

# Capítulo 10

## Técnicas de Resposta de Frequência

## Fig.10.1

O Analisador Dinâmico de Sinal HP 35670A obtém dados de resposta de frequência de um sistema físico. Os dados exibidos podem ser usados para analisar, projetar ou determinar um modelo matemático para o sistema.



Cortesia da Hewlett-Packard.

# Fig.10.2

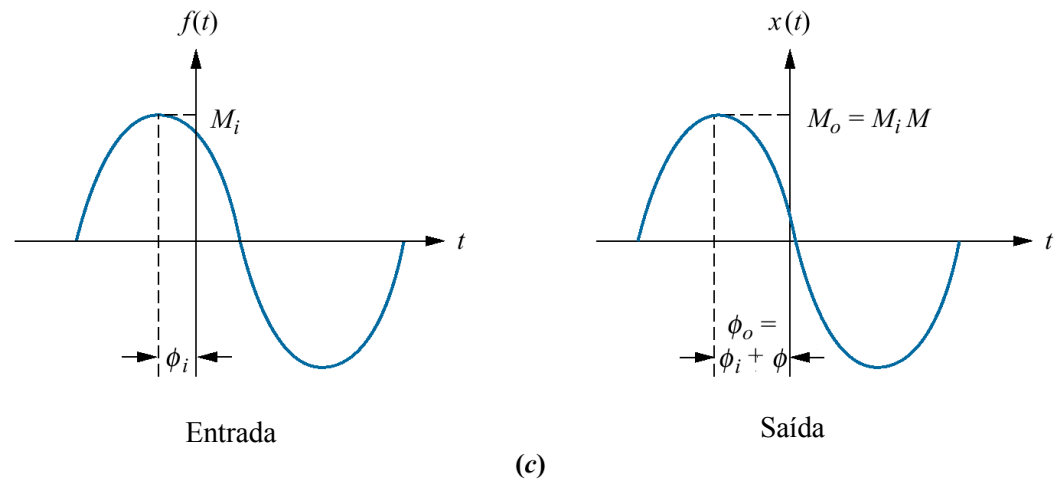
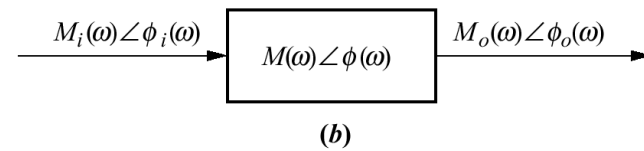
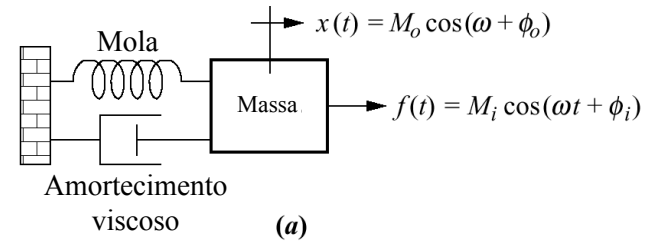
Resposta de freqüência

senoidal:

a. sistema;

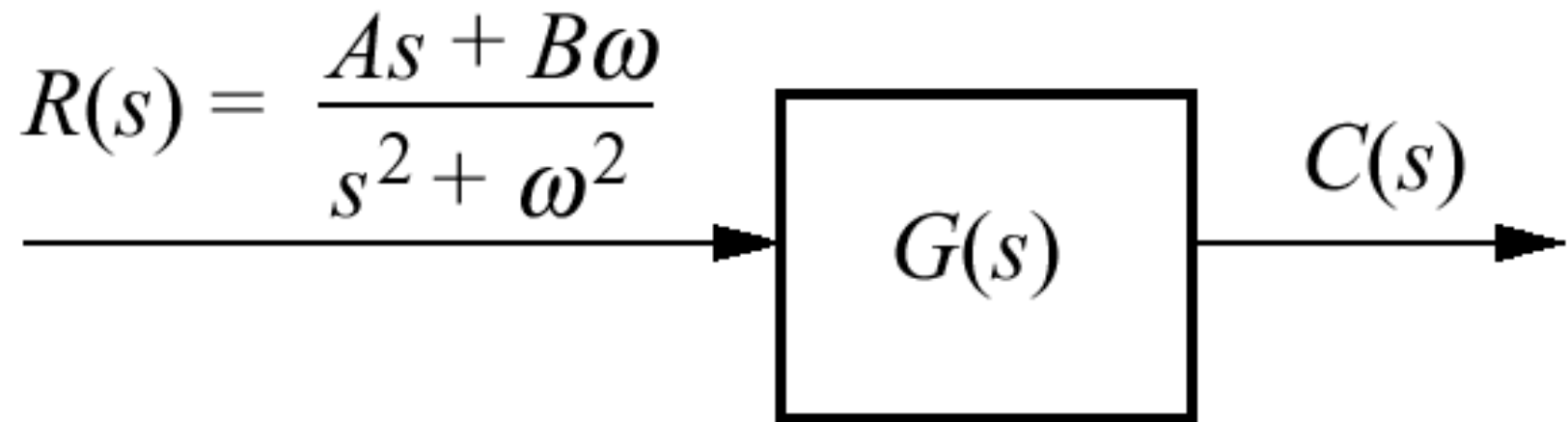
b. função de transferência;

c. formas de onda de entrada e de saída.

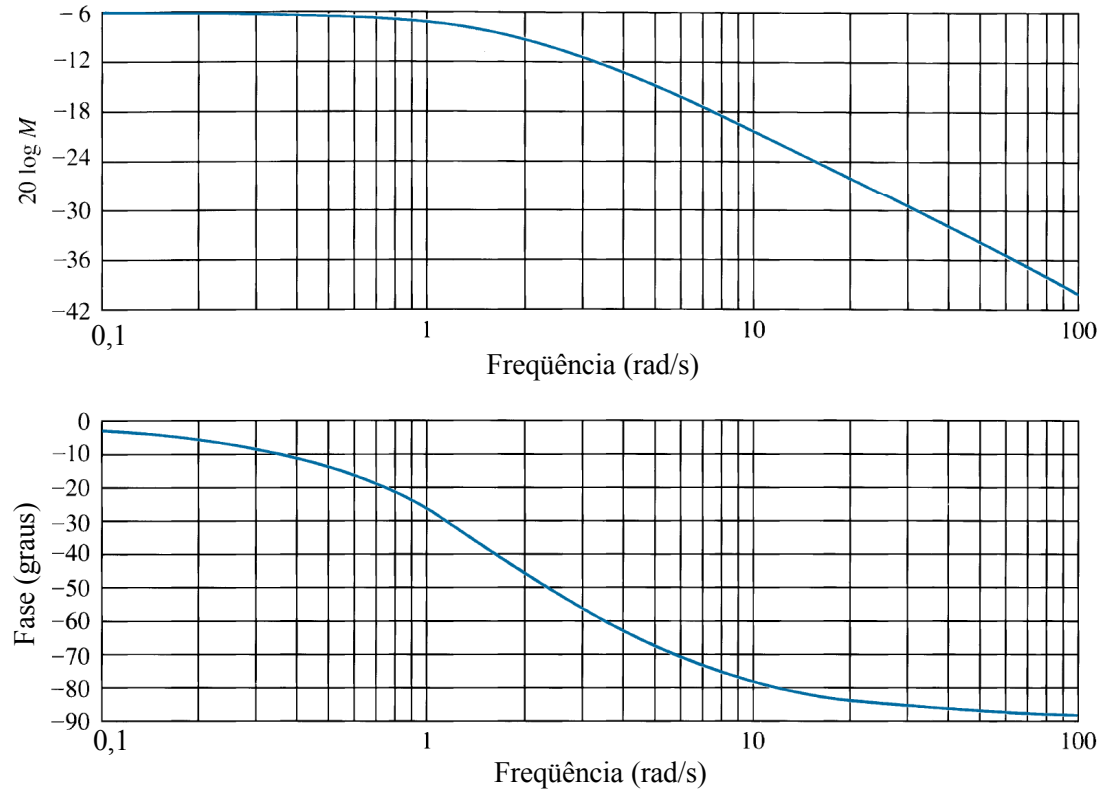


**Fig.10.3**

Sistema com  
entrada senoidal

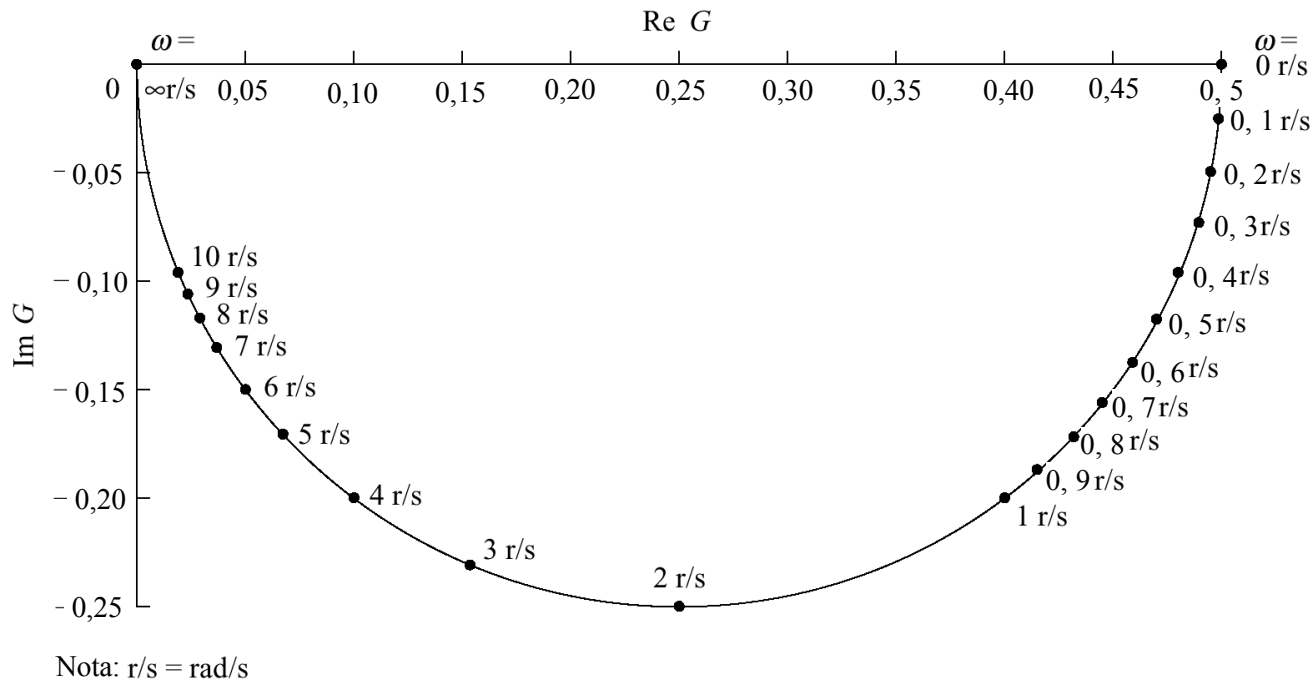


**Fig.10.4**  
 Gráficos de  
 resposta de  
 frequência  
 de  $G(s) =$   
 $1/(s + 2)$  :  
 magnitude  
 e fase separados



# Fig.10.5

Gráficos de resposta de freqüência para:  
 $G(s) = 1/(s + 2)$ : gráfico polar.

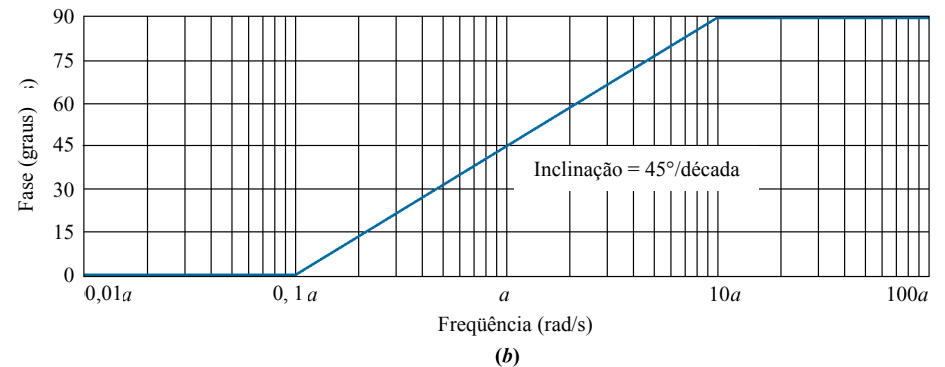
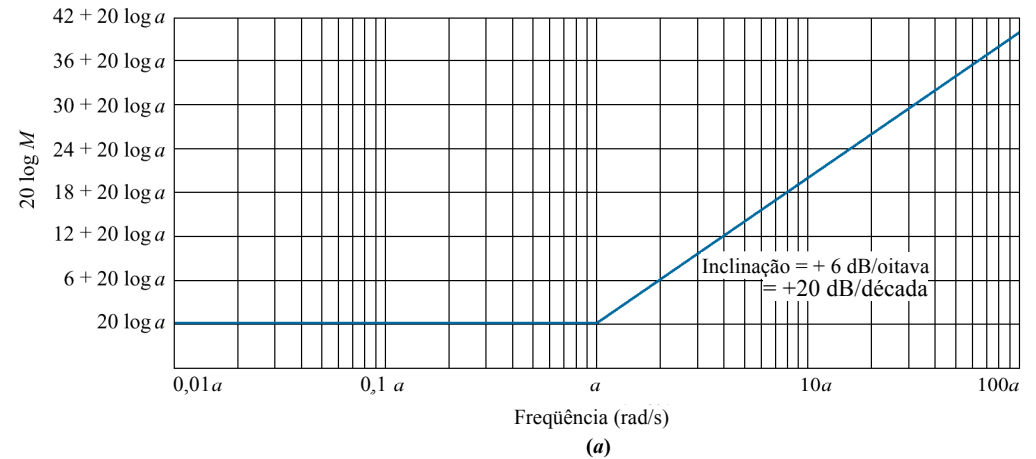


# Fig.10.6

Gráficos de Bode para  $(s + a)$ :

a. gráfico de magnitude;

b. gráfico de fase



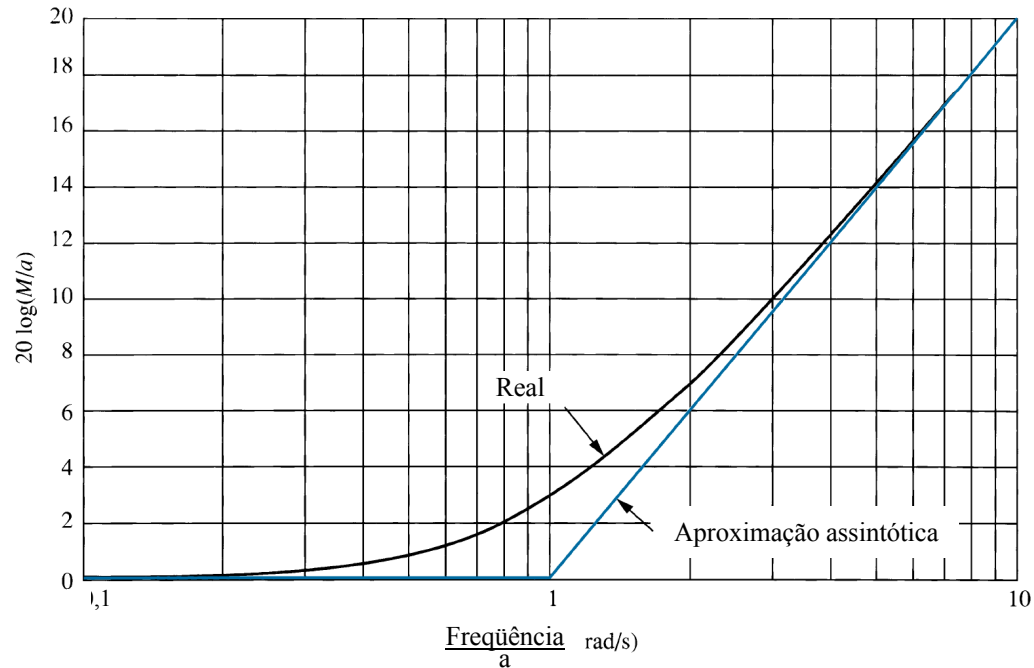
**Tabela 10.1**  
 Dados da  
 resposta de  
 freqüência  
 assintótica e real  
 normalizada e em  
 escala para  
 $(s + a)$

<u>Frequência</u> <u>a</u>	$20 \log \frac{M}{a}$ (dB)		Fase (graus)	
	Assintótica	Real	Assintótica	Real
rad/s				
0,01	0	0,00	0,00	0,57
0,02	0	0,00	0,00	1,15
0,04	0	0,01	0,00	2,29
0,06	0	0,02	0,00	3,43
0,08	0	0,03	0,00	4,57
0,1	0	0,04	0,00	5,71
0,2	0	0,17	13,55	11,31
0,4	0	0,64	27,09	21,80
0,6	0	1,34	35,02	30,96
0,8	0	2,15	40,64	38,66
1	0	3,01	45,00	45,00
2	6	6,99	58,55	63,43
4	12	12,30	72,09	75,96
6	15,56	15,68	80,02	80,54
8	18	18,13	85,64	82,87
10	20	20,04	90,00	84,29
20	26,02	26,03	90,00	87,14
40	32,04	32,04	90,00	88,57
60	35,56	35,56	90,00	89,05
80	38,06	38,06	90,00	89,28
100	40	40,00	90,00	89,43



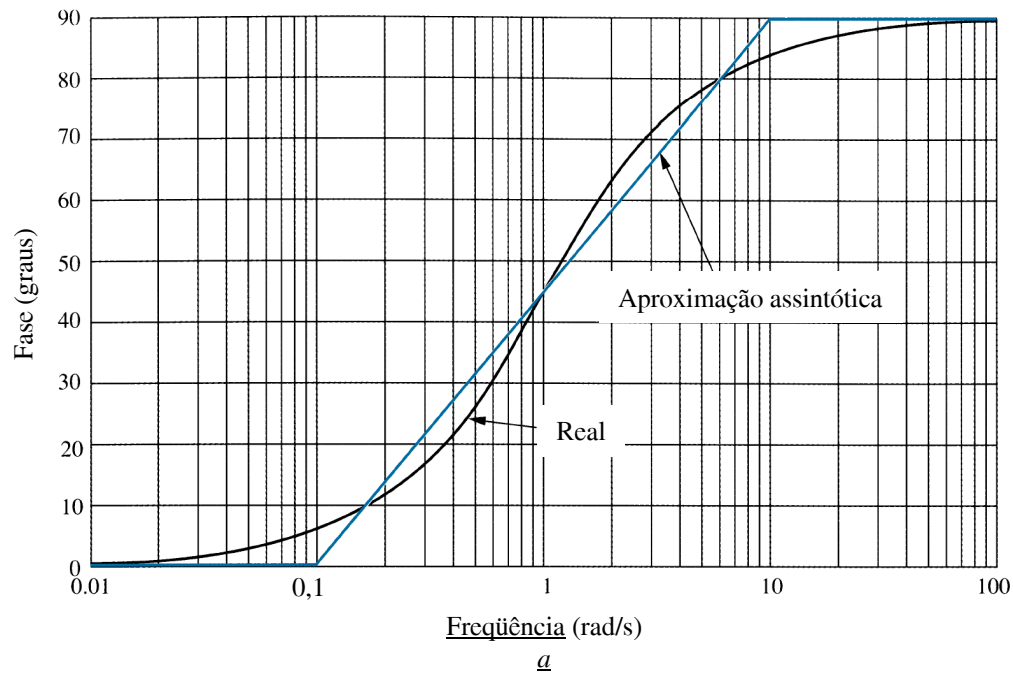
# Fig.10.7

Resposta assintótica e real  
normalizada de magnitude em  
escala para  $(s + a)$



# Fig.10.8

Resposta assintótica e real normalizada de fase em escala para  $(s + a)$ .



# Fig.10.9

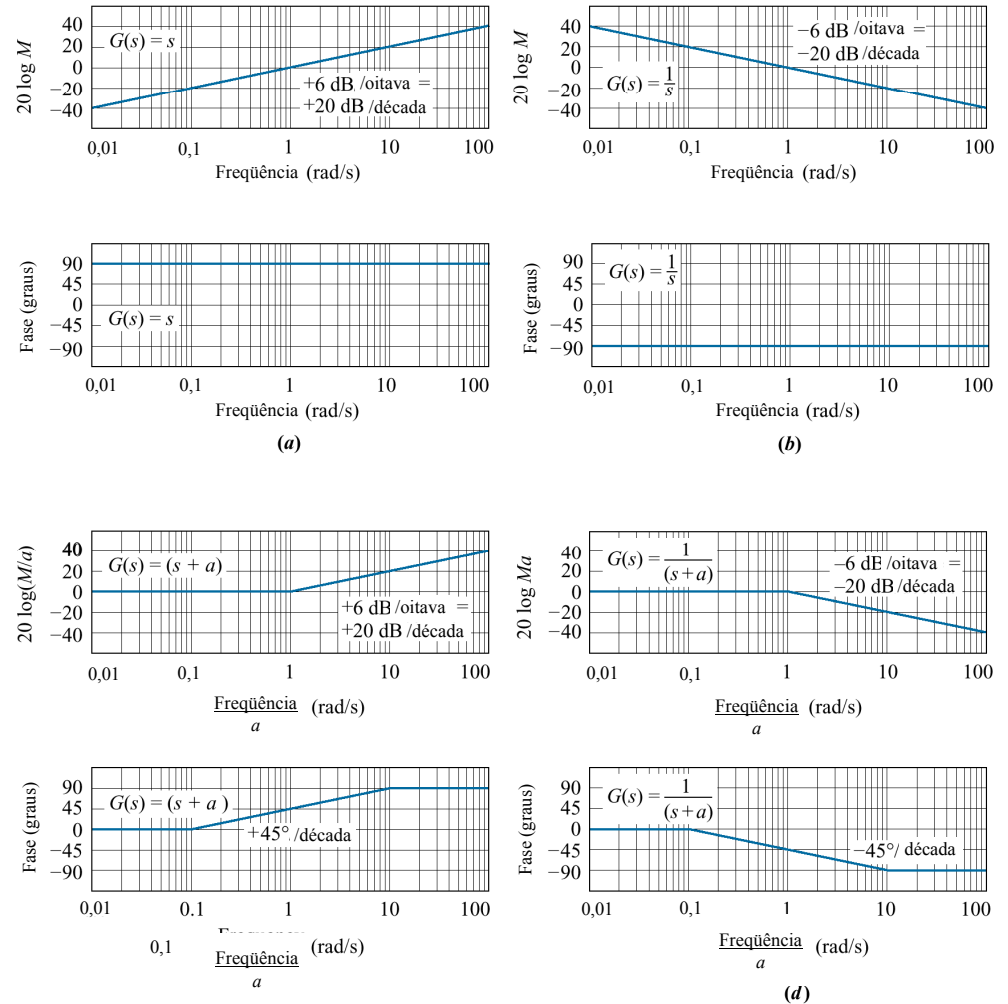
Gráficos de Bode normalizados e em escala para

a.  $G(s) = s$ ;

b.  $G(s) = 1/s$ ;

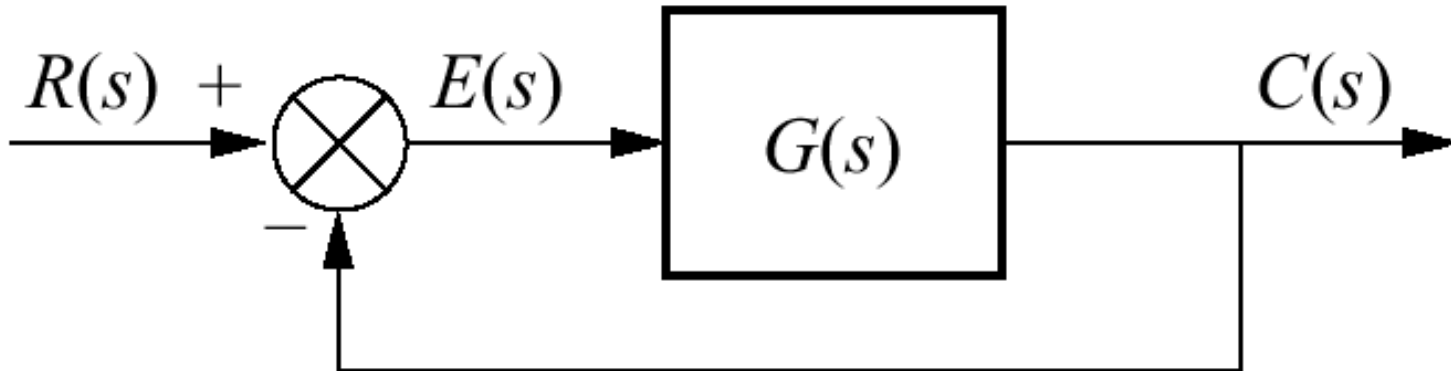
c.  $G(s) = (s + a)$ ;

d.  $G(s) = 1/(s + a)$



# Fig.10.10

Sistema de controle  
com retroação unitária  
a malha fechada

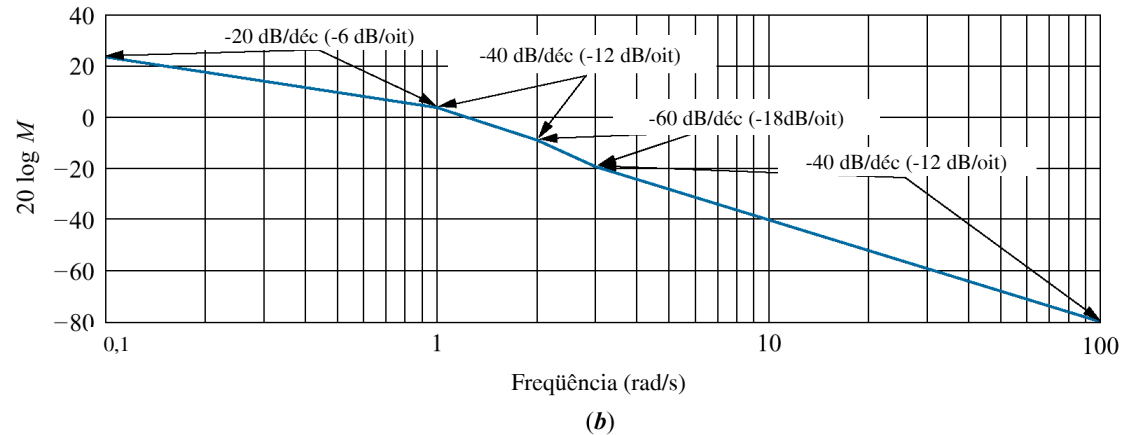
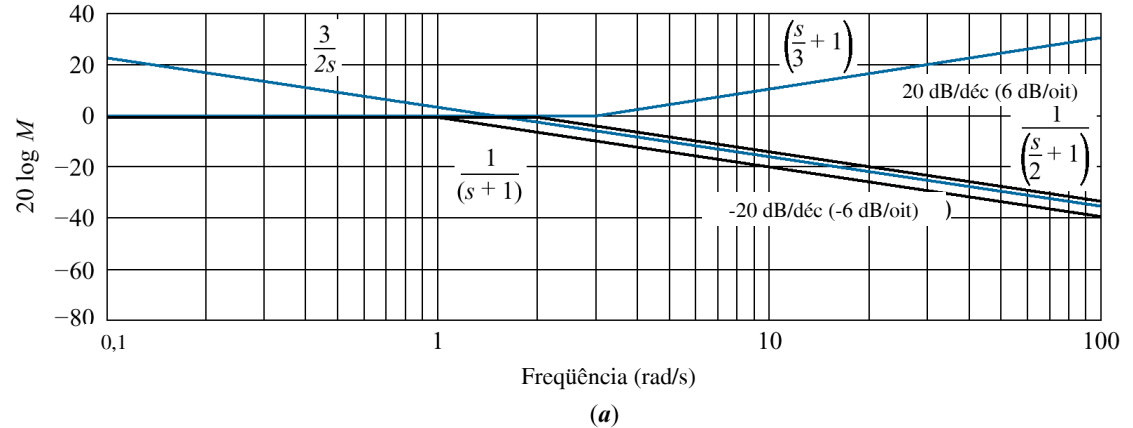


# Fig.10.11

Gráfico

logarítmico de magnitude de Bode para o Exemplo 10.2:

- a. componentes;
- b. composição



## Tabela 10.2

Gráfico de magnitude de Bode: contribuição na inclinação de cada pólo e de cada zero do Exemplo 10.2

	<b>Início: Pólo em 0</b>	<b>Início: Pólo em -1</b>	<b>Início: Pólo em -2</b>	<b>Início: Zero em -3</b>
Frequência (rad/s)	0,1	1	2	3
Pólo em 0	-20	-20	-20	-20
Pólo em -1	0	-20	-20	-20
Pólo em -2	0	0	-20	-20
Zero em -3	0	0	0	20
Inclinação total (dB/década)	-20	-40	-60	-40

## Tabela 10.3

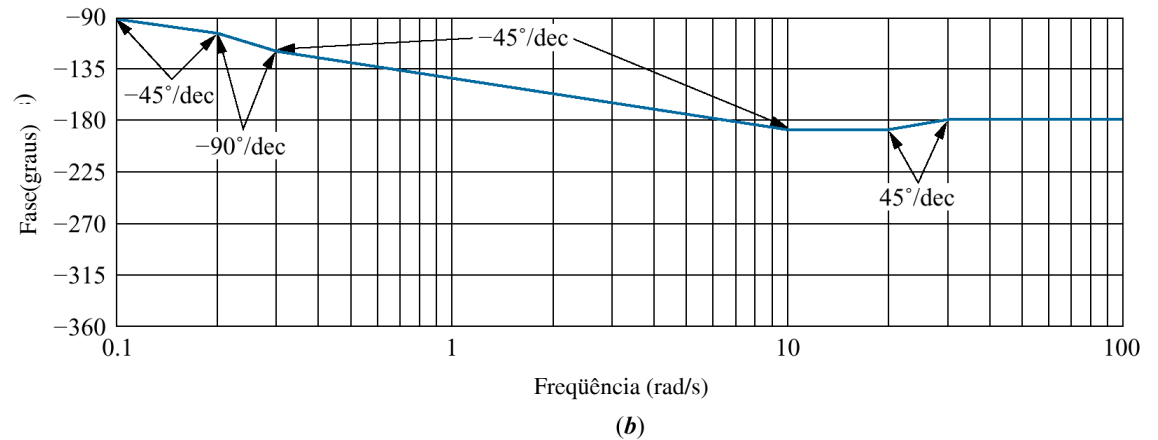
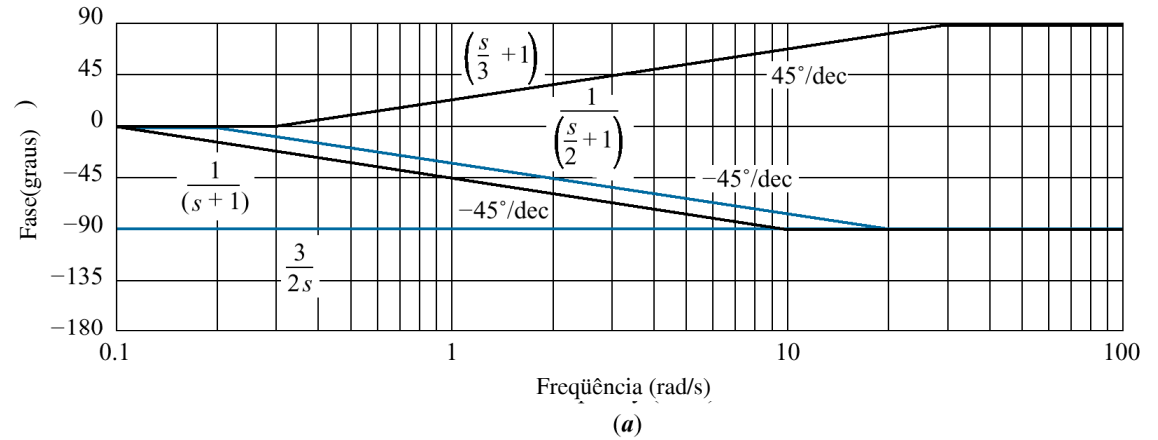
Gráfico de fase de Bode: contribuição na inclinação de cada pólo e de cada zero do Exemplo 10.2

	<b>Início: Pólo em -1</b>	<b>Início: Pólo em -2</b>	<b>Início: Zero em -3</b>	<b>Término: Pólo em -1</b>	<b>Término: Pólo em -2</b>	<b>Término: Zero em -3</b>
Frequência (rad/s)	0,1	0,2	0,3	10	20	30
Pólo em -1	-45	-45	-45	0		
Pólo em -2		-45	-45	-45	0	
Zero em -3			45	45	45	0
Inclinação total (graus/década)	-45	-90	-45	0	45	0

# Fig.10.12

Gráfico de fase de Bode para o Exemplo 10.2:

- a. componente;
- b. composição

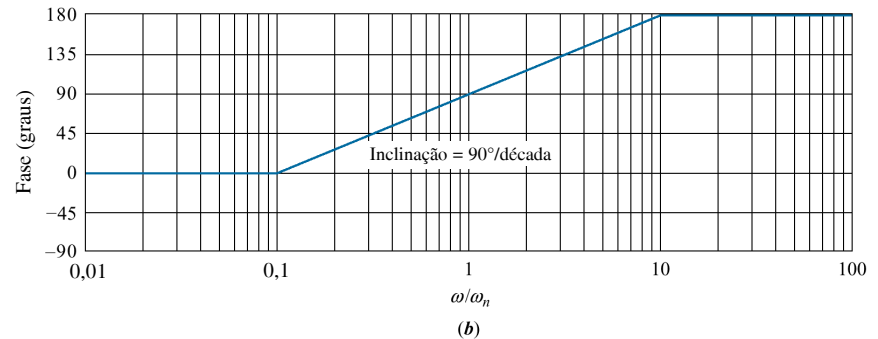
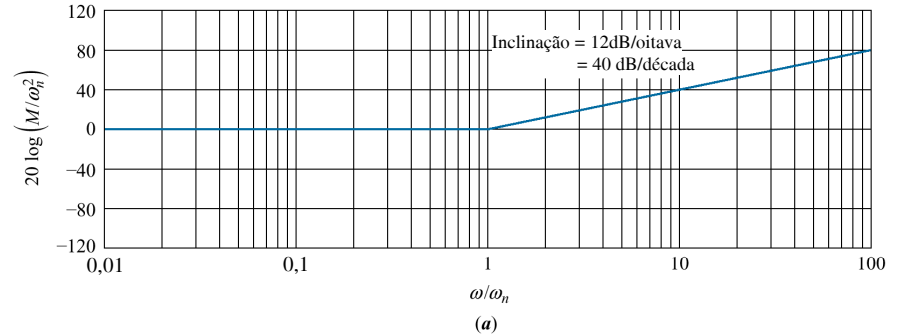




# Fig.10.13

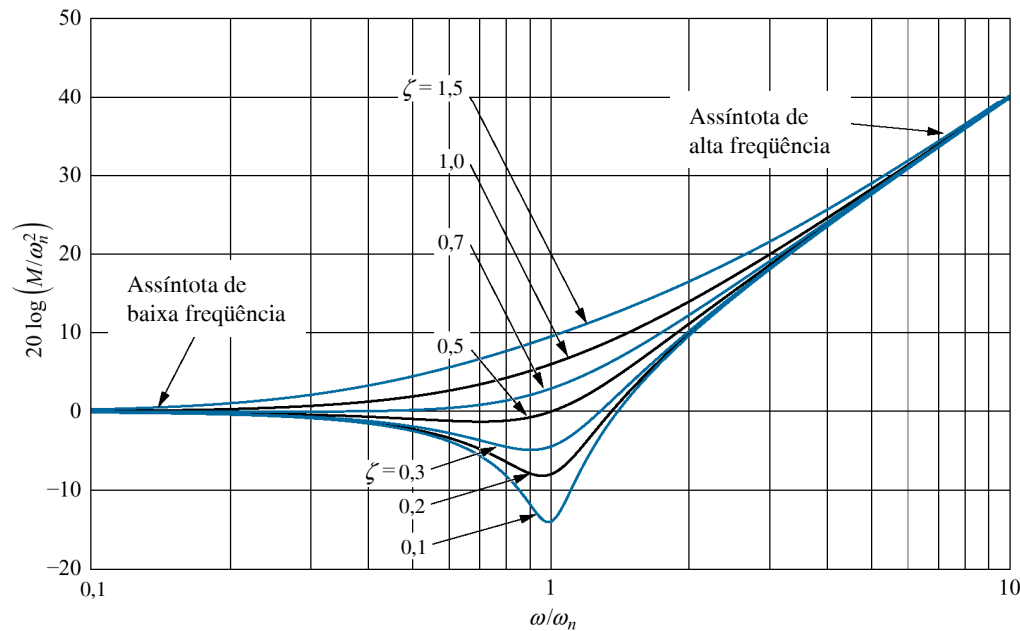
Assíntotas de Bode normalizadas e em escala para  $G(s) = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$ :

- a. magnitude;
- b. fase



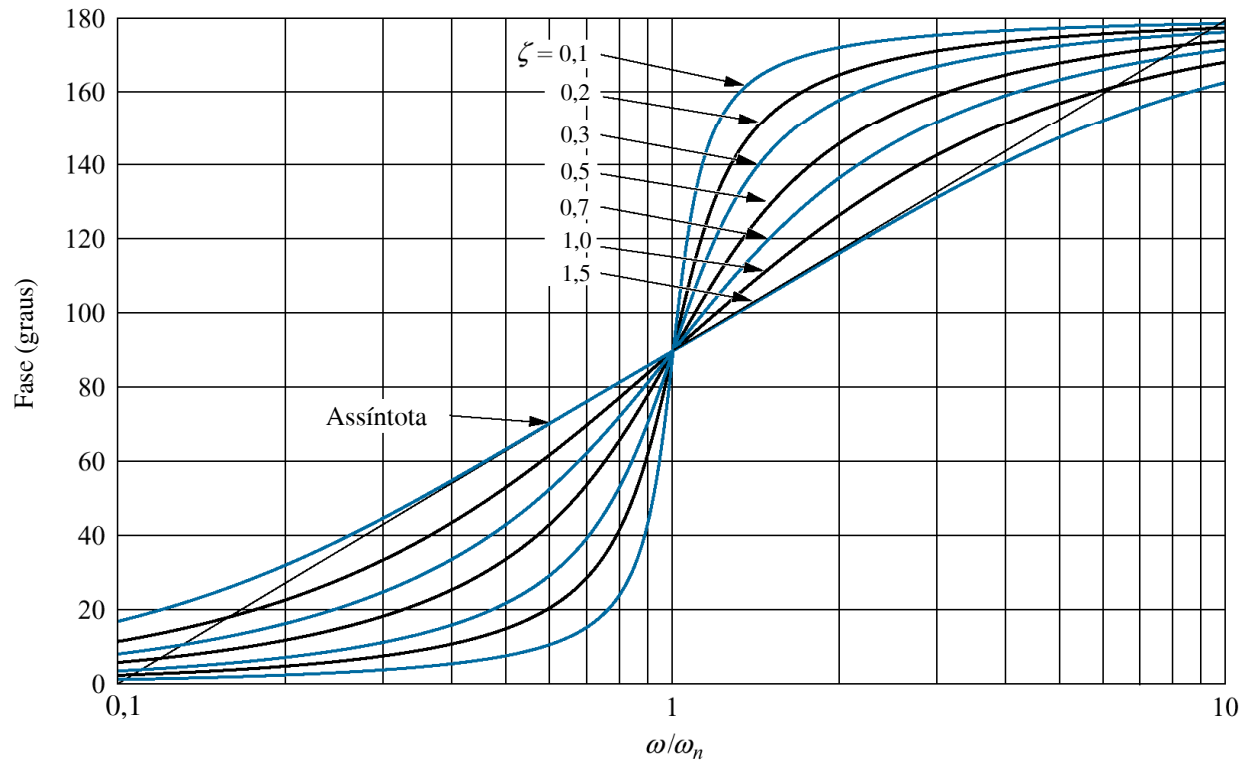
# Fig.10.14

Resposta logarítmica de magnitude normalizada e em escala para  $(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$



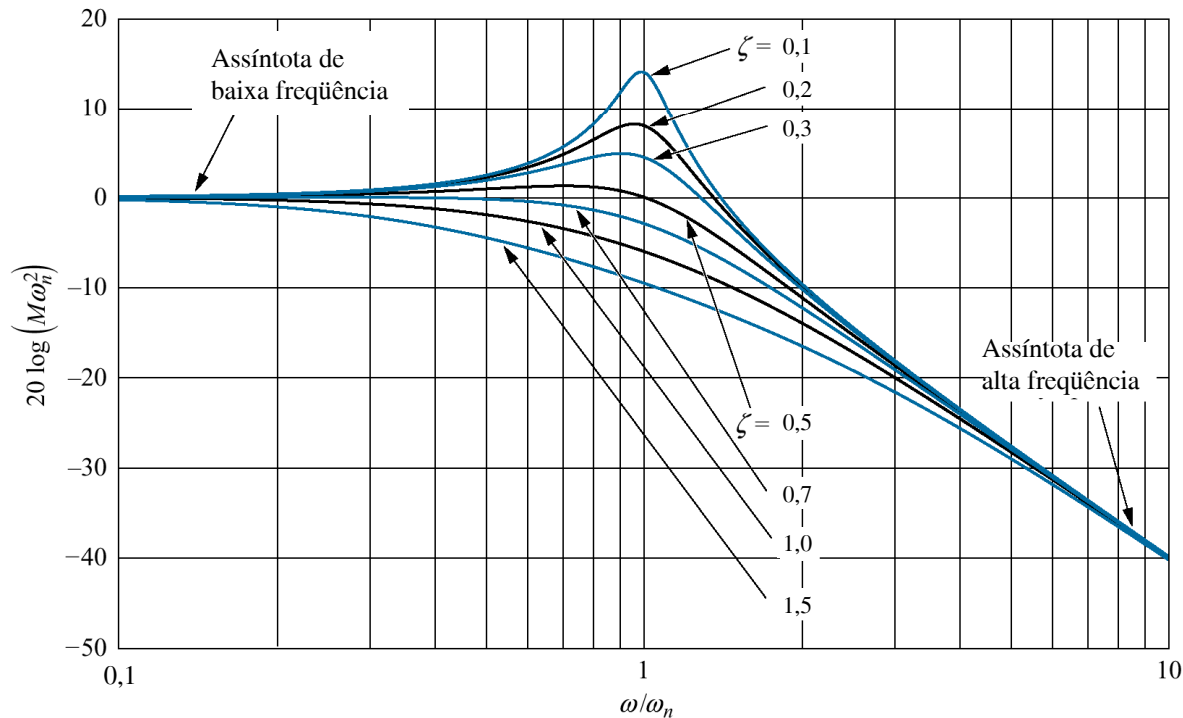
# Fig.10.15

Resposta de fase em escala para  $(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$



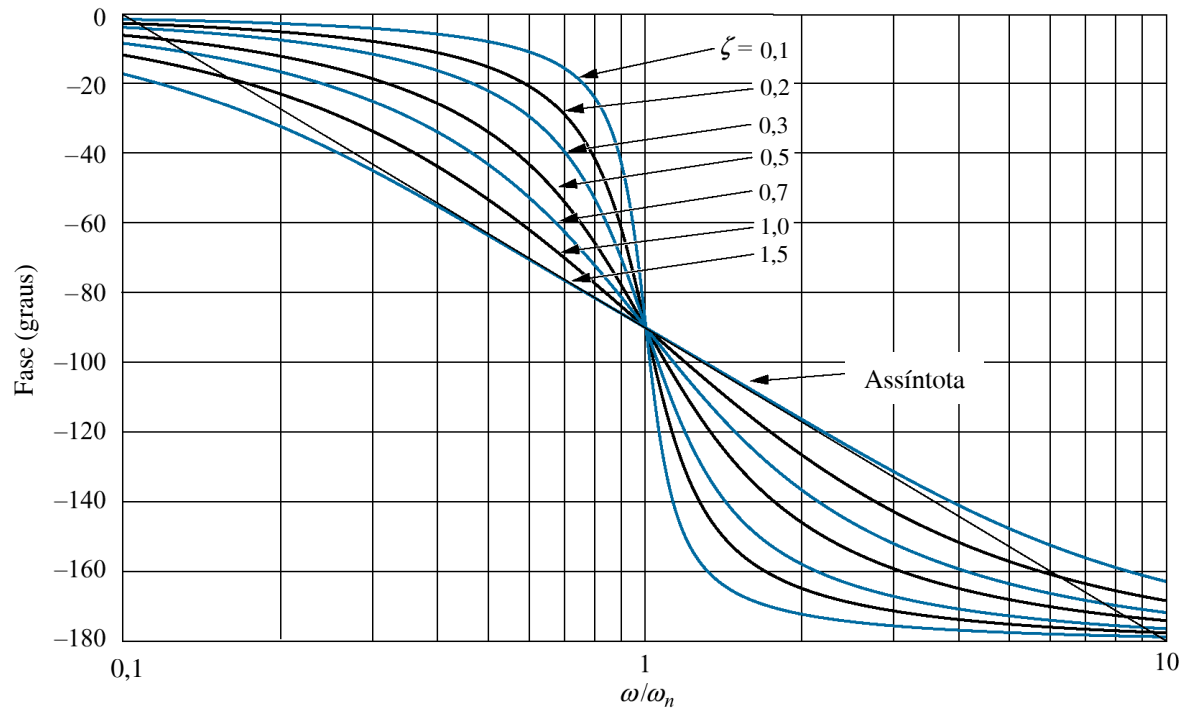
# Fig.10.16

Resposta logarítmica de magnitude normalizada e em escala para  $1/(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$



# Fig.10.17

Resposta de fase em escala para  $1/(s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)$



# Fig.10.18

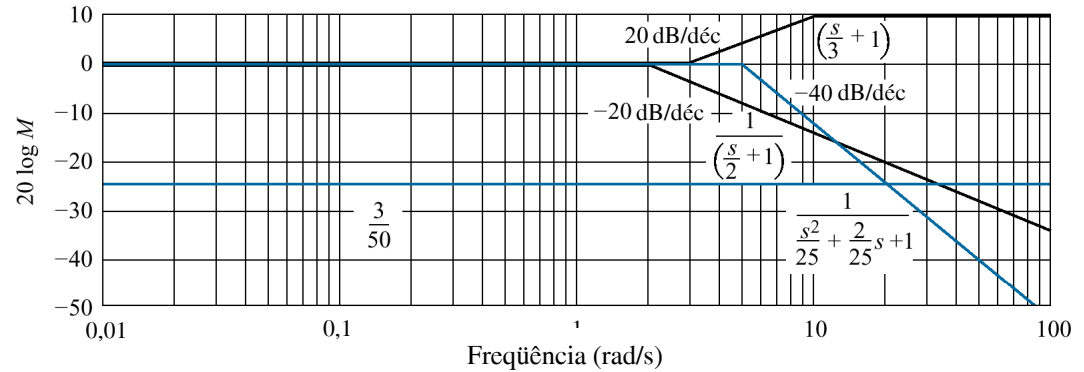
Gráfico de magnitude de Bode para

$$G(s) =$$

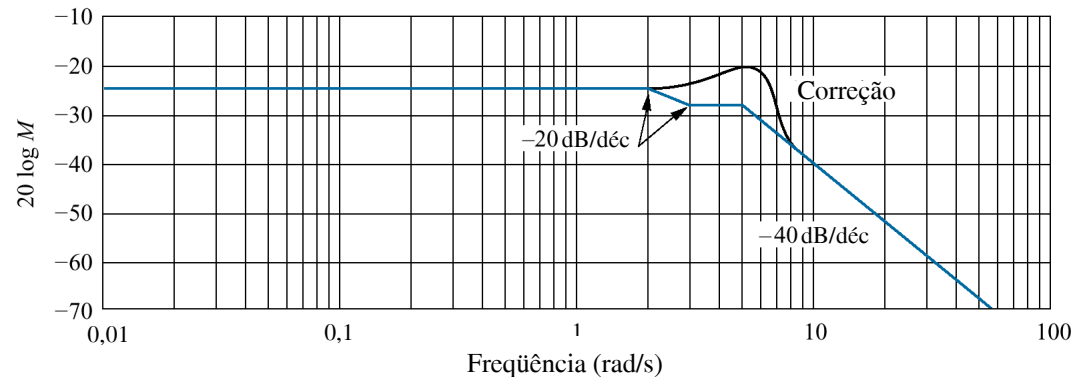
$$\frac{(s + 3)}{[(s + 2)(s^2 + 2s + 25)]}$$

a. componentes;

b. composição



(a)



(b)

## Tabela 10.6

Gráfico de assíntotas de magnitude do Exemplo 10.3

		<b>Início: Pólo em 2</b>	<b>Início: Zero em -3</b>	<b>Início: <math>\omega_n = 5</math></b>
Frequência (rad/s)	0,01	2	3	5
Pólo em -2	0	-20	-20	-20
Zero em -3	0	0	20	20
$\omega_n = 5$	0	0	0	-40
Inclinação total (dB/década)	0	-20	0	-40

# Tabela 10.7

## Gráfico de assíntotas de fase para o Exemplo 10.3

	<b>Início: Pólo em -2</b>	<b>Início: Zero em -2</b>	<b>Início: <math>\omega_n = 5</math></b>	<b>Término: pólo em -2</b>	<b>Término: zero em -3</b>	<b>Término: <math>\omega_n = 5</math></b>
Frequência (rad/s)	0,2	0,3	0,5	20	30	50
Pólo em -2	-45	-45	-45	0		
Zero em -3		45	45	45	0	
$\omega_n = 5$			-90	-90	-90	0
Inclinação total (graus/déc)	-45	0	-90	-45	-90	0



# Fig.10.19

Gráfico de fase de Bode para

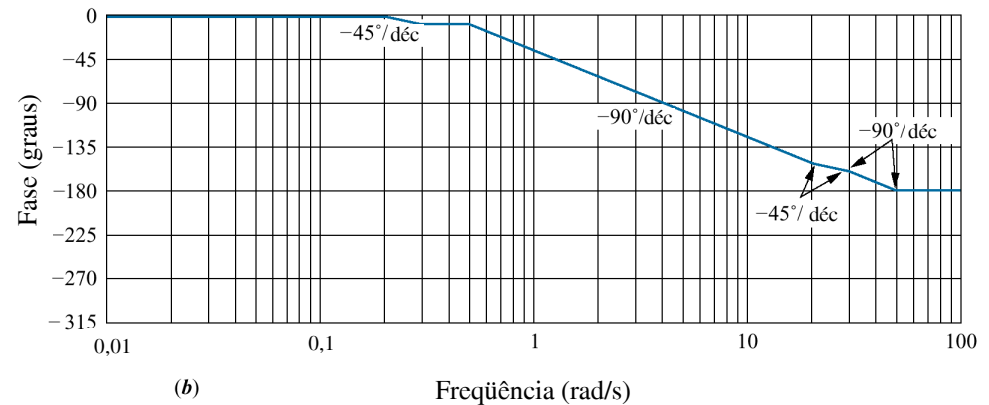
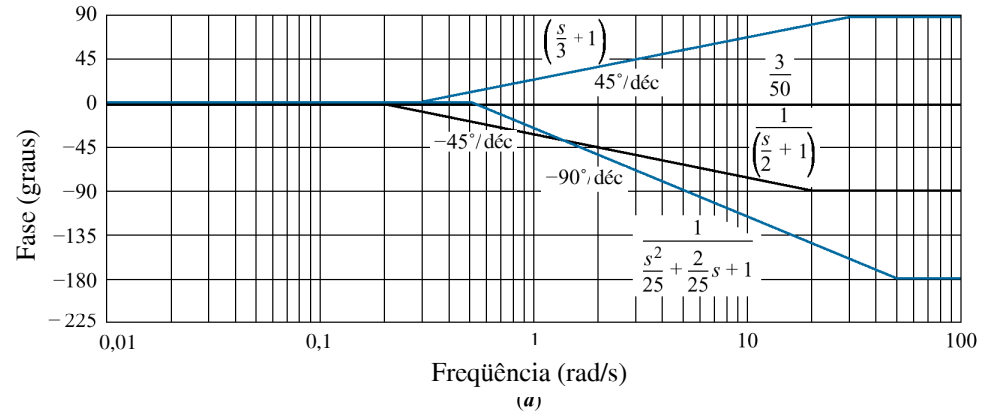
$$G(s) =$$

$$(s + 3)/[(s + 2)$$

$$(s^2 + 2s + 25)]:$$

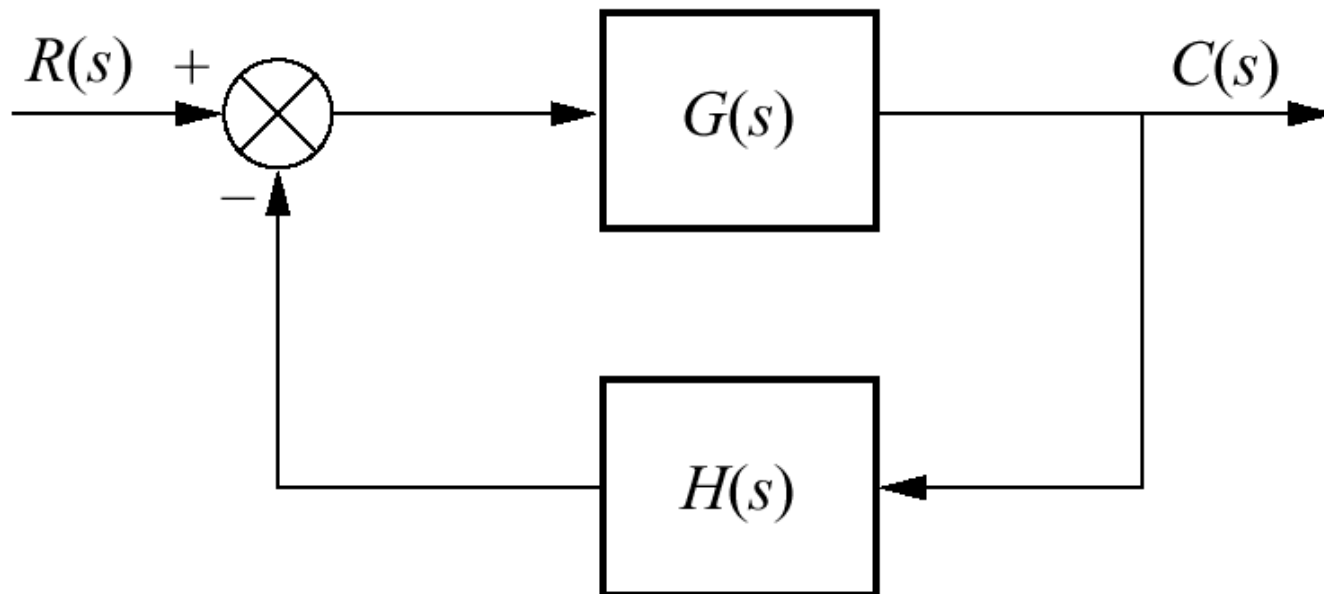
**a.** componentes;

**b.** composição



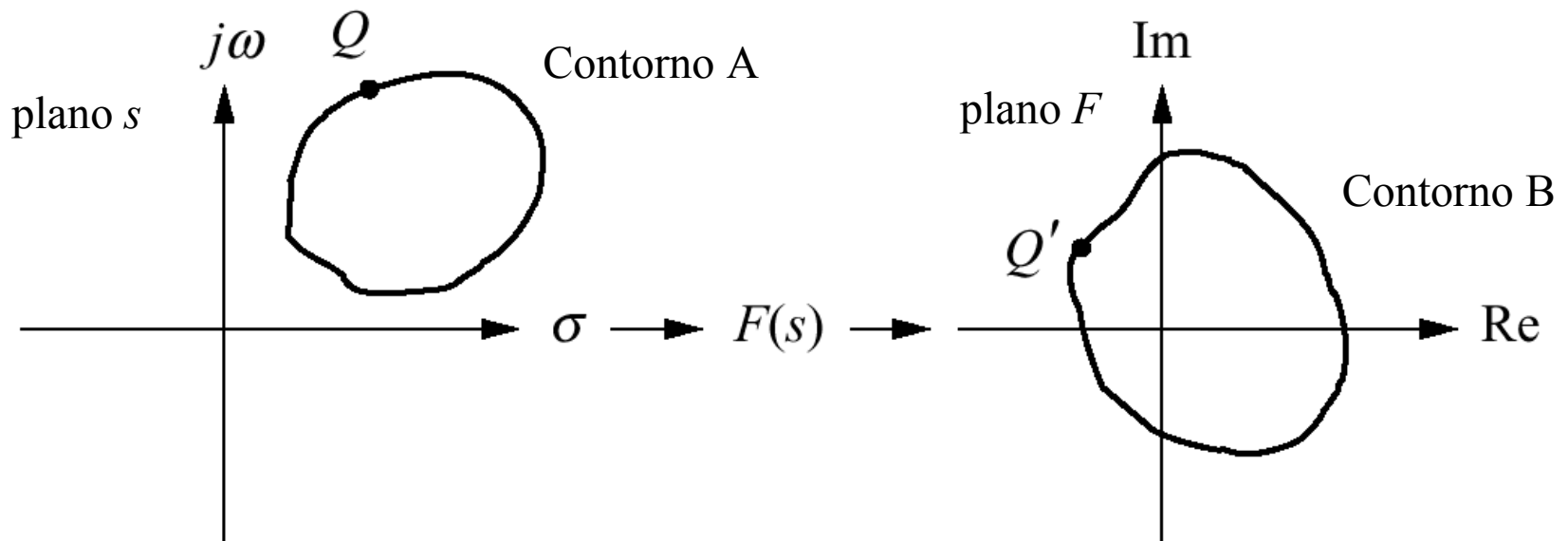
**Fig.10.20**

Sistema de controle a malha fechada

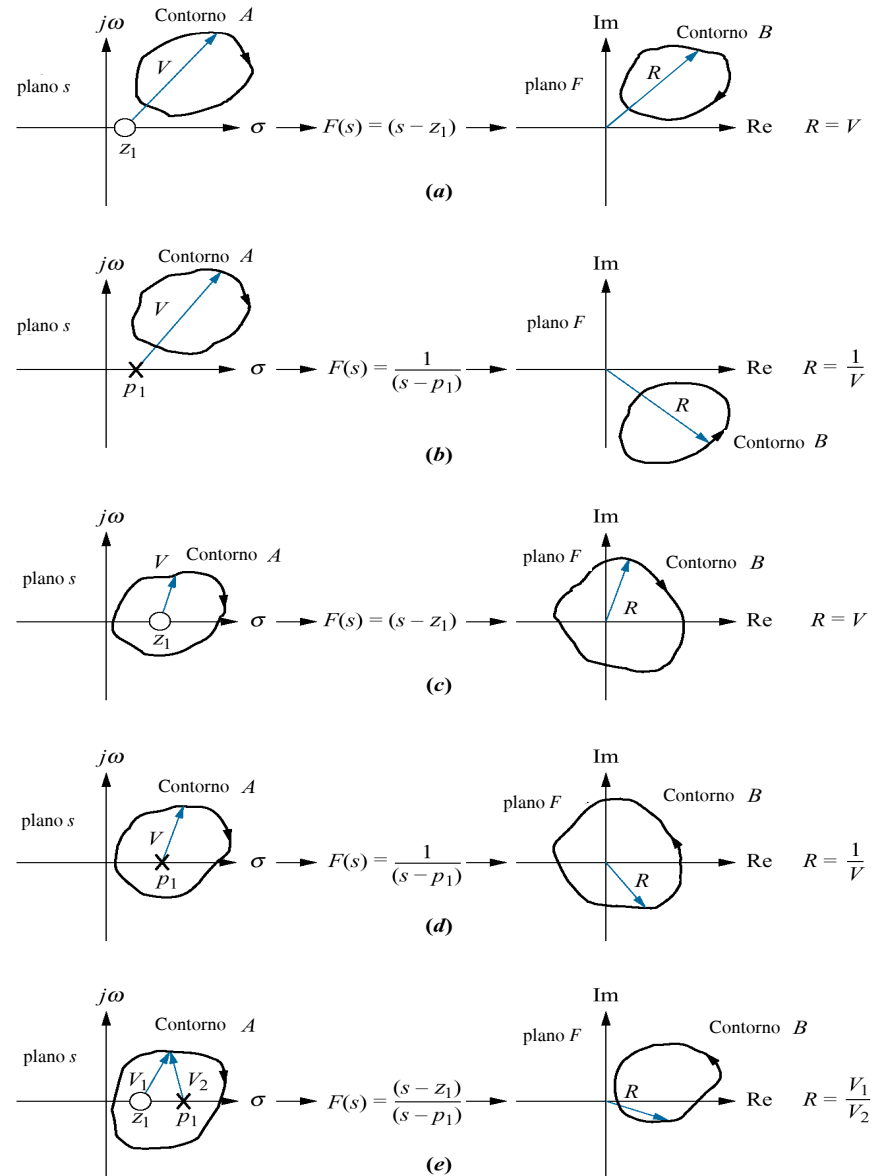


# Fig.10.21

Mapeando o contorno  $A$  através da função  $F(s)$  no contorno  $B$

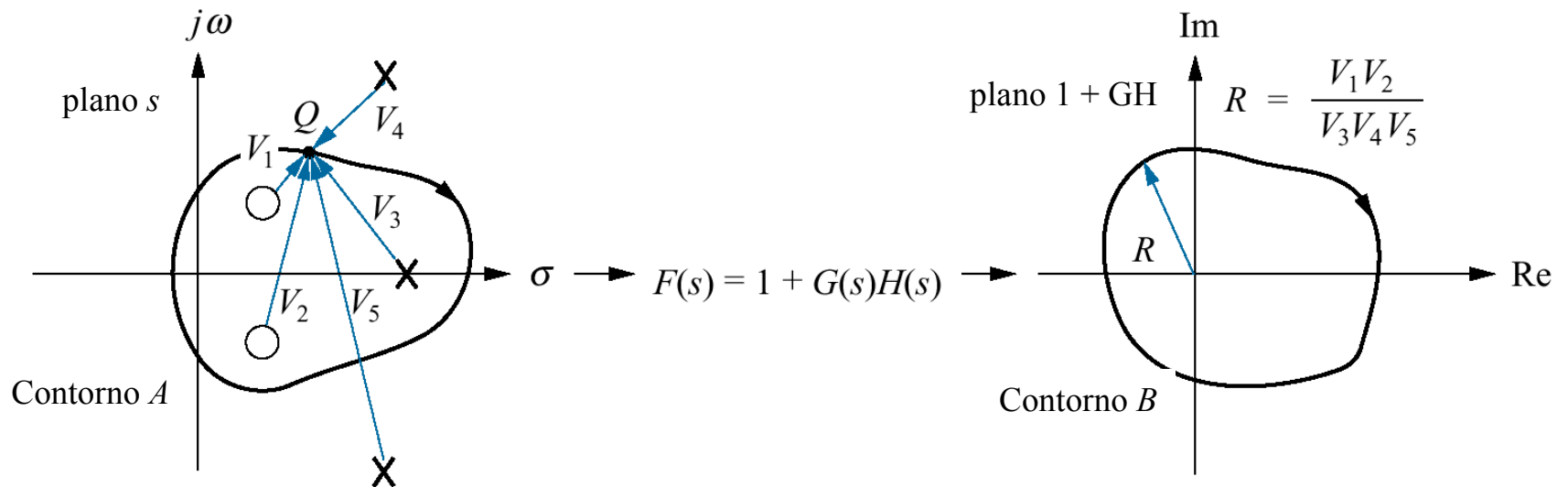


**Fig.10.22**  
Exemplos de mapeamento de contornos



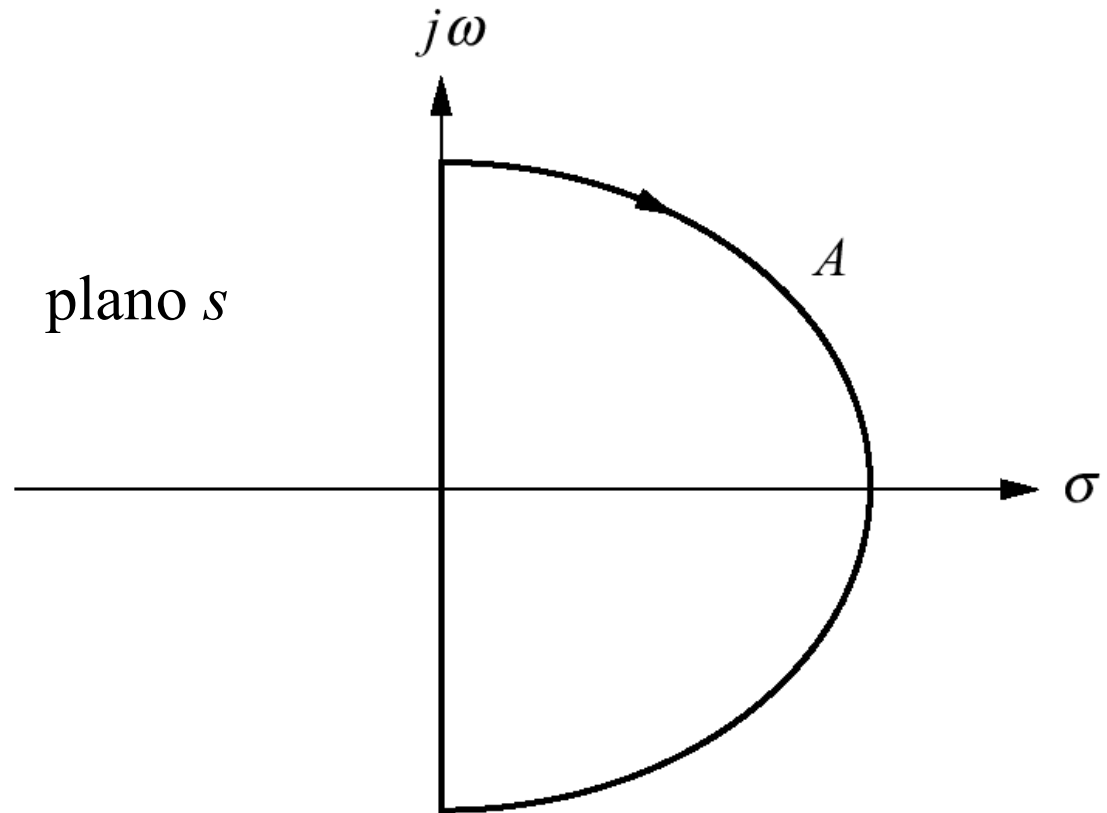
# Fig.10.23

## Representação de mapeamento por vetor



**Fig.10.24**

Contorno envolvendo o semiplano da direita para determinar estabilidade

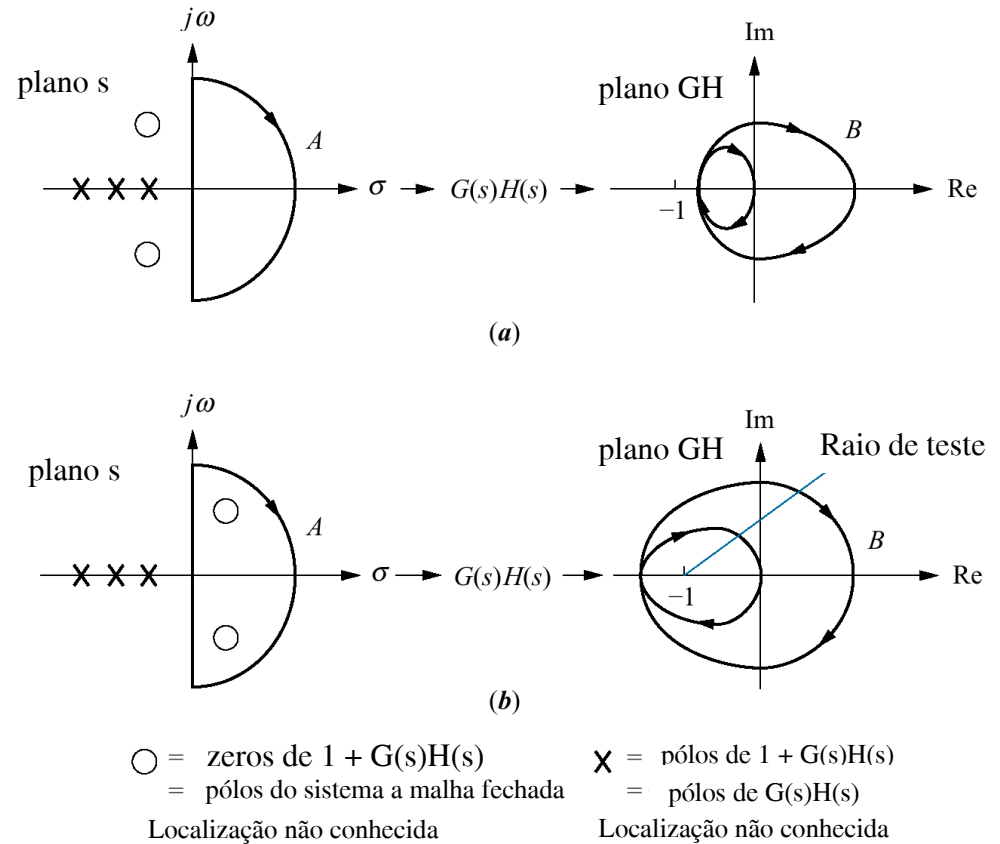


# Fig.10.25

Exemplos de mapeamento:

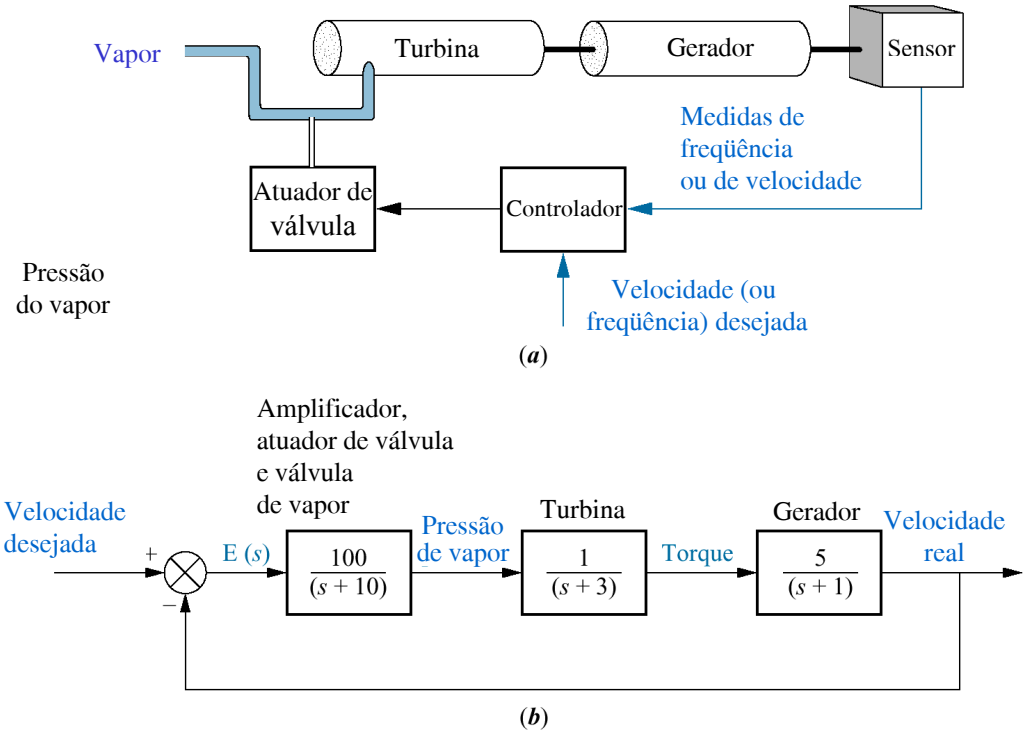
**a.** o contorno não envolve os pólos a malha fechada;

**b.** o contorno envolve os pólos a malha fechada



# Fig.10.26

**a.** Turbina e gerador;  
**b.** diagrama de blocos do sistema de controle de velocidade para o Exemplo 10.4

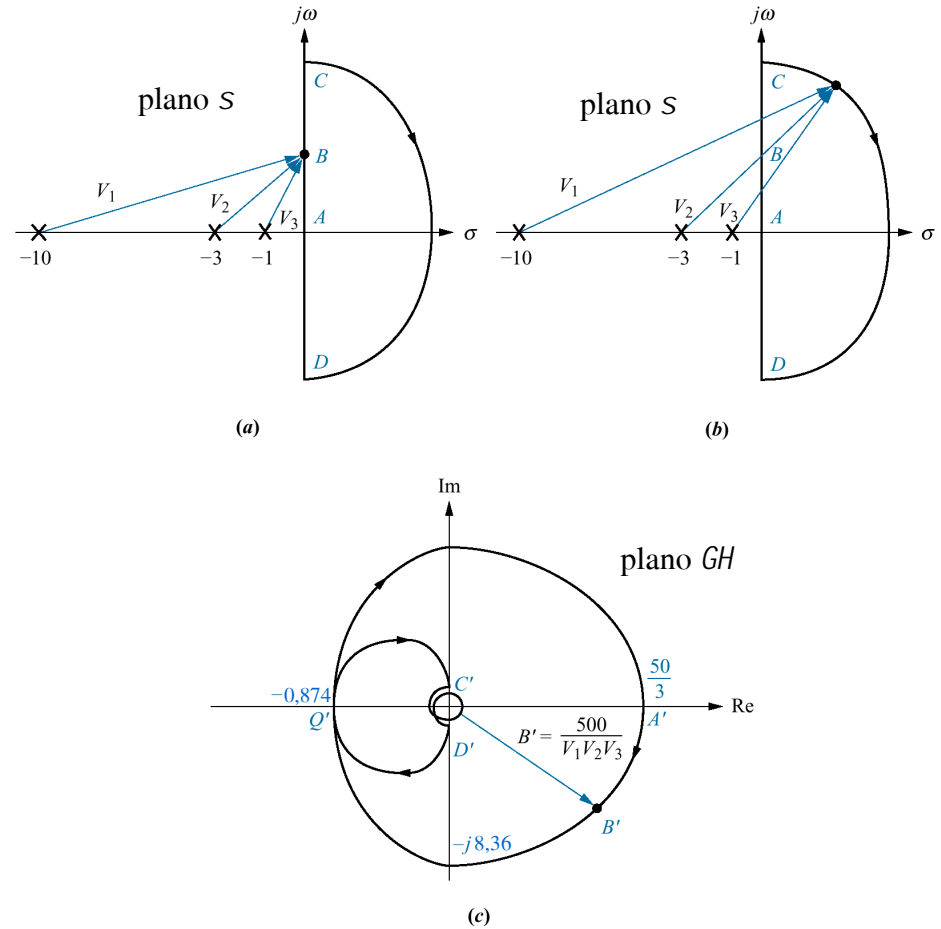




# Fig.10.27

Cálculo com vetor para elaboração do diagrama de Nyquist para o Exemplo 10.4:

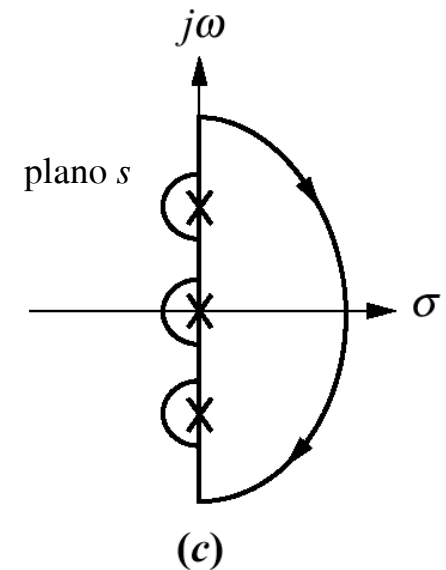
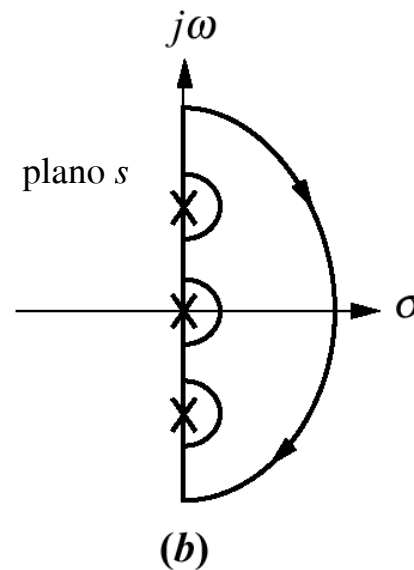
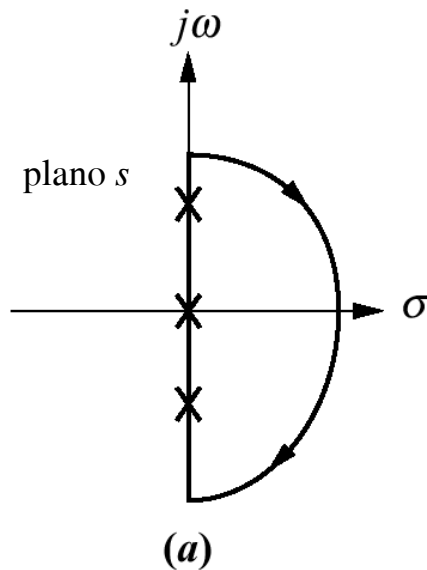
- a.** vetores no contorno em baixas frequências;
- b.** vetores no contorno em torno do infinito;
- c.** diagrama de Nyquist



# Fig.10.28

Contornando pólos a malha aberta:

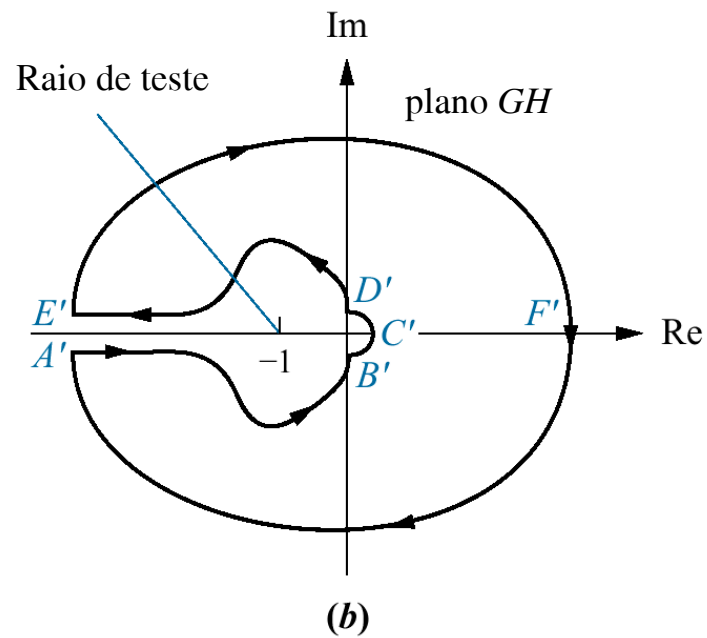
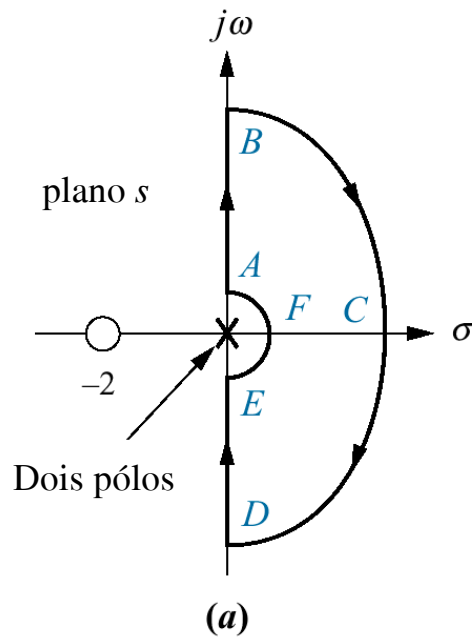
- a. pólos no contorno;
- b. desvio pela direita;
- c. desvio pela esquerda



# Fig.10.29

a. Contorno para o Exemplo 10.5;

b. diagrama de Nyquist para o Exemplo 10.5



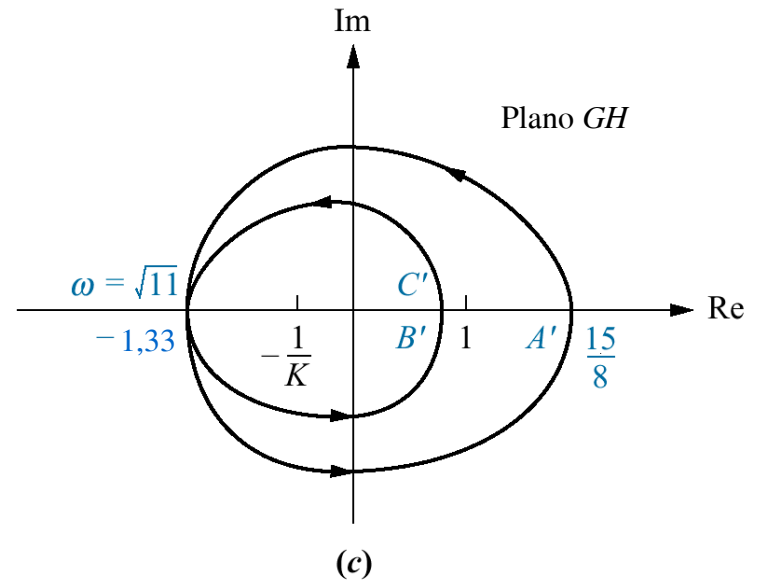
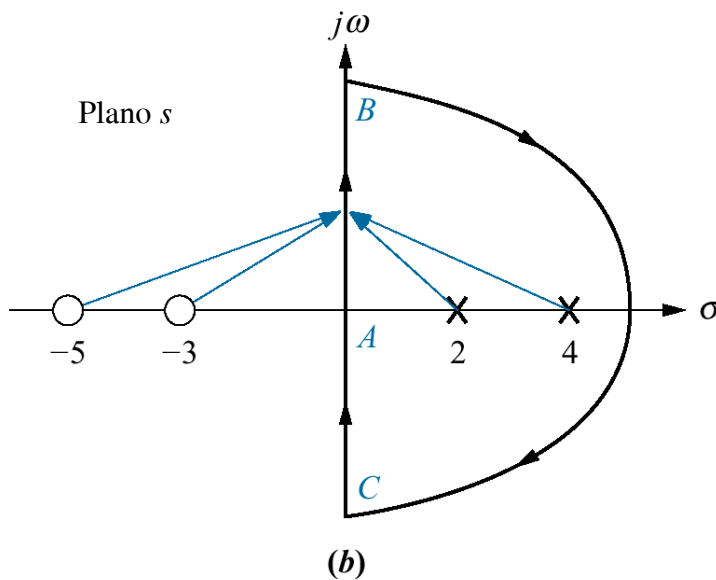
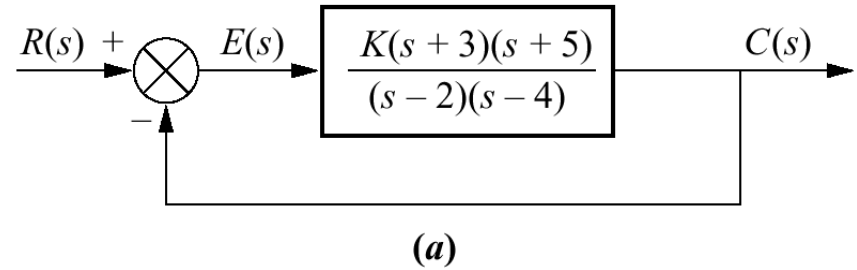
# Fig.10.30

Demonstrando a estabilidade de Nyquist:

a. sistema;

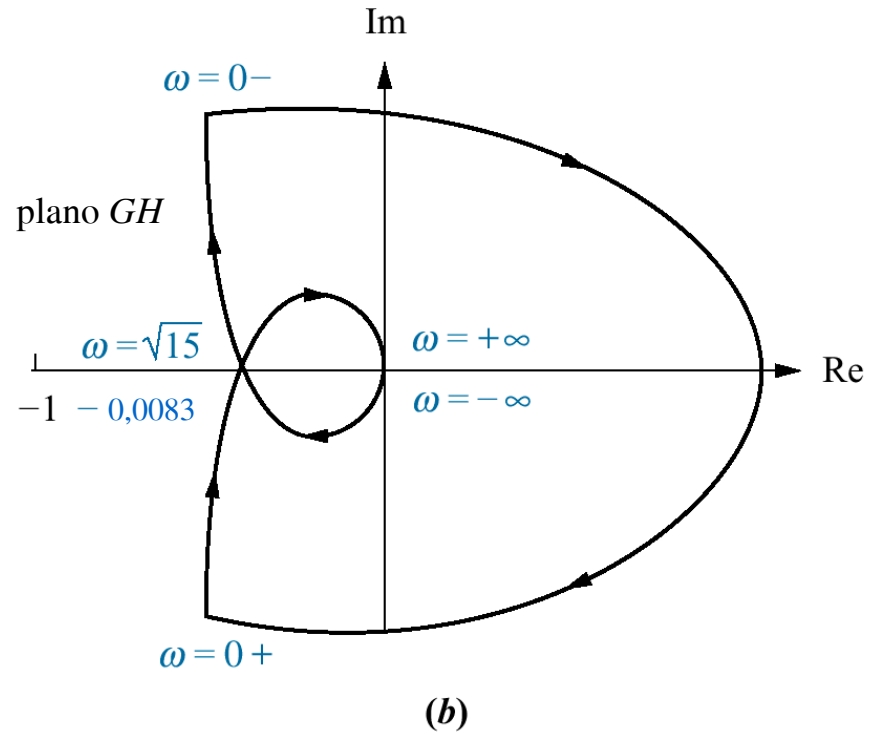
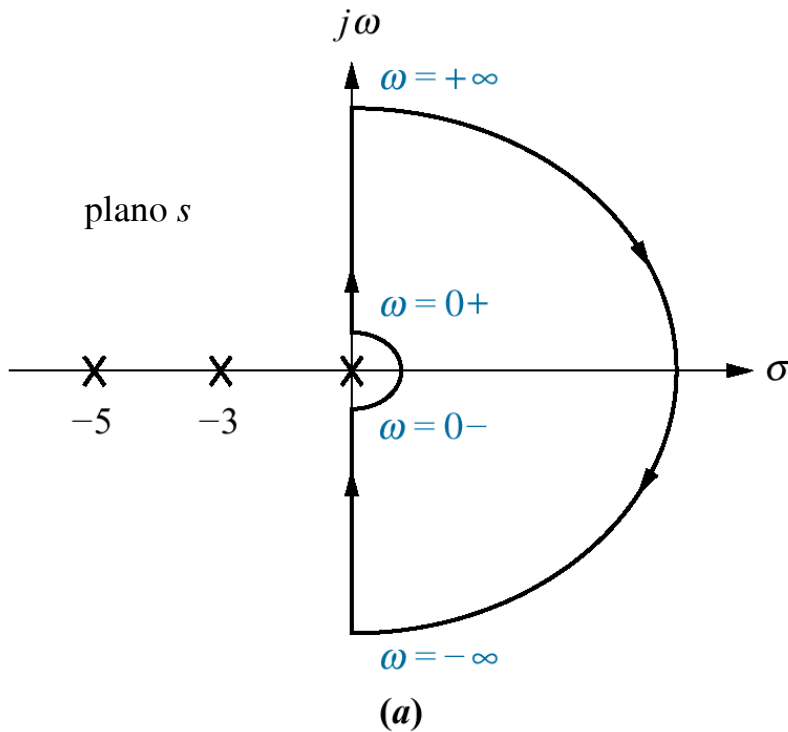
b. contorno;

c. diagrama de Nyquist



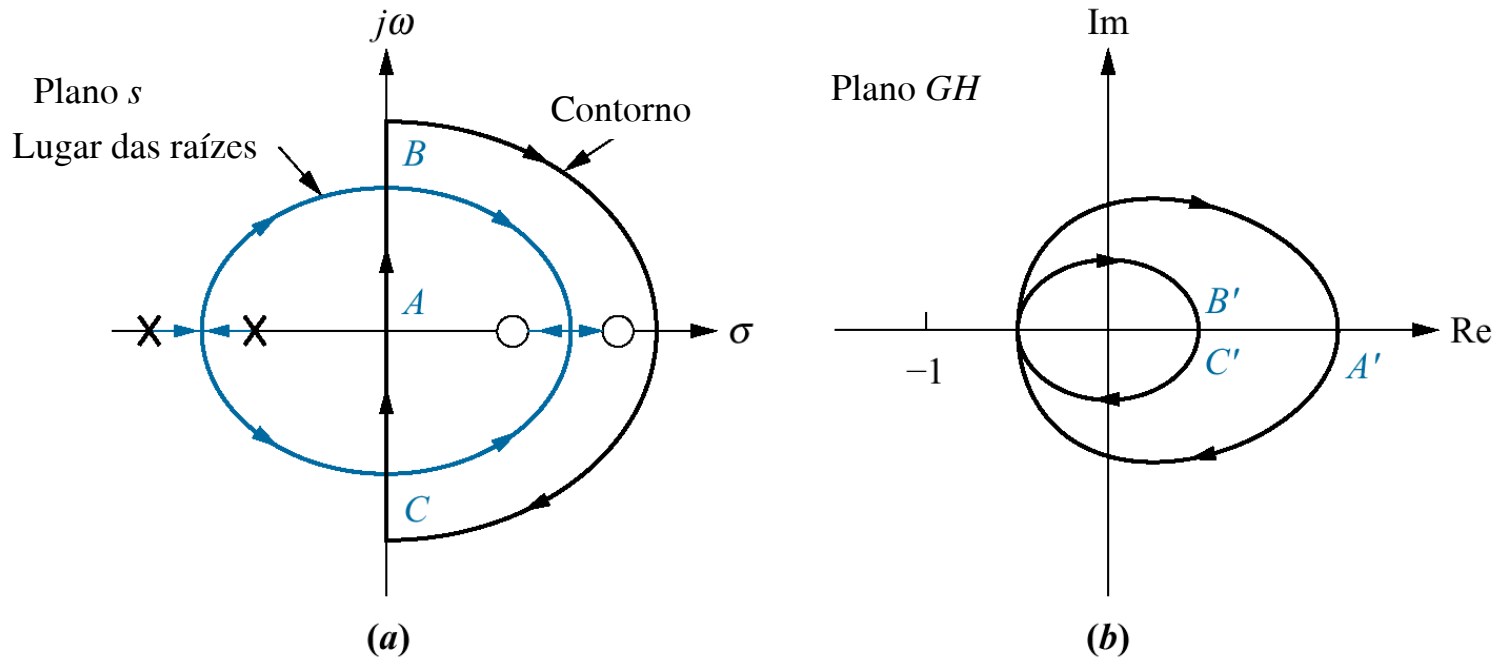
# Fig.10.31

- a. Contorno para o Exemplo 10.6;
- b. diagrama de Nyquist



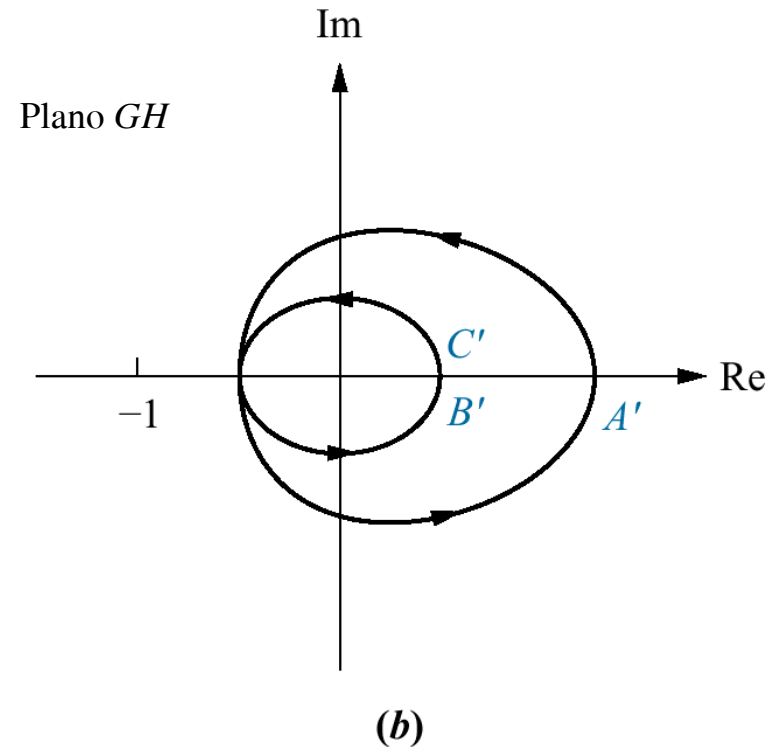
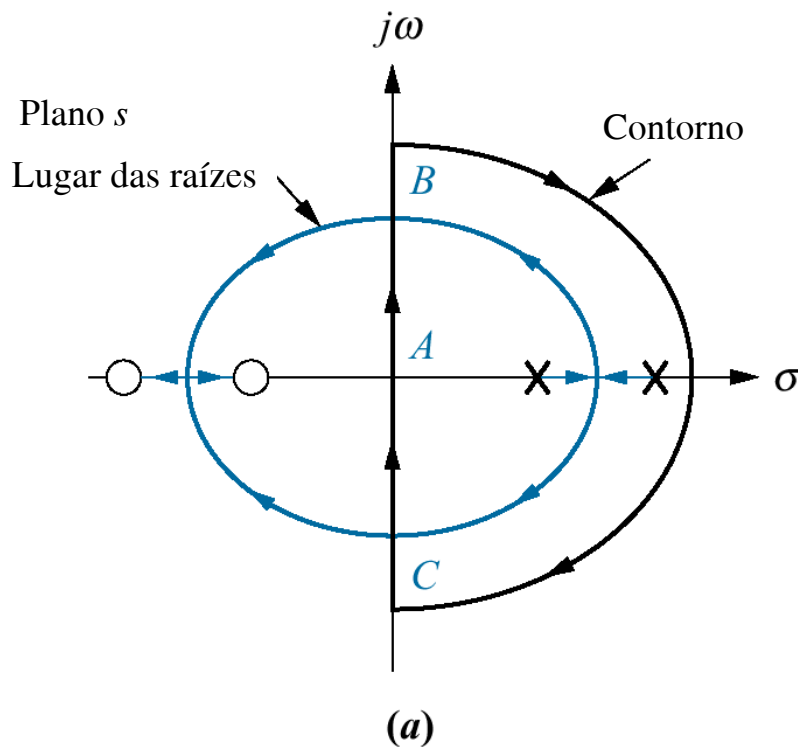
## Fig.10.32

- a. Contorno e lugar das raízes do sistema que é estável para valor pequeno de ganho e instável para valor grande de ganho;  
 b. diagrama de Nyquist



# Fig.10.33

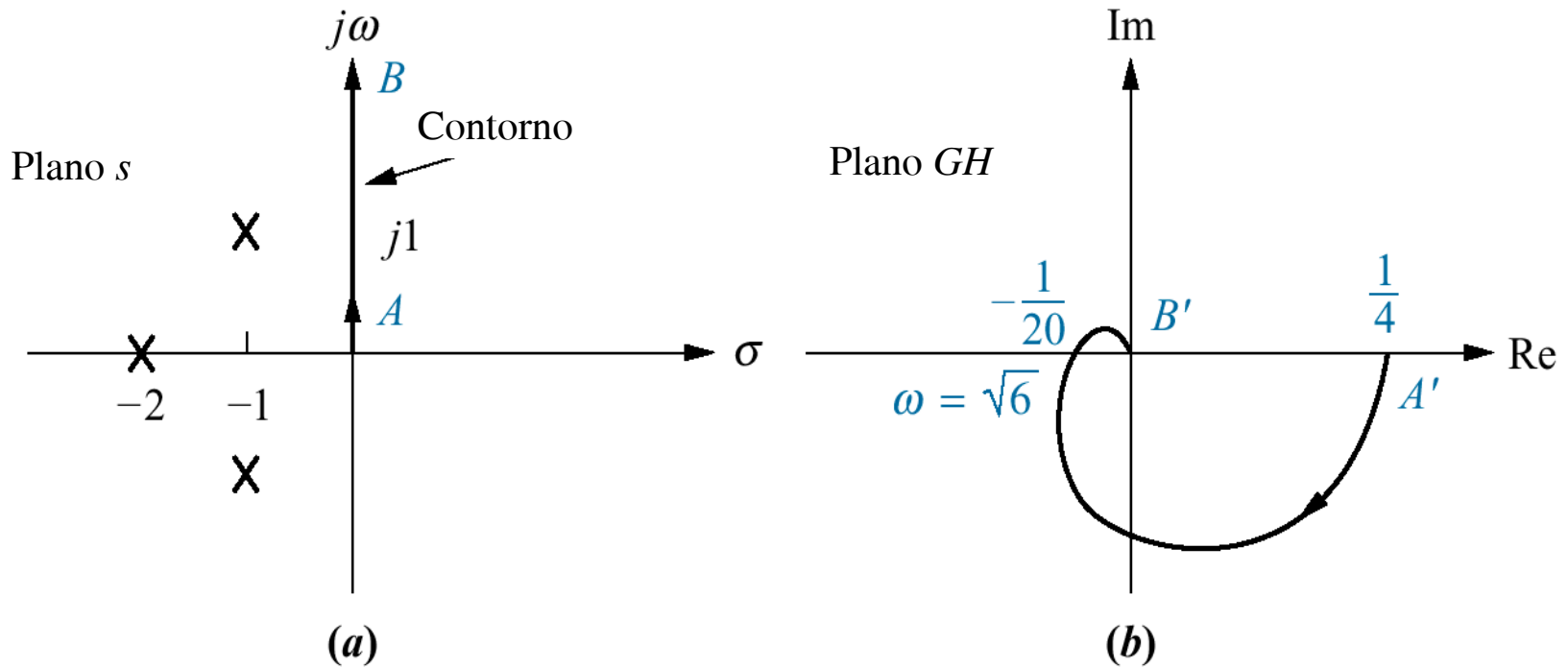
- a. Contorno e lugar das raízes do sistema que é instável para valores pequenos de ganho e estável para valores grandes de ganho;
- b. diagrama de Nyquist



# Fig.10.34

a. Porção do contorno a ser mapeada para o Exemplo 10.7;

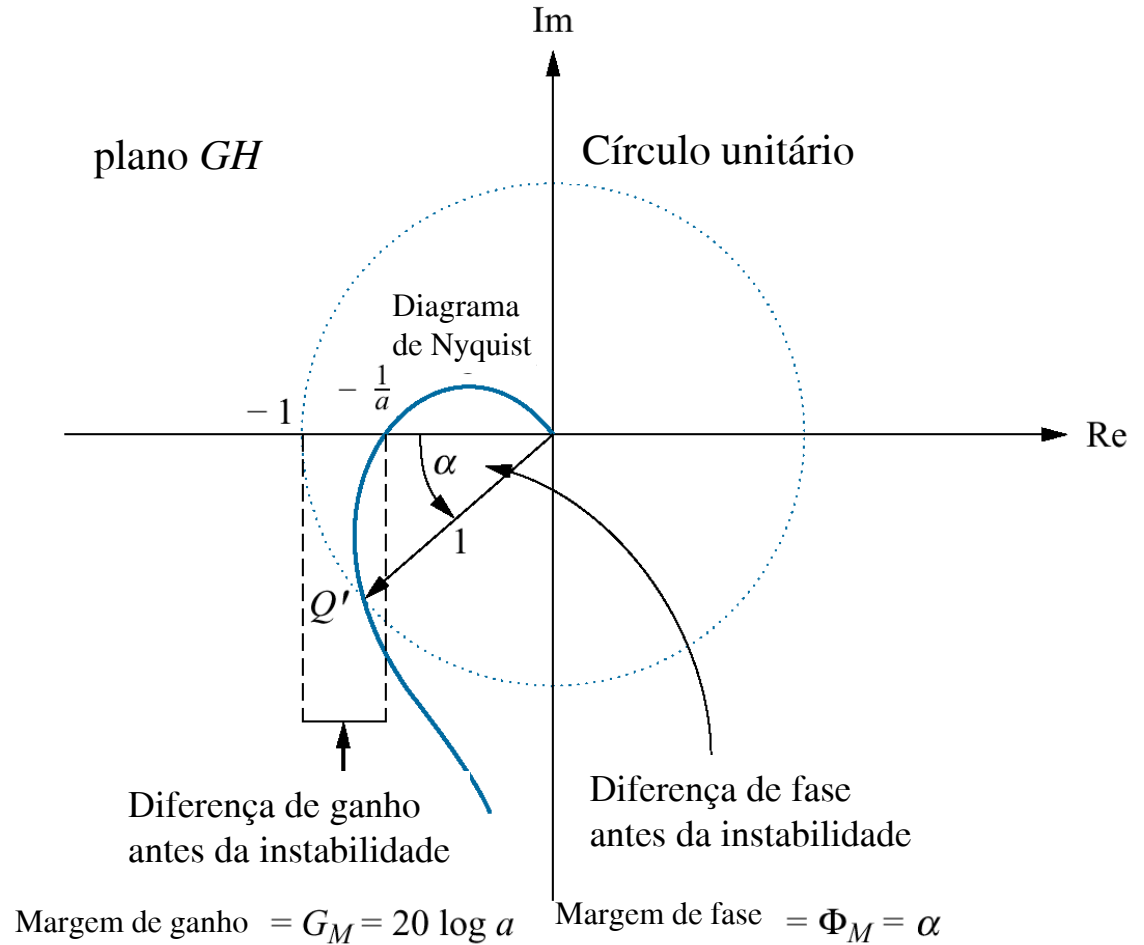
b. diagrama de Nyquist do mapeamento do eixo imaginário positivo



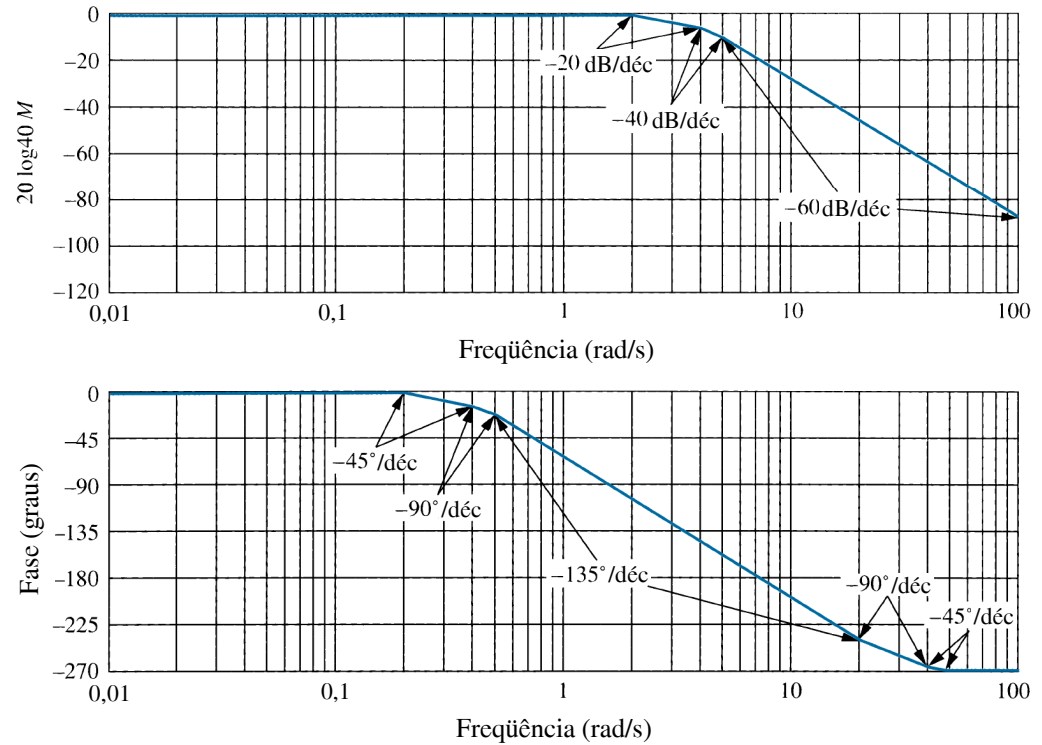


# Fig.10.35

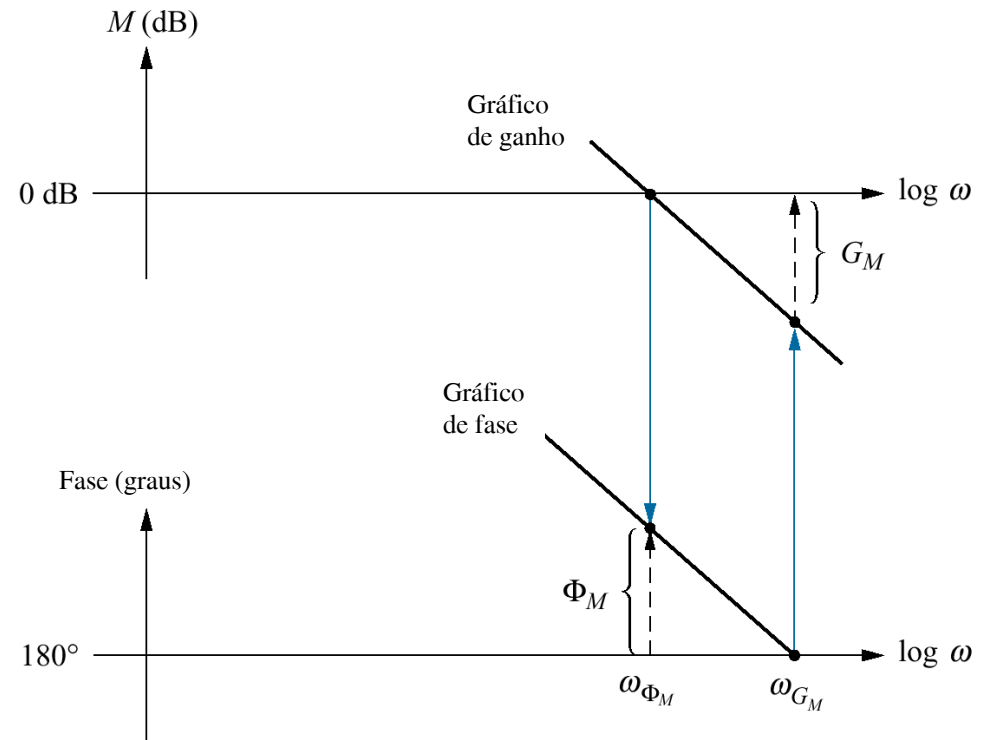
Diagrama de Nyquist mostrando as margens de ganho e de fase



**Fig.10.36**  
 Diagramas  
 logarítmicos  
 de magnitude  
 e de fase de  
 Bode para o  
 sistema do  
 Exemplo 10.9

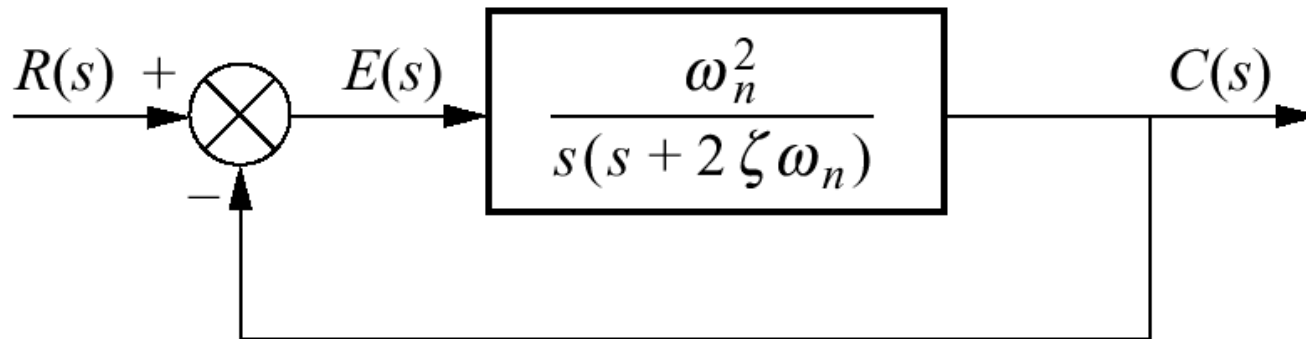


**Fig.10.37**  
 Margens de ganho e de fase nos diagramas de Bode

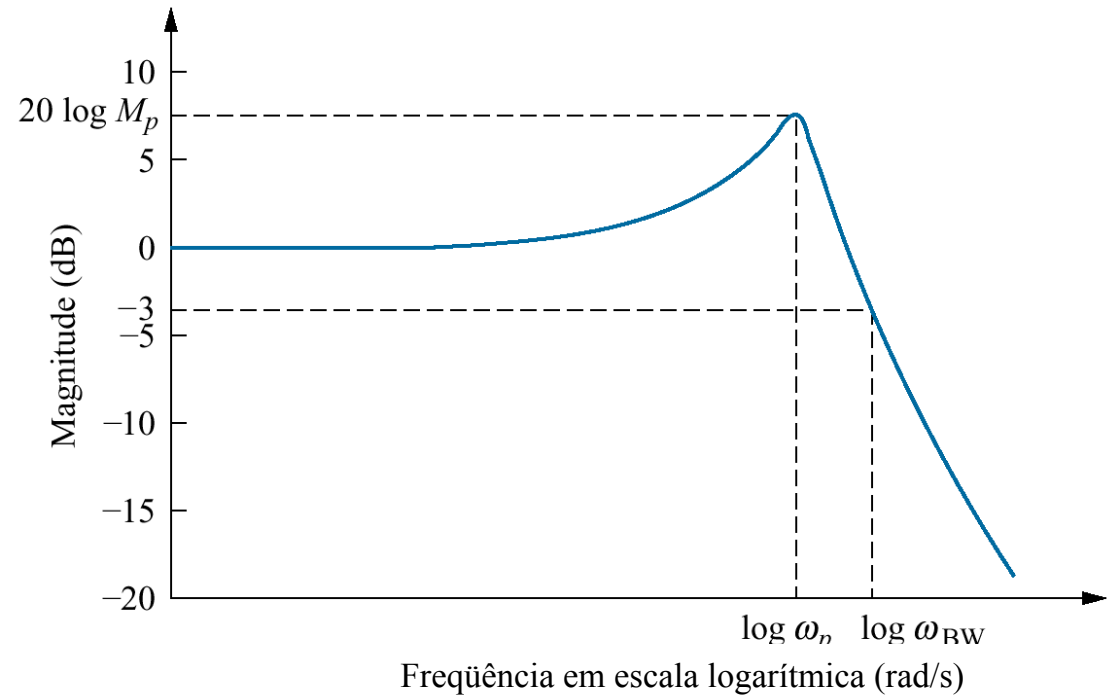


**Fig.10.38**

Sistema de segunda  
ordem a malha  
fechada

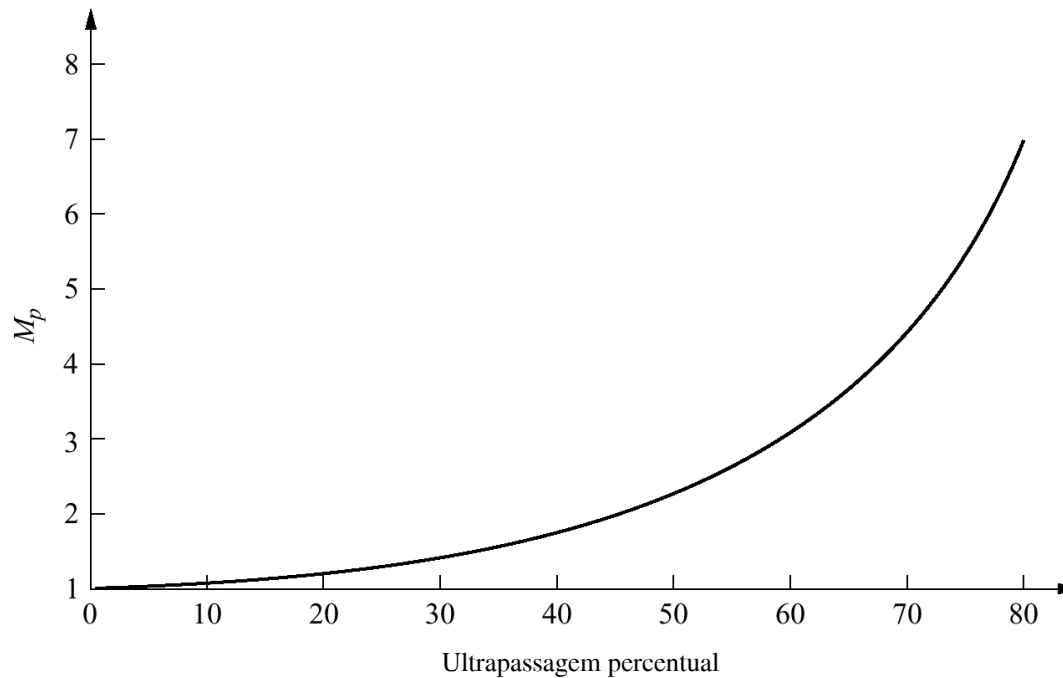


**Fig.10.39**  
 Gráfico  
 logarítmico de  
 magnitude  
 representativo  
 da Eq.(10.51)



## Fig.10.40

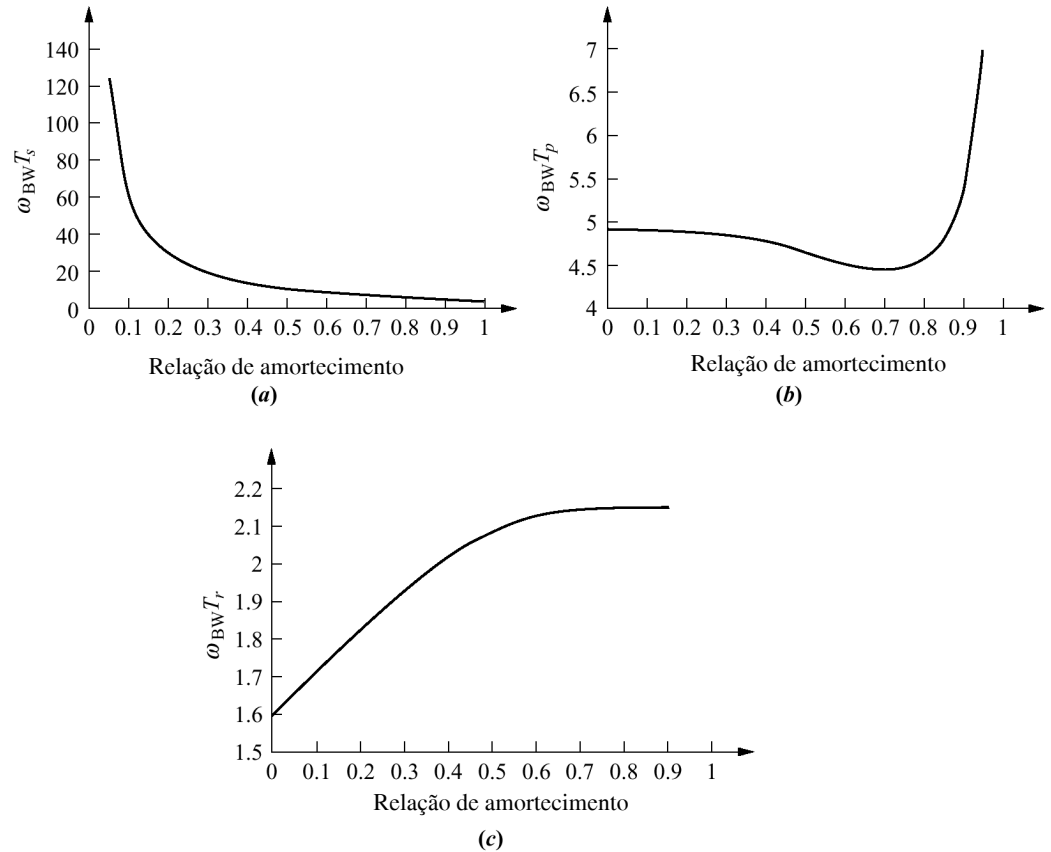
Pico de resposta de freqüência a malha fechada em função da ultrapassagem percentual para um sistema de dois pólos



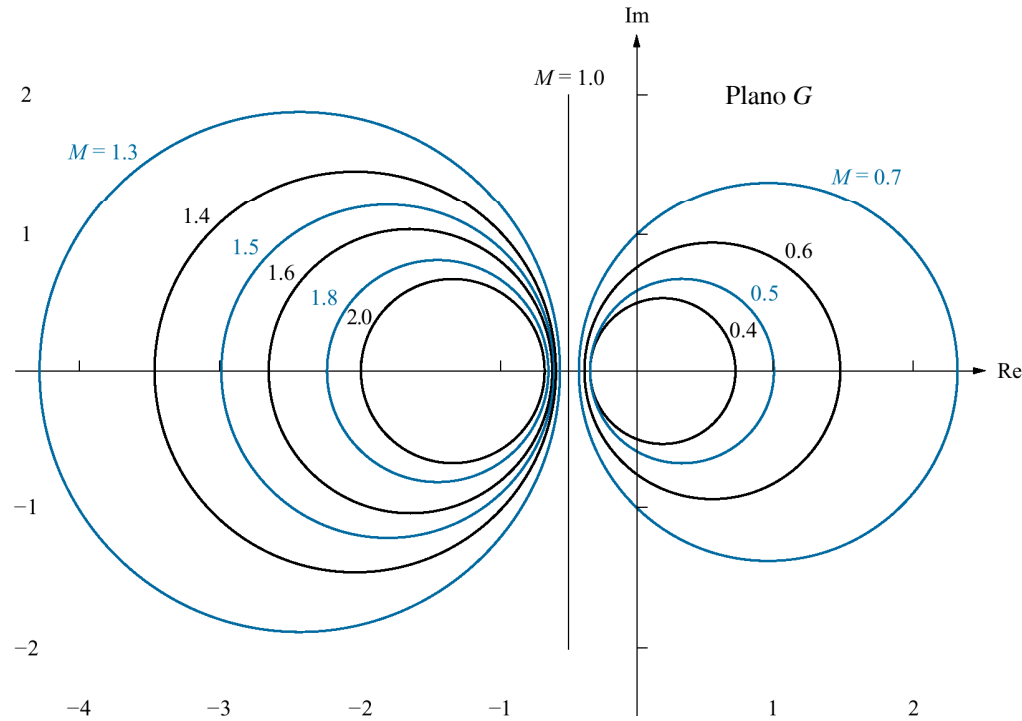
# Fig.10.41

Banda passante normalizada em função da relação de amortecimento para:

- a. tempo de assentamento;
- b. instante de pico;
- c. tempo de subida

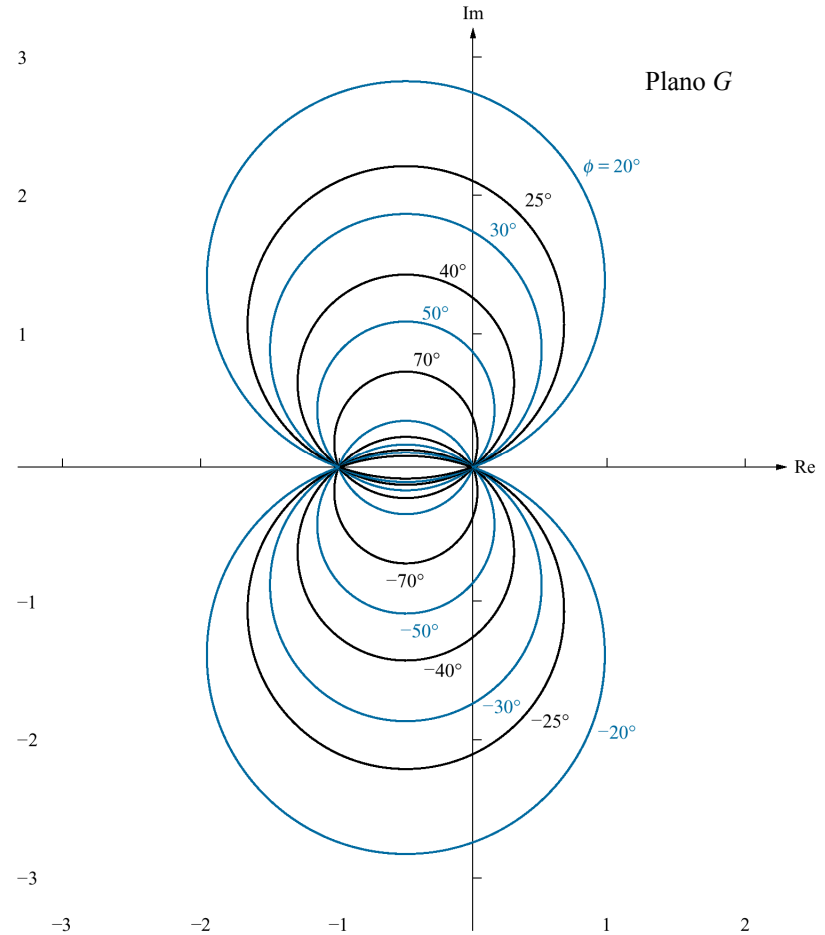


**Fig.10.42**  
Círculos  $M$  constantes

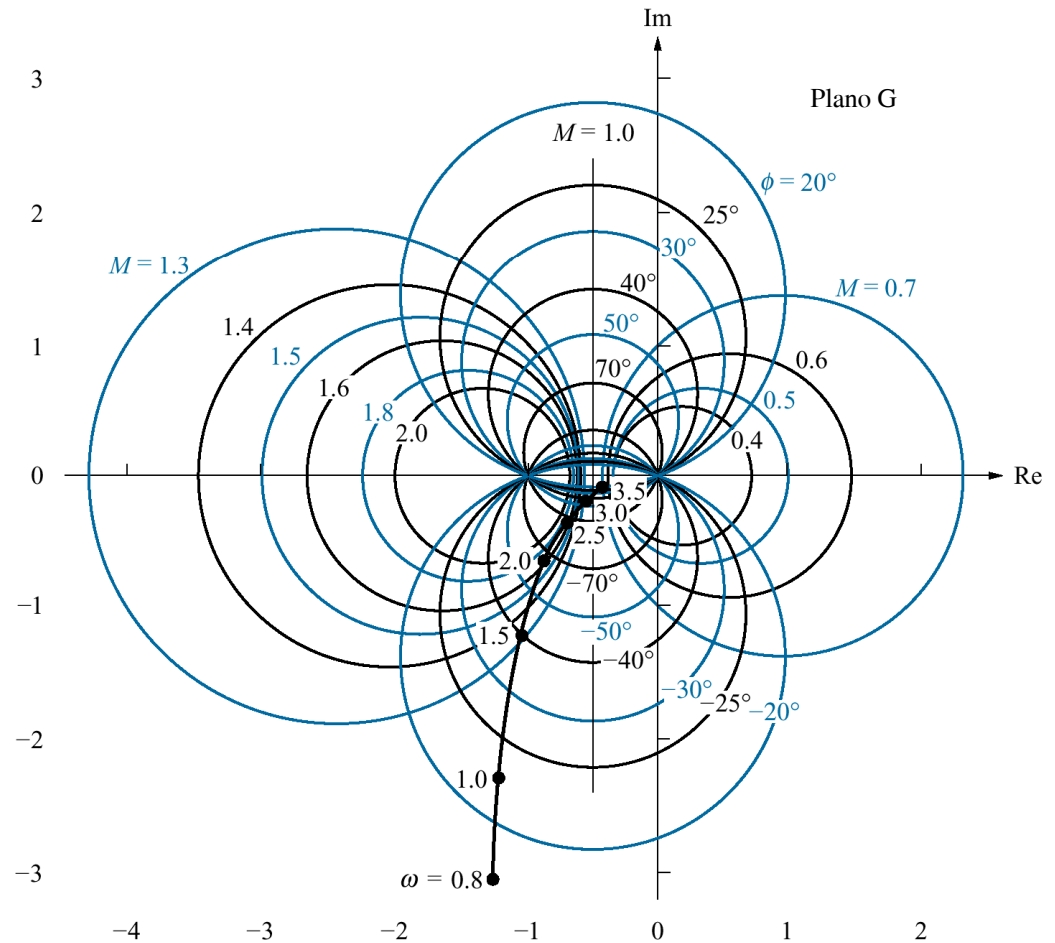




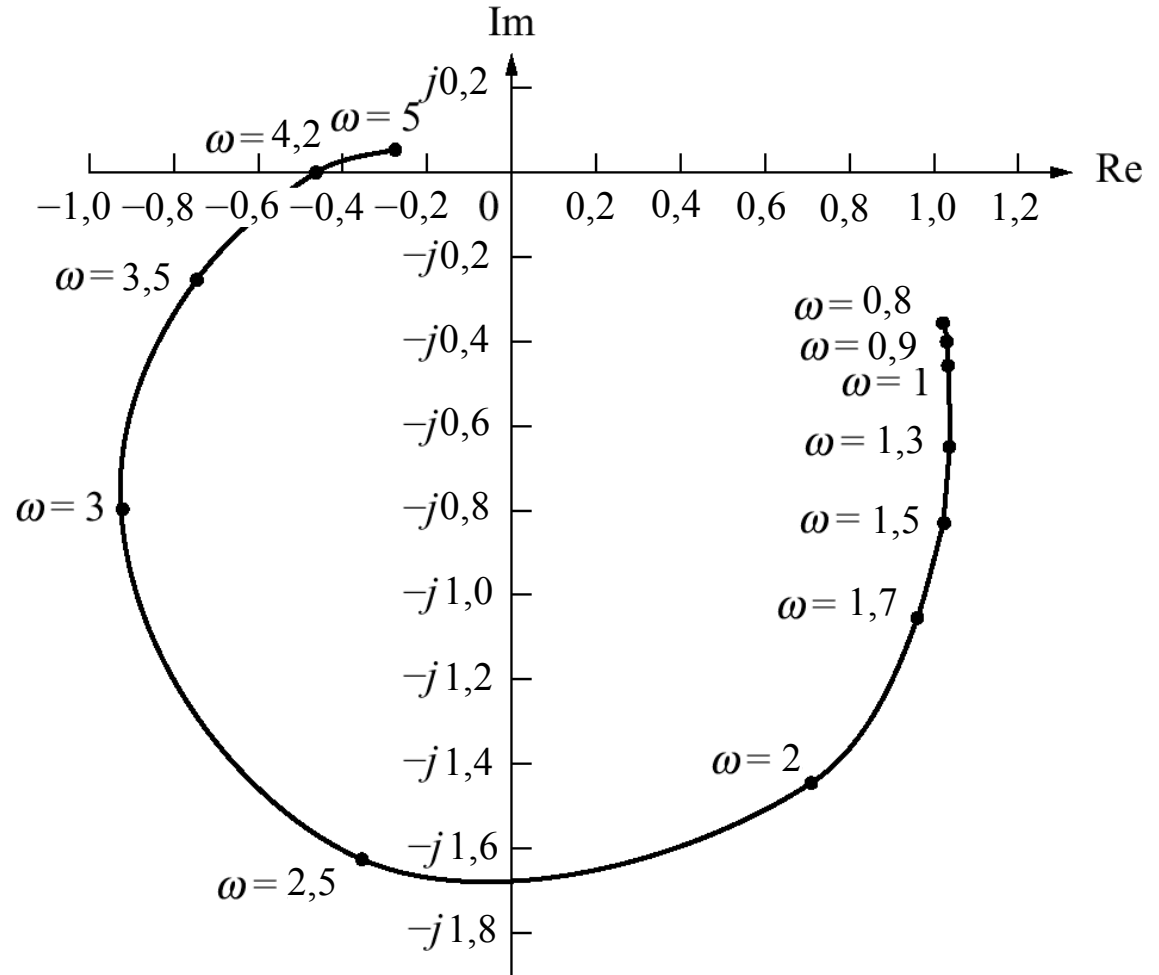
**Fig.10.43**  
Círculos  $N$  constantes



**Fig.10.44**  
 Diagrama de Nyquist para o Exemplo 10.11 e círculos  $M$  e  $N$  constantes

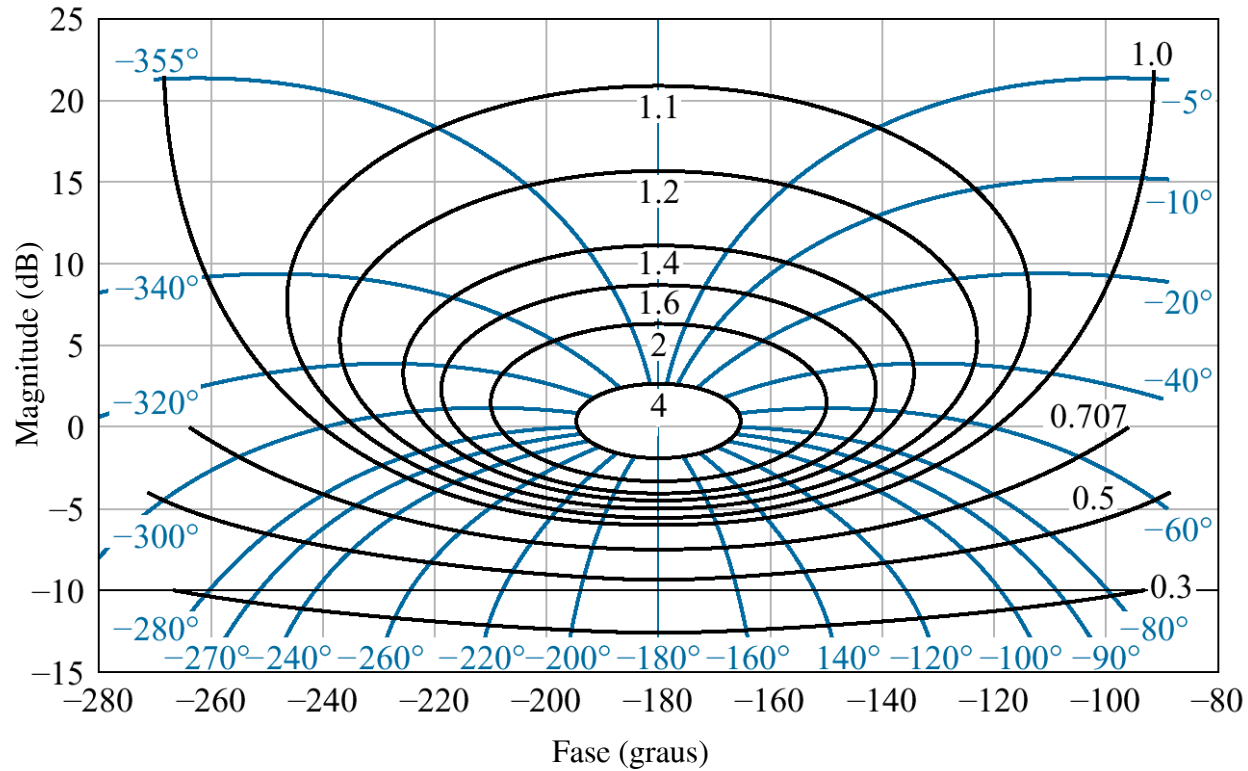


**Fig.10.45**  
 Resposta de  
 freqüência a  
 malha fechada  
 para o Exemplo  
 10.11



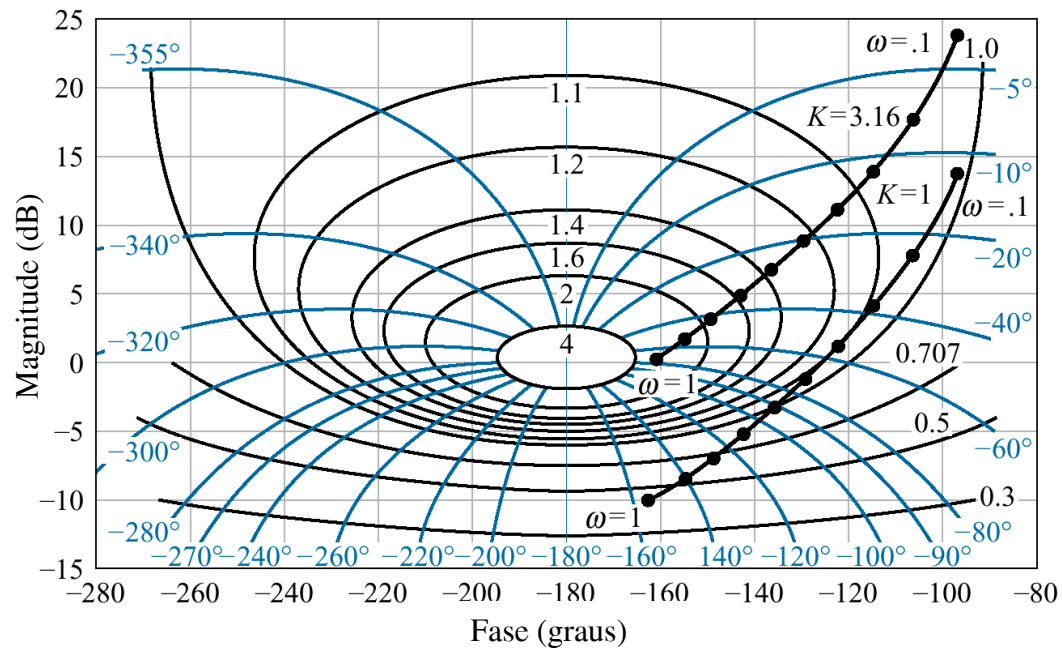
# Fig.10.46

## Gráfico de Nichols



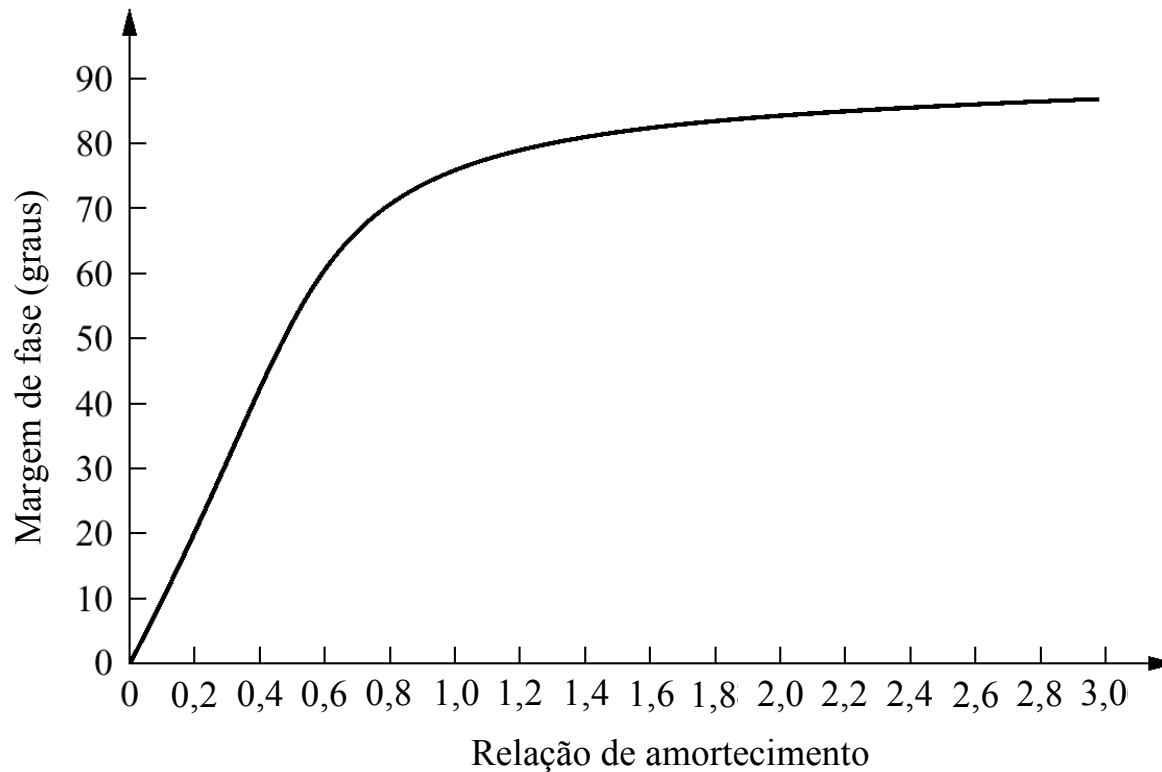
# Fig.10.47

Gráfico de Nichols com resposta de freqüência para  $G(s) = K/[s(s + 1)(s + 2)]$  superposta. São mostrados valores para  $K = 1$  e  $K = 3,16$



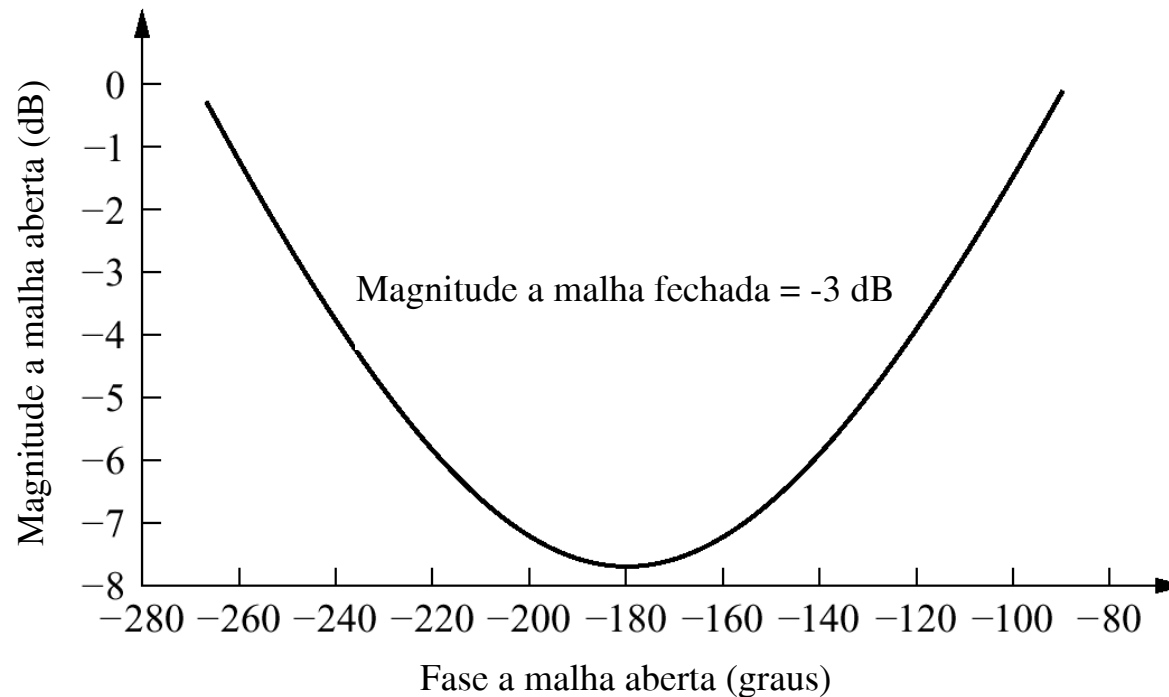
# Fig.10.48

Margem de fase em função da relação de amortecimento



## Fig.10.49

Ganho a malha aberta em função do ângulo de fase a malha aberta para ganho a malha fechada de  $-3$  dB.



**Fig.10.50**

- a. Diagrama de blocos;  
b. diagrama de Bode para o sistema do Exemplo 10.13

