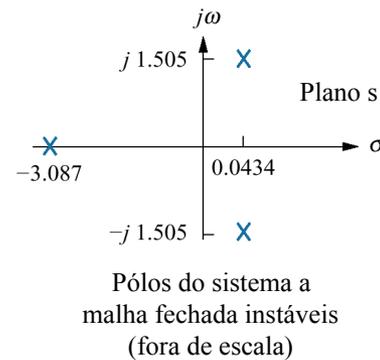
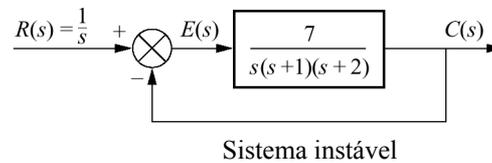
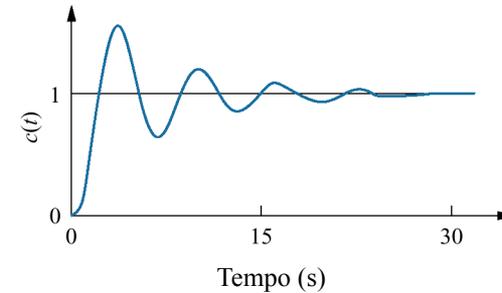
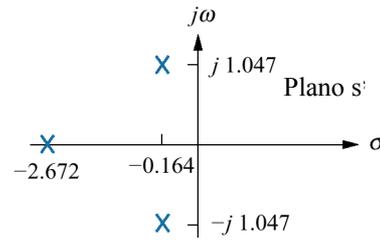
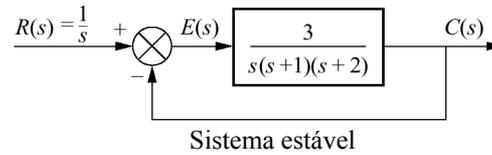
Adaptado de:

3a ed. Engenharia de Sistemas de Controle -
Norman S. Nise

Pólos em malha fechada e resposta:

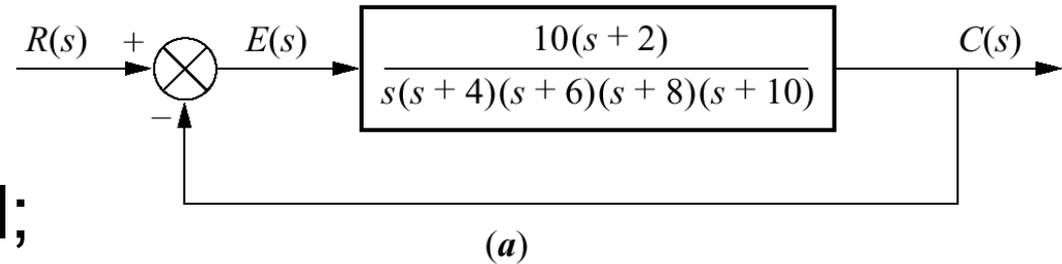
a. sistema estável;

b. sistema instável

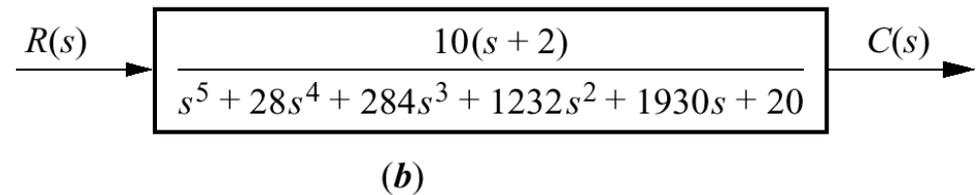


Causa comum de problemas
na determinação de pólos a malha fechada:

a. sistema original;



b. sistema equivalente



Função de transferência a malha fechada equivalente

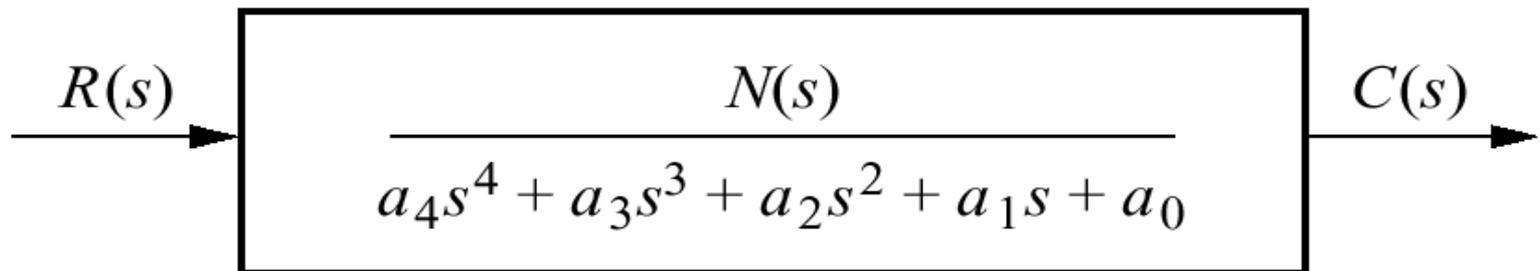


Tabela 6.1
Leiaute inicial da
tabela de Routh

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2			
s^1			
s^0			

Tabela 6.2
Tabela de
Routh
completa

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

Fig. 6.4

a. Sistema com retroação do Exemplo 6.1;

b. sistema a malha fechada equivalente

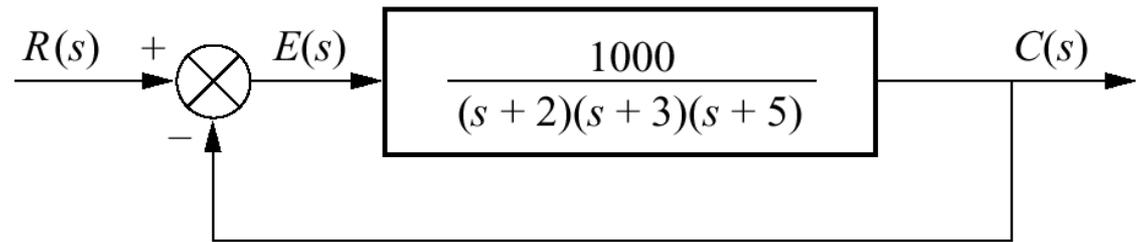
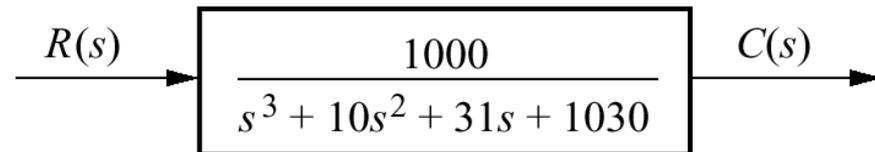
**(a)****(b)**

Tabela 6.3

Tabela de Routh completa para o Exemplo 6.1

s^3	1	31	0
s^2	10 1	1030 103	0
s^1	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 31 \\ 1 & 103 \end{vmatrix}}{1} = -72$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$
s^0	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 103 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 103$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$

Tabela 6.4
Tabela de Routh completa para o Exemplo 6.2

s^5	1	3	5
s^4	2	6	3
s^3	$\cancel{0} \ \epsilon$	$\frac{7}{2}$	0
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	3	0
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	0	0
s^0	3	0	0

Tabela 6.5
 Determinação dos sinais na primeira coluna de uma Tabela de Routh com zero na primeira coluna de uma linha

Rótulo	Primeira coluna	$\epsilon = +$	$\epsilon = -$
s^5	1	+	+
s^4	2	+	+
s^3	$\cancel{0} \epsilon$	+	-
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	-	+
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	+	+
s^0	3	+	+

Tabela 6.6
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.3

s^5	3	6	2
s^4	5	3	1
s^3	4,2	1,4	
s^2	1,33	1	
s^1	-1,75		
s^0	1		

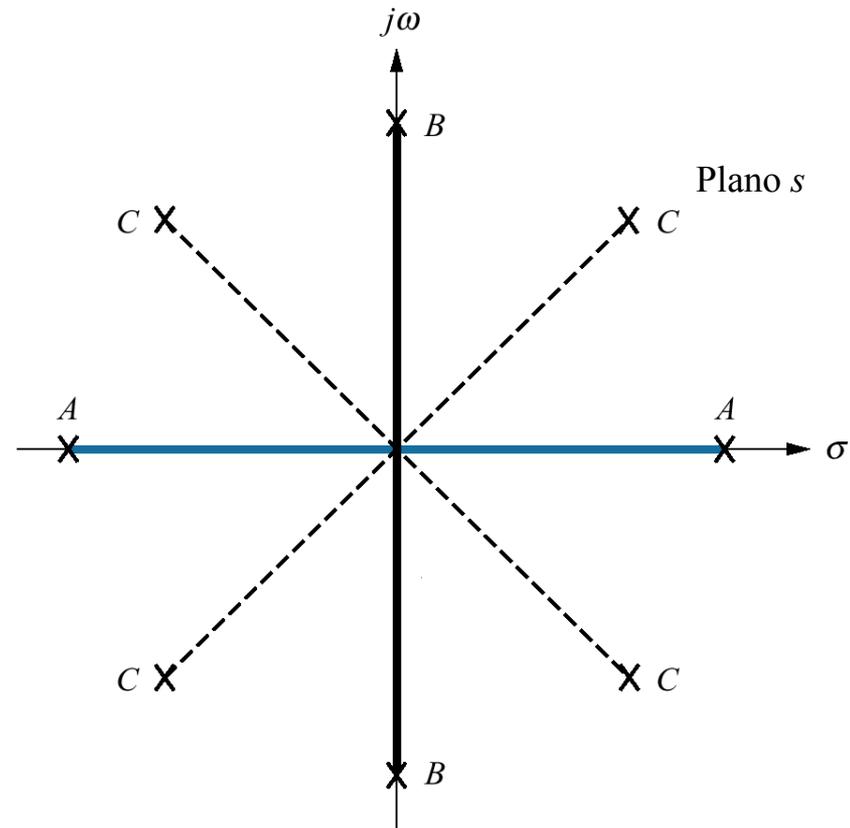
Tabela 6.7

Tabela de Routh para o Exemplo 6.4

s^5	1	6	8
s^4	7 1	42 6	56 8
s^3	0 4 1	0 12 3	0 0 0
s^2	3	8	0
s^1	$\frac{1}{3}$	0	0
s^0	8	0	0

Fig. 6.5

Localização das raízes para a geração de polinômios pares: A, B, C ou qualquer das combinações



- A: Reais e simétricas em relação à origem —————
- B: Imaginárias e simétricas em relação à origem —————
- C: Quadrantais e simétricas em relação à origem - - - - -

Tabela 6.8
Tabela de Routh para o Exemplo 6.5

s^8	1	12	39	48	20
s^7	1	22	59	38	0
s^6	10 -1	20 -2	10 1	20 2	0
s^5	20 1	60 3	40 2	0	0
s^4	1	3	2	0	0
s^3	0 4 2	0 6 3	0 0	0	0
s^2	$\frac{3}{2}$ 3	4	0	0	0
s^1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
s^0	4	0	0	0	0

Tabela 6.9

Resumo da localização de pólos para o Exemplo 6.5

Par (quarta ordem)	Resto (quarta ordem)	Total (oitava ordem)
0 spd	2 spd	2 spd
0 spe	2 spe	2 spe
4 $j\omega$	0 $j\omega$	4 $j\omega$

Nota: spd = semiplano da direita; spe = semiplano da esquerda

Fig. 6.6

Sistema de controle com retroação para o Exemplo 6.6

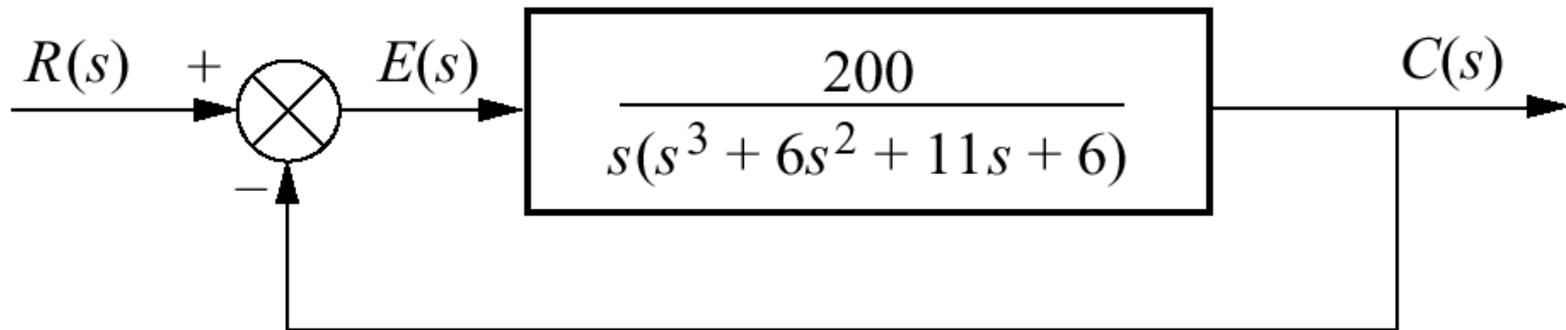


Tabela 6.10

Tabela de Routh para o Exemplo 6.6

s^4	1	11	200
s^3	1 1	1 1	
s^2	1 1	200 20	
s^1	-19		
s^0	20		

Fig. 6.7
Sistema de controle com
retroação para Exemplo 6.7

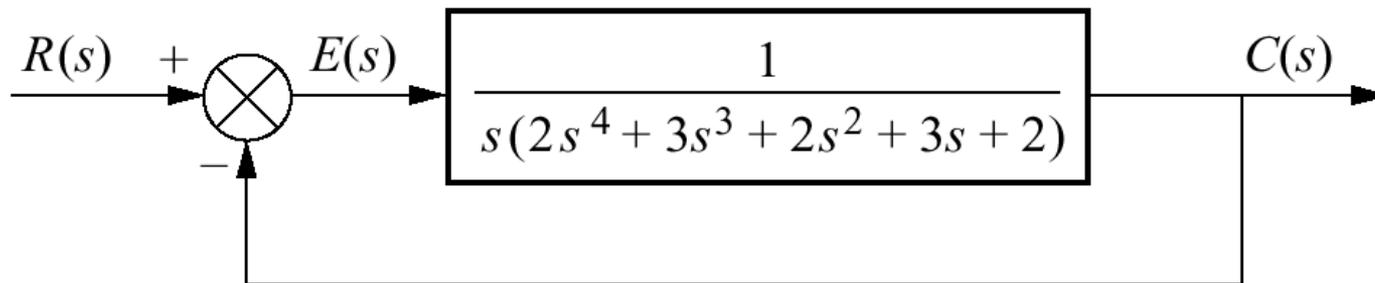


Tabela 6.11
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.7

s^5	2	2	2
s^4	3	3	1
s^3	$\theta \epsilon$	$\frac{4}{3}$	
s^2	$\frac{3\epsilon - 4}{\epsilon}$	1	
s^1	$\frac{12\epsilon - 16 - 3\epsilon^2}{9\epsilon - 12}$		
s^0	1		

Tabela 6.12
Tabela de Routh
alternativa para o
Exemplo 6.7

s^5	1	3	3
s^4	2	2	2
s^3	2	2	
s^2	$\cancel{0} \ \epsilon$	2	
s^1	$\frac{2\epsilon - 4}{\epsilon}$		
s^0	2		

Fig. 6.8

Sistema de controle com retroação para o Exemplo 6.8

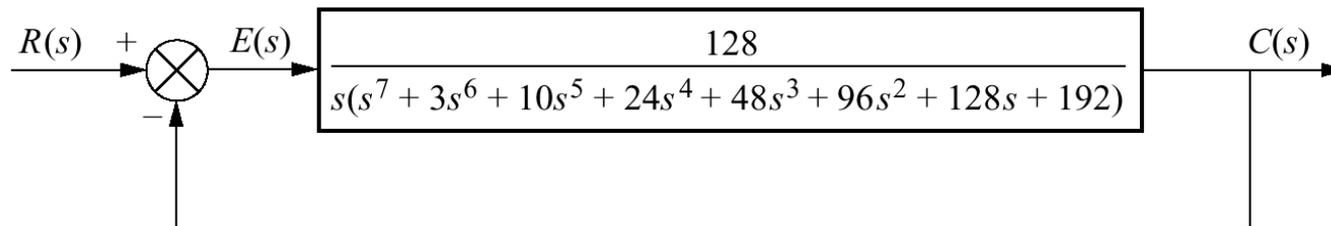


Tabela 6.13

Tabela de Routh para o Exemplo 6.8

s^8	1	10	48	128	128
s^7	3 1	24 8	96 32	192 64	
s^6	2 1	16 8	64 32	128 64	
s^5	0 6 3	0 32 16	0 64 32	0 0 0	
s^4	$\frac{8}{3}$ 1	$\frac{64}{3}$ 8	64 24		
s^3	-8 -1	-40 -5			
s^2	3 1	24 8			
s^1	3				
s^0	8				

Tabela 6.14

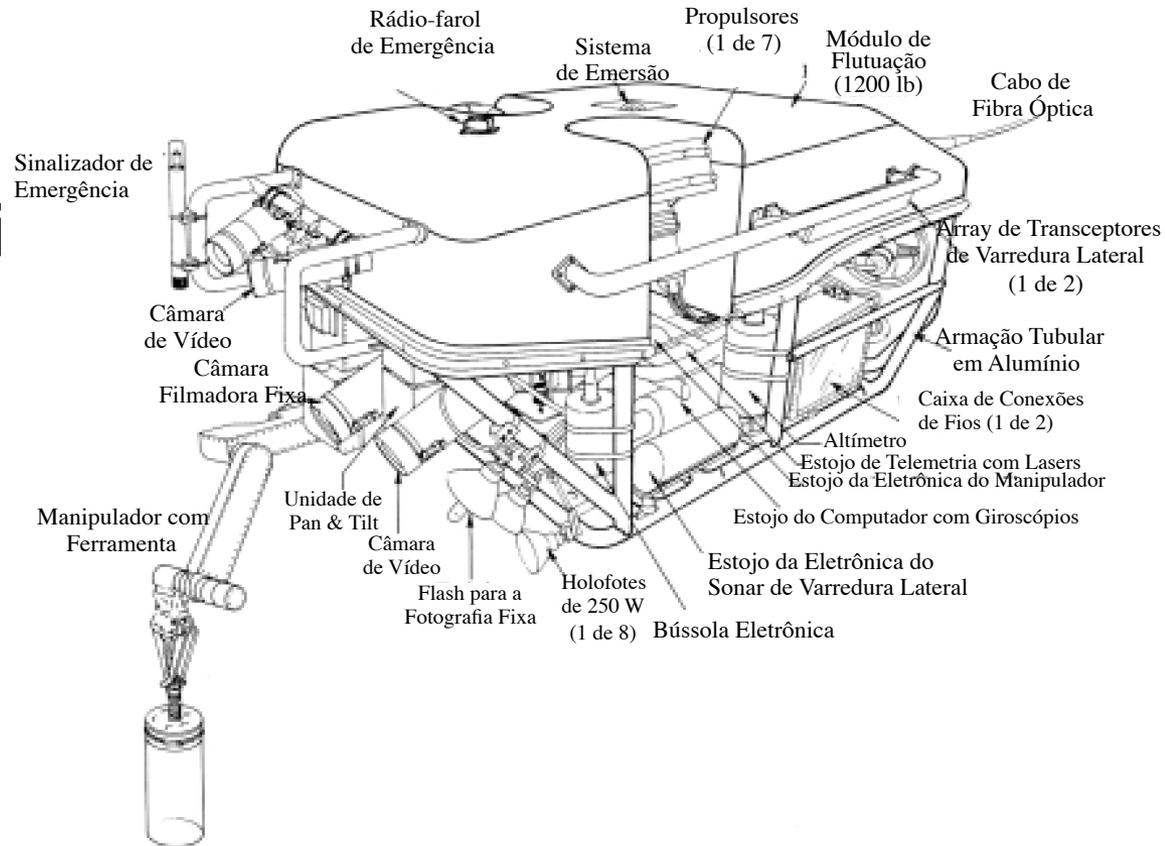
Resumo da localização de pólos para o Exemplo 6.8

Par (sexta ordem)	Resto (segunda ordem)	Total (oitava ordem)
2 spd	0 spd	2 spd
2 spe	2 spe	4 spe
2 $j\omega$	0 $j\omega$	2 $j\omega$

Nota: spd = semiplano da direita; spe = semiplano da esquerda

Fig. 6.9

Jason é um veículo subaquático controlado remotamente que foi usado para explorar os destroços do *Lusitânia*. O manipulador e a câmara constituem alguns dos sistemas de controle do veículo.



Cortesia de Woods Hole Oceanographic Institution.

Fig. 6.10
Sistema de controle
com retroação para o
Exemplo 6.9

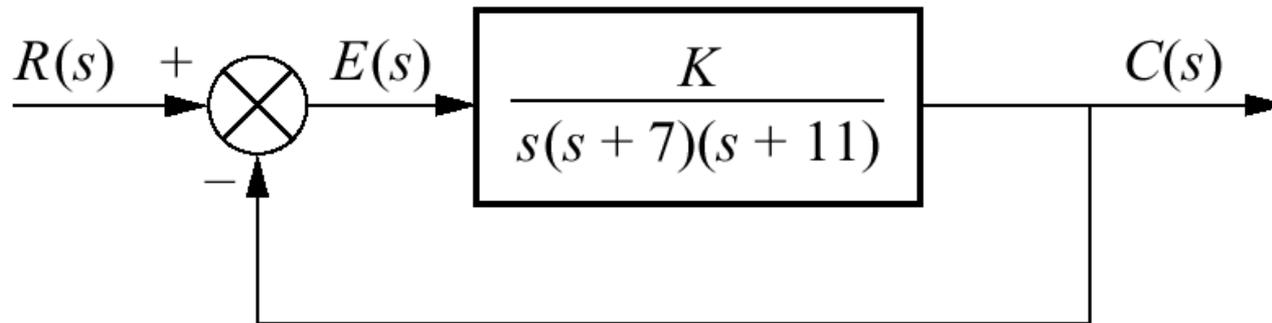


Fig. 6.11

O Robô FANUC M-400 pode ser configurado com 4 ou 5 graus de liberdade. É visto aqui movimentando e empilhando caixas.



Cortesia de Fanuc Robotics.

Tabela 6.15
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.9

s^3	1	77
s^2	18	K
s^1	$\frac{1386 - K}{18}$	
s^0	K	

Tabela 6.16

Tabela de Routh
para o
Exemplo 6.9 com
 $K = 1386$

s^3	1	77
s^2	18	1386
s^1	0 36	
s^0	1386	

Tabela 6.17

Tabela de Routh para o Exemplo 6.10

s^4	1	30	200
s^3	3 1	30 10	
s^2	20 1	200 10	
s^1	0 2	0 0	
s^0	10		

Tabela 6.18

Tabela de Routh para o Exemplo 6.11

s^3	1	-7
s^2	8 -3	52 -26
s^1	$-\frac{47}{3}$ -1	0 0
s^0	-26	

Tabela 6.19

Tabela de Routh para o estudo de caso do controle de uma antena

s^3	1	171
s^2	101,71	6,63K
s^1	$17392,41 - 6,63K$	0
s^0	6,63K	

Tabela 6.20

Tabela de Routh para o estudo de caso do veículo UFSS

s^4	1	3,457	$0,0416 + 0,109 K_1$
s^3	3,456	$0,719 + 0,25 K_1$	
s^2	$11,228 - 0,25 K_1$	$0,144 + 0,377 K_1$	
s^1	$\frac{-0,0625K_1^2 + 1,3241K_1 + 7,575}{11,228 - 0,25 K_1}$		
s^0	$0,144 + 0,377 K_1$		

Nota: Algumas linhas foram multiplicadas por uma constante positiva, por conveniência

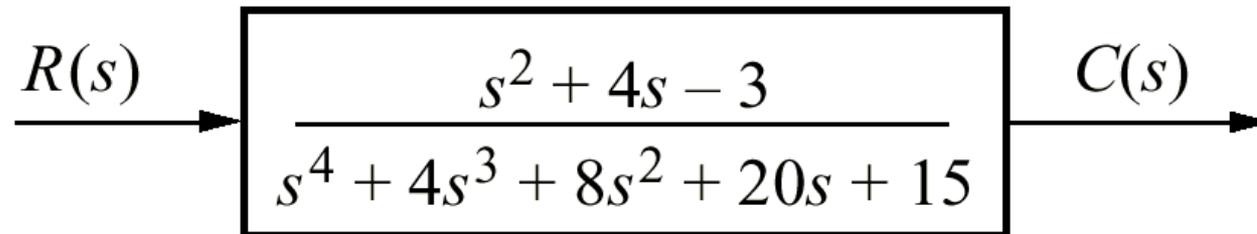
Fig. P6.1

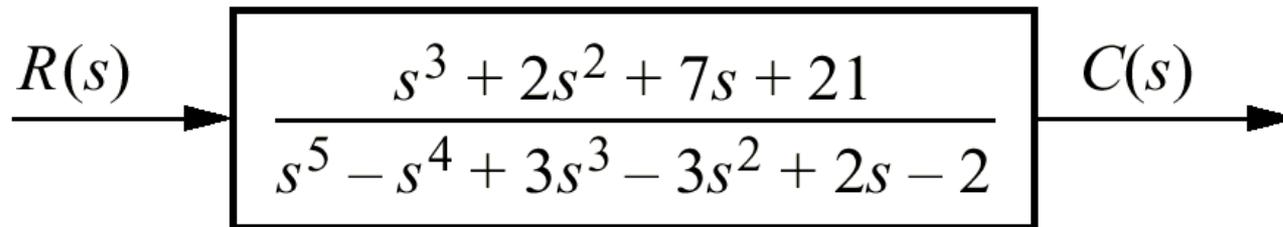
Fig. P6.2

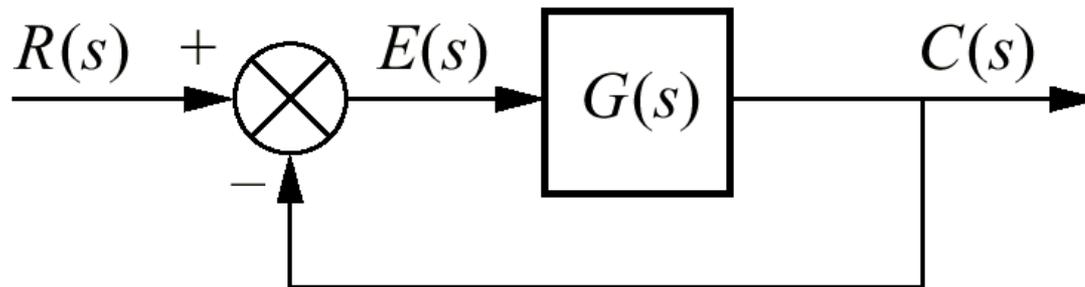
Fig. P6.3

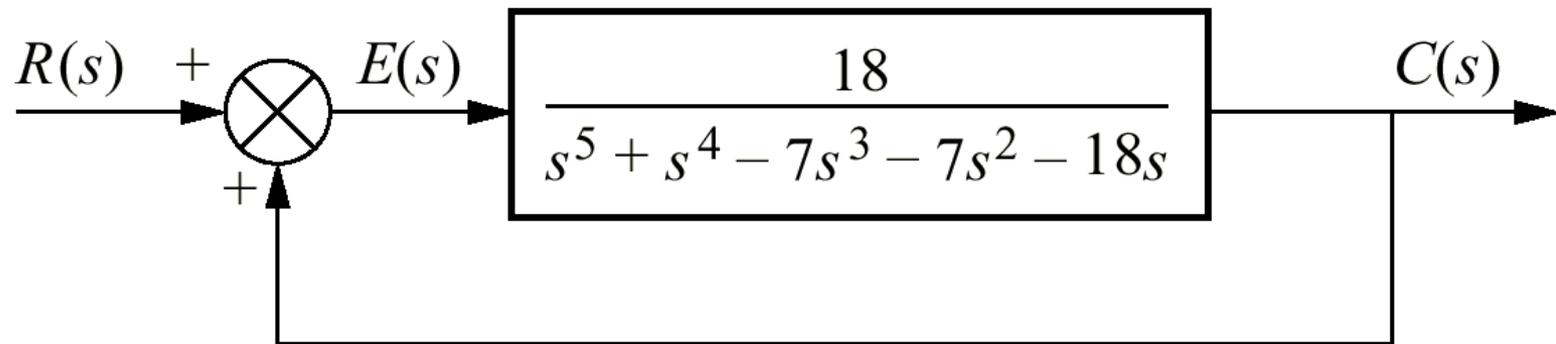
Fig. P6.4

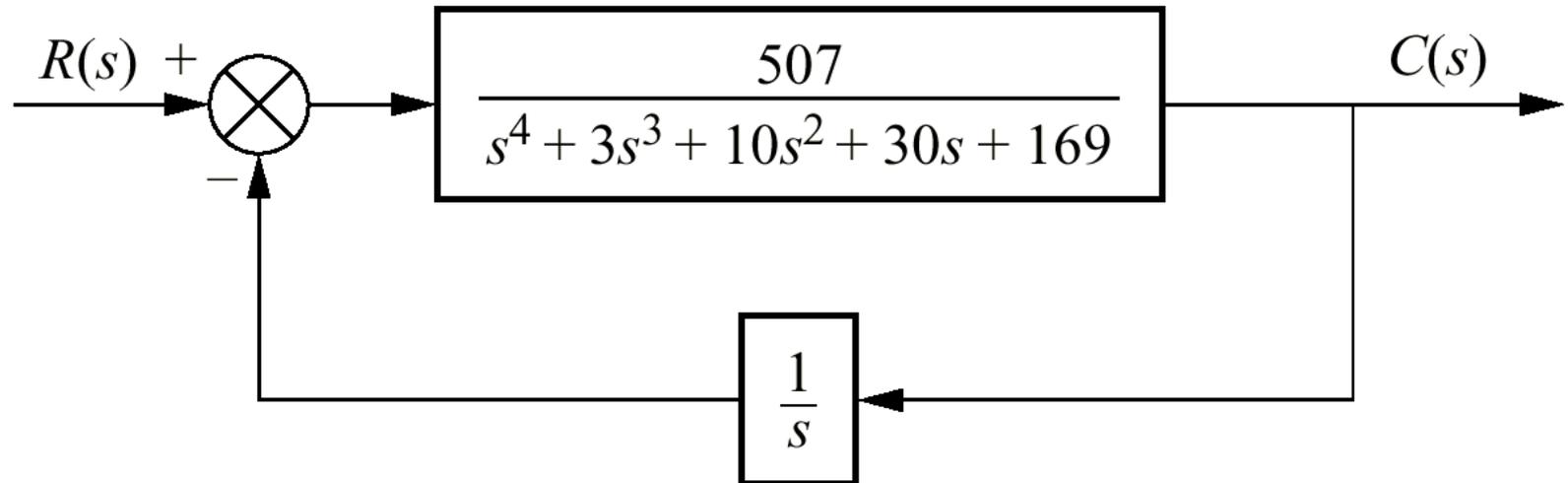
Fig. P6.5

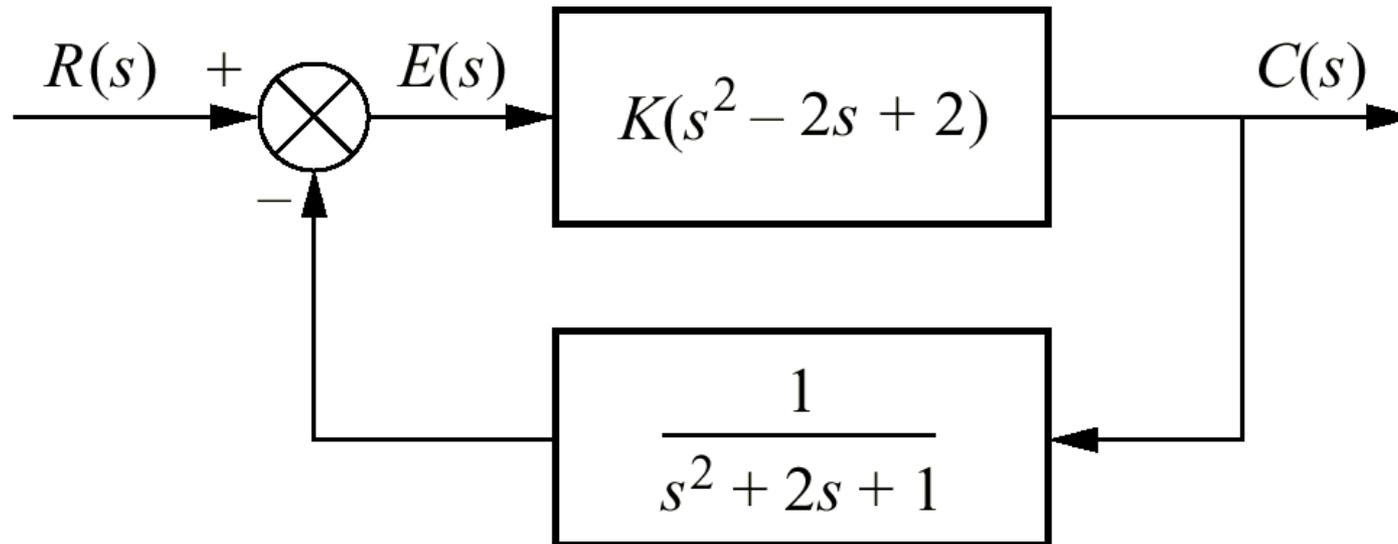
Fig. P6.6

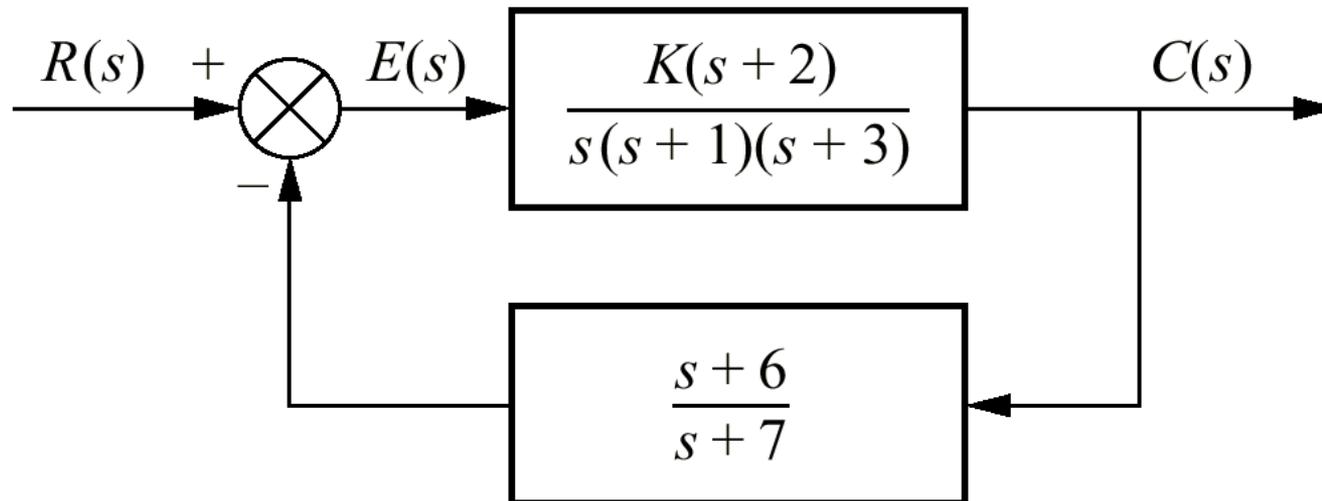
Fig. P6.7

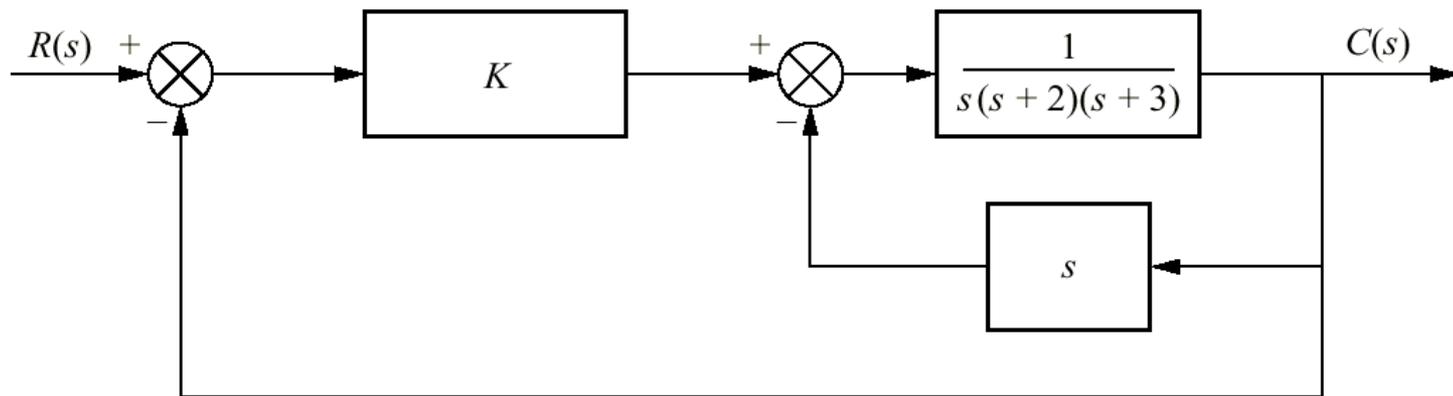
Fig. P6.8

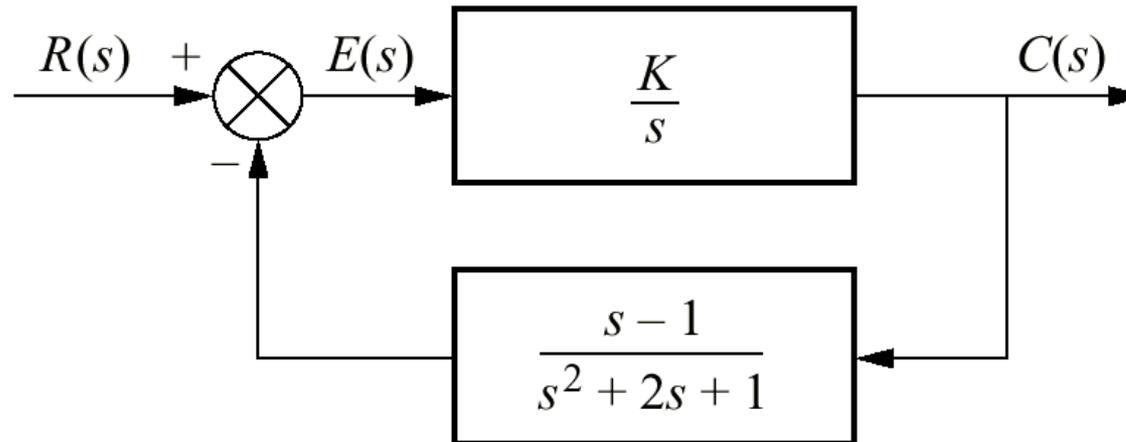
Fig. P6.9

Fig. P6.10

Sistema a malha fechada com gráfico dos pólos

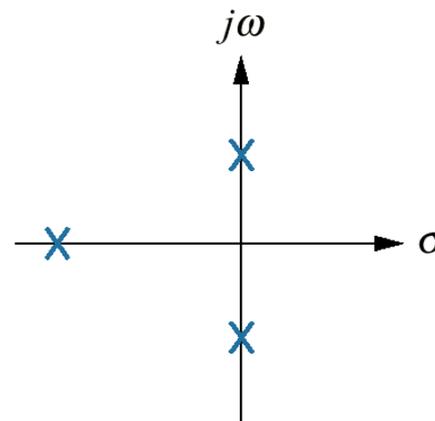
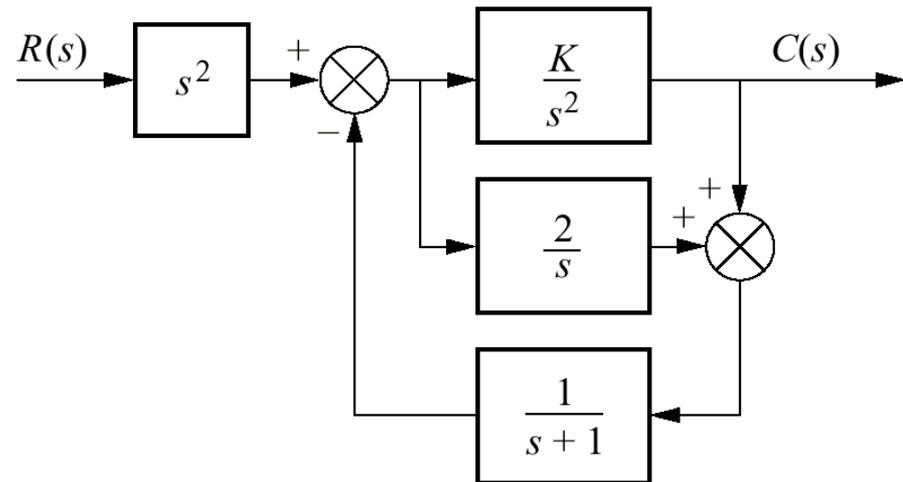


Fig. P6.11

Modelo da malha de arfagem de um avião

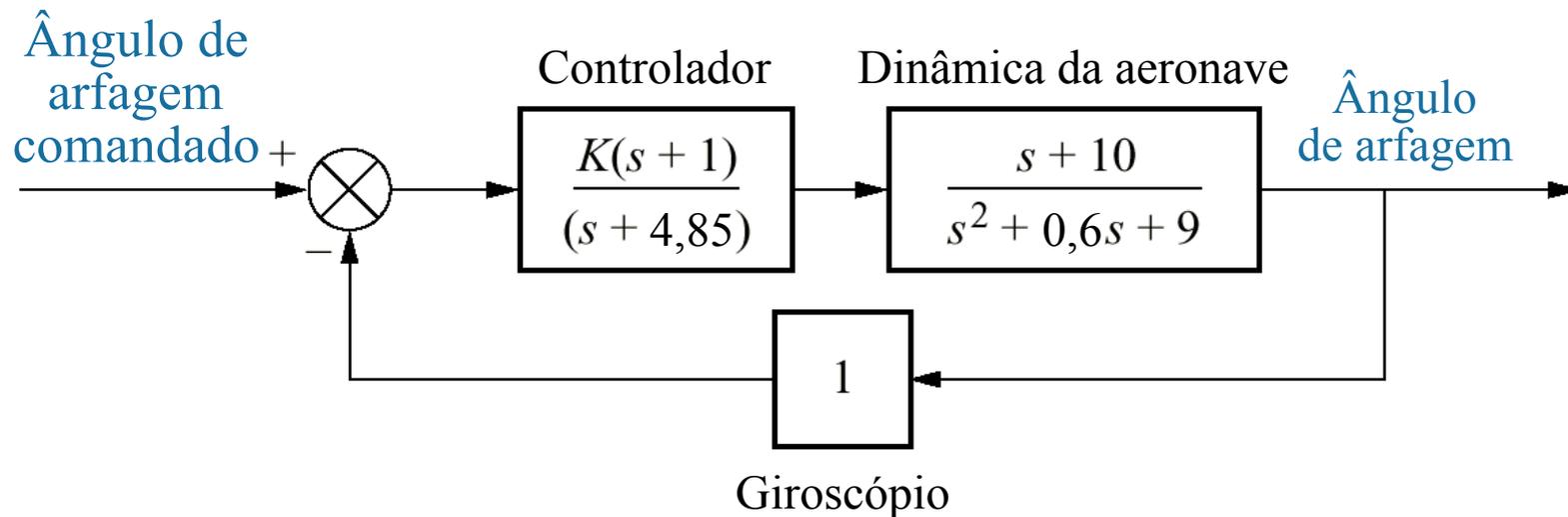


Fig. P6.12

Diagrama de blocos de um sistema de controle de processo químico

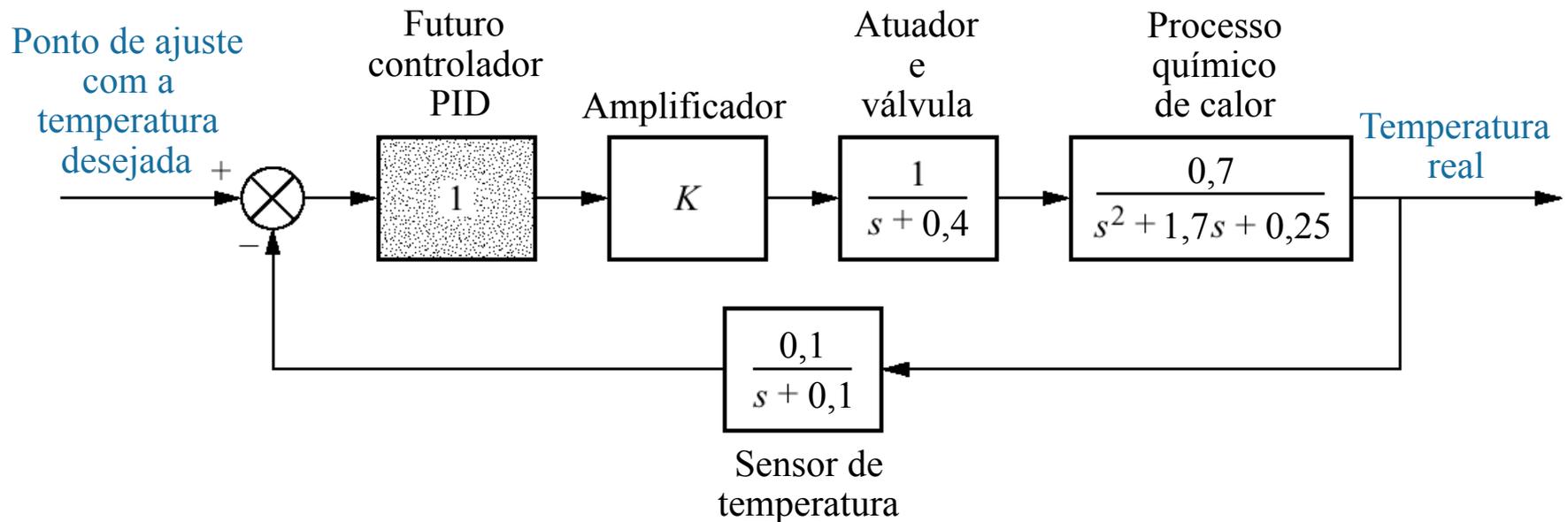


Fig. P6.13

a. *Soft Arm* usado para alimentar pessoas;
 b. diagrama de blocos simplificado

Cortesia de Kazuhiko Kawamura, Vanderbilt University.



(a)

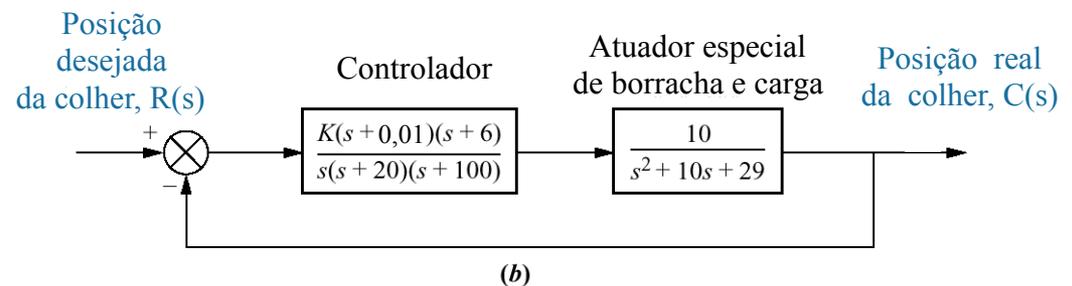


Fig. P6.14

Controle do ângulo de rolamento de um veículo rebocado

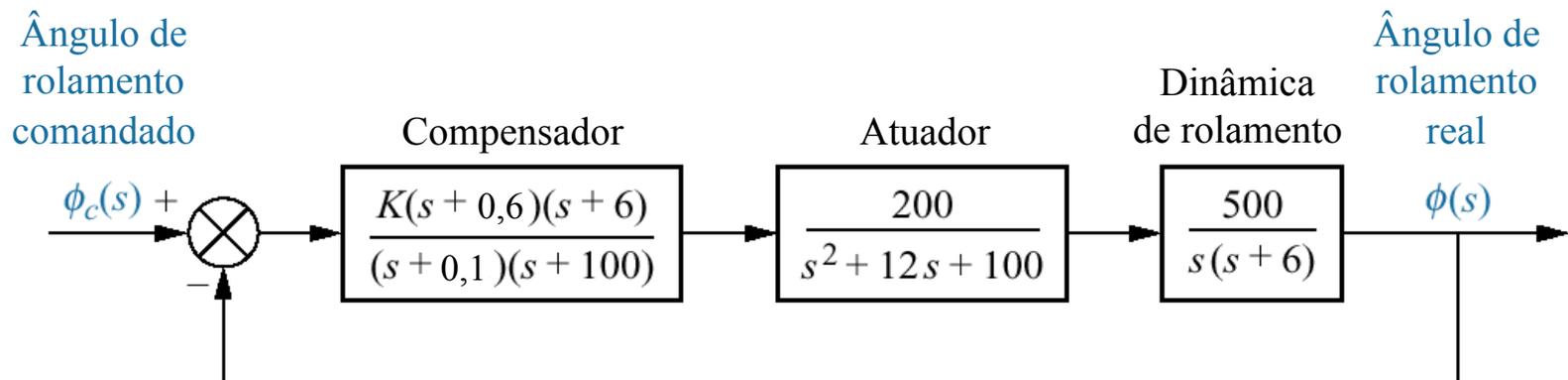
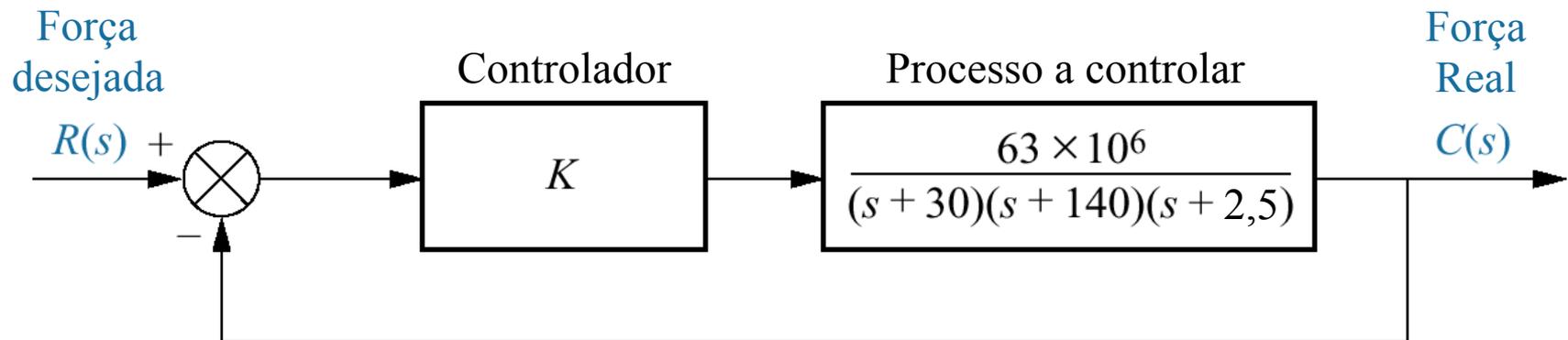


Fig. P6.15

Sistema de controle da força de corte



© 1997 ASME.

© Japan Air Lines/ Photo Researchers.



Fig. P6.16

a. Sistema de transporte com levitação magnética;

b. diagrama de blocos simplificado (© 1998 IEEE)

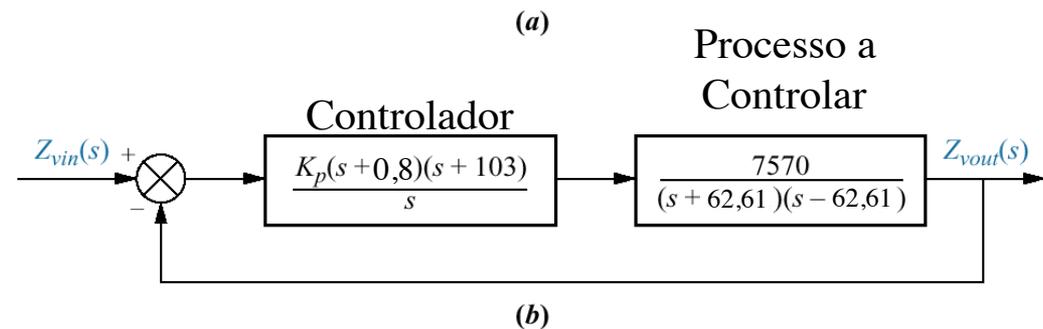


Tabela 6.1
Leiaute inicial da
tabela de Routh

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2			
s^1			
s^0			

Tabela 6.2
Tabela de Routh Completa

s^4	a_4	a_2	a_0
s^3	a_3	a_1	0
s^2	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & a_2 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}}{a_3} = b_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & a_0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = b_2$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_4 & 0 \\ a_3 & 0 \end{vmatrix}}{a_3} = 0$
s^1	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}}{b_1} = c_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$	$\frac{- \begin{vmatrix} a_3 & 0 \\ b_1 & 0 \end{vmatrix}}{b_1} = 0$
s^0	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = d_1$	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$	$\frac{- \begin{vmatrix} b_1 & 0 \\ c_1 & 0 \end{vmatrix}}{c_1} = 0$

Tabela 6.3

Tabela de Routh completa para o Exemplo 6.1

s^3	1	31	0
s^2	10 1	1030 103	0
s^1	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 31 \\ 1 & 103 \end{vmatrix}}{1} = -72$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}}{1} = 0$
s^0	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 103 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 103$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$	$\frac{-\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ -72 & 0 \end{vmatrix}}{-72} = 0$

Tabela 6.4
Tabela de Routh completa para o Exemplo 6.2

s^5	1	3	5
s^4	2	6	3
s^3	$\cancel{0} \ \epsilon$	$\frac{7}{2}$	0
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	3	0
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	0	0
s^0	3	0	0

Tabela 6.5
 Determinação dos sinais na primeira coluna de uma Tabela de Routh com zero na primeira coluna de uma linha

Rótulo	Primeira coluna	$\epsilon = +$	$\epsilon = -$
s^5	1	+	+
s^4	2	+	+
s^3	$\cancel{0} \epsilon$	+	-
s^2	$\frac{6\epsilon - 7}{\epsilon}$	-	+
s^1	$\frac{42\epsilon - 49 - 6\epsilon^2}{12\epsilon - 14}$	+	+
s^0	3	+	+

Tabela 6.6
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.3

s^5	3	6	2
s^4	5	3	1
s^3	4,2	1,4	
s^2	1,33	1	
s^1	-1,75		
s^0	1		

Tabela 6.7

Tabela de Routh para o Exemplo 6.4

s^5	1	6	8
s^4	7 1	42 6	56 8
s^3	0 4 1	0 12 3	0 0 0
s^2	3	8	0
s^1	$\frac{1}{3}$	0	0
s^0	8	0	0

Tabela 6.8
Tabela de Routh para o Exemplo 6.5

s^8	1	12	39	48	20
s^7	1	22	59	38	0
s^6	10 -1	20 -2	10 1	20 2	0
s^5	20 1	60 3	40 2	0	0
s^4	1	3	2	0	0
s^3	0 4 2	0 6 3	0 0 0	0	0
s^2	$\frac{3}{2}$ 3	2 4	0	0	0
s^1	$\frac{1}{3}$	0	0	0	0
s^0	4	0	0	0	0

Tabela 6.9

Resumo da localização de pólos para o Exemplo 6.5

Par (quarta ordem)	Resto (quarta ordem)	Total (oitava ordem)
0 spd	2 spd	2 spd
0 spe	2 spe	2 spe
4 $j\omega$	0 $j\omega$	4 $j\omega$

Nota: spd = semiplano da direita; spe = semiplano da esquerda

Tabela 6.10

Tabela de Routh para o Exemplo 6.6

s^4	1	11	200
s^3	1 1	1 1	
s^2	1 1	200 20	
s^1	-19		
s^0	20		

Tabela 6.11
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.7

s^5	2	2	2
s^4	3	3	1
s^3	$\theta \epsilon$	$\frac{4}{3}$	
s^2	$\frac{3\epsilon - 4}{\epsilon}$	1	
s^1	$\frac{12\epsilon - 16 - 3\epsilon^2}{9\epsilon - 12}$		
s^0	1		

Tabela 6.12
Tabela de Routh
alternativa para o
Exemplo 6.7

s^5	1	3	3
s^4	2	2	2
s^3	2	2	
s^2	$\cancel{0} \epsilon$	2	
s^1	$\frac{2\epsilon - 4}{\epsilon}$		
s^0	2		

Tabela 6.13

Tabela de Routh para o Exemplo 6.8

s^8	1	10	48	128	128
s^7	3 1	24 8	96 32	192 64	
s^6	2 1	16 8	64 32	128 64	
s^5	0 6 3	0 32 16	0 64 32	0 0 0	
s^4	$\frac{8}{3}$ 1	$\frac{64}{3}$ 8	64 24		
s^3	-8 -1	-40 -5			
s^2	3 1	24 8			
s^1	3				
s^0	8				

Tabela 6.14

Resumo da localização de pólos para o Exemplo 6.8

Par (sexta ordem)	Resto (segunda ordem)	Total (oitava ordem)
2 spd	0 spd	2 spd
2 spe	2 spe	4 spe
2 $j\omega$	0 $j\omega$	2 $j\omega$

Nota: spd = semiplano da direita; spe = semiplano da esquerda

Tabela 6.15
Tabela de Routh
para o Exemplo
6.9

s^3	1	77
s^2	18	K
s^1	$\frac{1386 - K}{18}$	
s^0	K	

Tabela 6.16

Tabela de Routh
para o
Exemplo 6.9 com
 $K = 1386$

s^3	1	77
s^2	18	1386
s^1	0 36	
s^0	1386	

Tabela 6.17

Tabela de Routh para o Exemplo 6.10

s^4	1	30	200
s^3	3 1	30 10	
s^2	20 1	200 10	
s^1	0 2	0 0	
s^0	10		

Tabela 6.18

Tabela de Routh para o Exemplo 6.11

s^3	1	-7
s^2	8 -3	52 -26
s^1	$-\frac{47}{3}$ -1	0 0
s^0	-26	

Tabela 6.19

Tabela de Routh para o estudo de caso do controle de uma antena

s^3	1	171
s^2	101,71	6,63K
s^1	$17392,41 - 6,63K$	0
s^0	6,63K	

Tabela 6.20

Tabela de Routh para o estudo de caso do veículo UFSS

s^4	1	3,457	$0,0416 + 0,109 K_1$
s^3	3,456	$0,719 + 0,25 K_1$	
s^2	$11,228 - 0,25 K_1$	$0,144 + 0,377 K_1$	
s^1	$\frac{-0,0625K_1^2 + 1,3241K_1 + 7,575}{11,228 - 0,25 K_1}$		
s^0	$0,144 + 0,377 K_1$		

Nota: Algumas linhas foram multiplicadas por uma constante positiva, por conveniência