# 3ª Prova - CONTROLE DINÂMICO - 2°/2017

| Prova Tipo | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Parametros: (Questões 2, 3 e 4) | *a* | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 | 1 | 2 | 3 |
| | *b* | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 |

$$Mason: \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\Sigma P_i \Delta_i}{\Delta}$$

$P_i - i^{th}$ *caminho direto,* $u \to y$

$L_j - j^{th}$ *laço*

$\Delta = 1 - L_1 - L_2 \ldots + L_i L_j + \ldots$

$\Delta_i = \Delta - (\textit{laços que tocam } P_i)$

$$|sI - A + BK| = \tilde{a}(s)$$

$$|sI - A + LC| = \Delta(s)$$

$$|sI - A_a + B_a K_a| = \tilde{a}_a(s)$$

$$\begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

**1ª Questão**: Assinale V -Verdadeiro ou F – Falso. Caso considere um item falso, todos os aspectos incorretos deverão ser sublinhados e devidamente justificados.

a) O controle no espaço de estados, considerando apenas a realimentação das variáveis de estado do processo, não é adequado à realidade da indústria pois perturbações constantes provocariam erro em regime permanente.

b) O fato de um sistema não ser complementamente controlável não impede a implementação de um controlador no espaço de estados. Desde que, em malha aberta, não haja autovalores instáveis não controláveis, é possível reposicionar os polos correspondentes às variáveis de estado completamente controláveis. Nesta situação pode-se afirmar que faltam sensores para instrumentar adequadamente o processo.

**2ª Questão**: Considere o seguinte modelo de um sistema no espaço de estados:

$$\dot{x}_1 = -ax_1 + ax_2 + u$$
$$\dot{x}_2 = ax_1 - (a+b)x_2$$
$$\dot{x}_3 = bx_2 - 0{,}1u$$
$$y = x_2$$

a) Apresente o fluxografo deste sistema. Entrada *u*, saída *y*, variáveis de estado $x_1$,$x_2$,$x_3$.

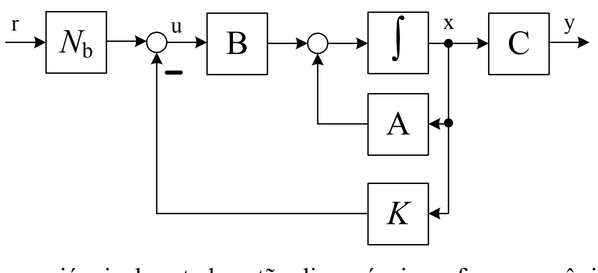
b) Obtenha a função de transferência Y(s)/U(s).

c) Quais são as variáveis de estado controláveis? Quais as variáveis de estado obeserváveis?

d) A resposta do item c) depepende de valores particulare de (a,b)? Justifique.

Obs: Esta questão pode ser resolvida via critérios matriciais de Kalman ou pela inspeção fundamentada do fluxografo.

**3ª Questão**:Considere um sistema dinâmico descrito por: $G(s) = \frac{s^2+2s+b}{s^4+3s^3+2s^2-s+a}$



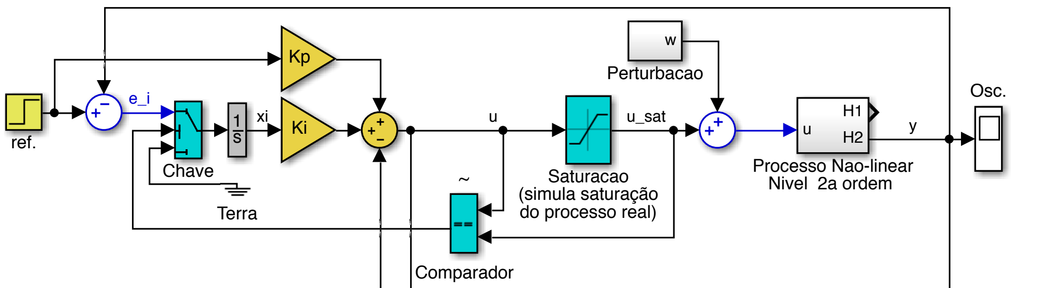
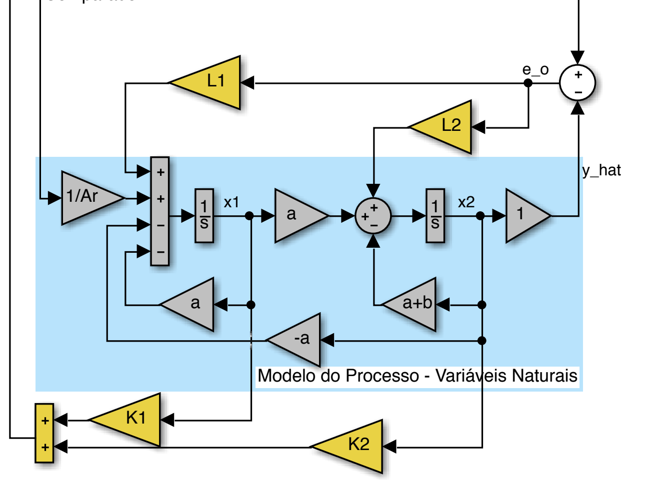

a) Assumindo que todas as variáveis de estado estão disponíveis na forma canônica controlável (FCC), projete um controlador por realimentação de estados $\tilde{u} = -[k_1 \quad k_2 \quad k_3]\mathbf{x}$ para que, em malha fechada, todos os pólos se desloquem para *s* = -1.
Obs: A FCC, ou ***variáveis de fase***, segundo Nise, permite realizar o projeto por inspeção – inspeção dos laços no fluxografo. Ou, na forma matricial, tem-se um sistema de 4 equações lineares a uma incógnita cada.

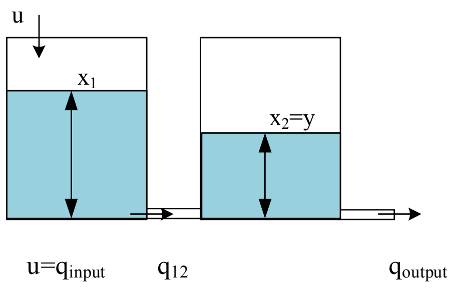
b) Calcule o fator de ajuste de ganho $N_b$ para que, em condições nominais, não haja erro em regime permanente.

c) Apresente a Função de Transferência de malha fechada. (Pólos/zeros cancelados reduzem a F.T.!).

4ª **Questão**: Considere o controle de um processo de nível de líquido de 2ª ordem em um determinado ponto de operação, onde as variáveis de estado $x_1$ e $x_2$ correspondem aos níveis do 1º e do 2º tanque. O sinal de entrada *u* é uma vazão em $cm^3/s$ e a variável controlada é o nível $x_2$ em *cm*. Seção transversal, Ar = 10 $cm^2$.

Para lidar com perturbações, erros de modelo (inclusive diferentes pontos de operação) e apresentar uma resposta rápida e sem oscilação, deve ser projetado nesta questão um controlador por realimentação de estados com canal PI.


Vazões em $cm^3/s$

a) Obtenha a representação do processo $\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + Bu \\ y = C\boldsymbol{x}\end{cases}$, utilizando x1 e x2 do modelo do processo.

b) Calcule L1 e L2 de tal forma que a equação característica do observador seja $s^2 + 8s + 16$.

c) Projete a realimentação de estados do sistema aumentado, **K**=[K1 K2 Ki], tal que $\tilde{a}_a(s) = (s+2)^3$.

d) Qual o valor de Kp para que a função de transferência Y(s)/R(s) seja de 2ª ordem? Y(s)/R(s)?

e) Por que utilizar neste projeto *controle proporcioanal à referência* (e não *proporcional ao erro* = r – y)?

f) A chave no esquema só muda de posição se for detectada saturação de u. Qual a utilidade disto? Comente.

Obs1: Sistema aumentado pelo canal integral: $\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{x}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x} \\ x_i\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B \\ 0\end{bmatrix}u + \begin{bmatrix}0 \\ 1\end{bmatrix}r; \qquad y = \begin{bmatrix} C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x} \\ x_i\end{bmatrix}.$

Nome: ________________________________________Matrícula: _____________ Curso: Eng. ________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**. Transcreva aqui, apenas as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

# Prova tipo "1-9" - FOLHA DE RESPOSTAS

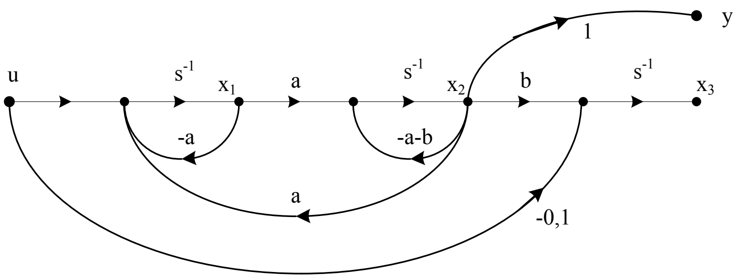
**1ª Questão:** (1,0)

a) (0,5) V

b) (0,5) F Sistema não completamente controlável → faltam atuadores.

**2ª Questão:** (2,0)

a) (0,5) Fluxografo:




b) (0,5) Função de Transferência (por Mason):

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{as^{-2}}{1+(a+a+b)s^{-1}-as^{-2}+a(a+b)s^{-2}} = \frac{a}{s^2+(2a+b)s+ab}$$

(L1 ($x_1$), L2 ($x_2$) e L3 ($x_1$ e $x_2$); L1 e L2 disjuntos; P1 toca todos os laços)

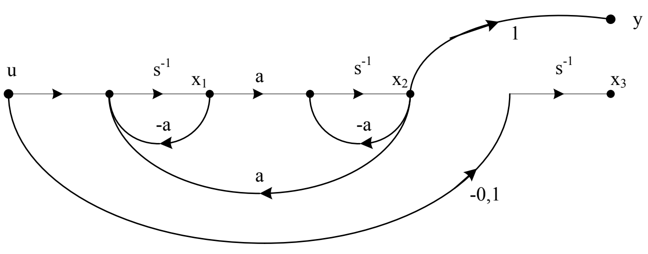
| **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** | **7** | **8** | **9** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\frac{1}{s^2+3s+1}$ | $\frac{2}{s^2+5s+2}$ | $\frac{3}{s^2+7s+3}$ | $\frac{1}{s^2+4s+2}$ | $\frac{2}{s^2+6s+4}$ | $\frac{3}{s^2+8s+6}$ | $\frac{1}{s^2+5s+3}$ | $\frac{2}{s^2+7s+6}$ | $\frac{3}{s^2+9s+9}$ |

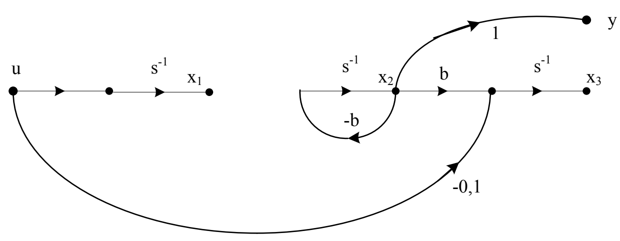
**c)** (0,6) Variáveis controláveis = $x_1$, $x_2$ e $x_3$ Variáveis Observáveis = $x_1$ e $x_2$

Justificativa, por inspeção: não existe caminho conectando $x_3$ a y.
Justificativa, considerando-se que a função de transferência é de 2ª ordem,
Kalman: posto (matriz de controlabilidade) = 3
posto (matriz de observabilidade) = 2
Y(s)/U(s) = $X_2$(s)/U(s), não passa por $x_3$ →$x_3$ não é observável!

**d)** (0,4) Dependência de a,b = Sim Justificativa:

***Via Fluxografo:***




| b=0: | a=0: |
|---|---|
| u alcança todas as variáveis de estado.<br>(Mas pode, eventualmente, haver cancelamentos).<br>A variável $x_3$ não é detectada pela saída y. | u não alcança $x_2$.<br>$x_1$ e $x_3$ não são detectados pela saída y |

***Via Matrizes de Kalman:***

Representação no EE: $\begin{bmatrix}\dot{x_1}\\ \dot{x_2}\\ \dot{x_3}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-a & a & 0\\ a & -a-b & 0\\ 0 & b & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0,1\end{bmatrix}u; y = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{bmatrix}$

**Controlabilidade:**

$$posto\ \boldsymbol{C} = posto[B \quad AB \quad A^2B]$$

$$AB = \begin{bmatrix}-a & a & 0\\ a & -a-b & 0\\ 0 & b & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\ 0\\ 0,1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-a\\ a\\ 0\end{bmatrix}; A^2B = \begin{bmatrix}-a & a & 0\\ a & -a-b & 0\\ 0 & b & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-a\\ a\\ 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}2a^2\\ -2a^2-ab\\ ab\end{bmatrix}$$

$$|B \quad AB \quad A^2B| = \begin{vmatrix}1 & -a & 2a^2\\ 0 & a & -2a^2-ab\\ 0,1 & 0 & ab\end{vmatrix} = a^2b + 0,1a^2b$$

Se a ≠ 0 e b ≠ 0: $x_1$, $x_2$ e $x_3$ controláveis (completamente controlável)

Se a≠0 e b = 0:

$$\begin{vmatrix}1 & -a & 2a^2\\ 0 & a & -2a^2\\ 0,1 & 0 & 0\end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix}1 & -a\\ 0 & a\end{vmatrix} = a \Rightarrow posto\ C = 2$$

Se a = 0:

$$\begin{vmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0,1 & 0 & 0\end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{vmatrix} = 0; |1| = 1; \Rightarrow posto\ C = 1$$

**Observabilidade**

$$\begin{bmatrix}C\\ CA\\ CA^2\end{bmatrix} = \begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\ a & -a-b & 0\\ -a^2-a^2-ab & 2a^2+2ab+b^2 & 0\end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix}0 & 1\\ a & -a-b\end{vmatrix} = -a \Rightarrow posto\ O = 2$$

$$CA = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-a & a & 0\\ a & -a-b & 0\\ 0 & b & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}a & -a-b & 0\end{bmatrix};$$

$$CA^2 = \begin{bmatrix}a & -a-b & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-a & a & 0\\ a & -a-b & 0\\ 0 & b & 0\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-a^2-a^2-ab & 2a^2+2ab+b^2 & 0\end{bmatrix};$$

Sistema não é completamente observável, independente dos valores de a e b.

Se a ≠ 0 e b ≠ 0: $x_1$, $x_2$ são observáveis (parcialmente observável)

Se a ≠ 0 e b = 0:

$$\begin{bmatrix}C\\ CA\\ CA^2\end{bmatrix} = \begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\ a & -a & 0\\ -a^2-a^2 & 2a^2 & 0\end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix}0 & 1\\ a & -a\end{vmatrix} = -a \Rightarrow posto\ O = 2$$

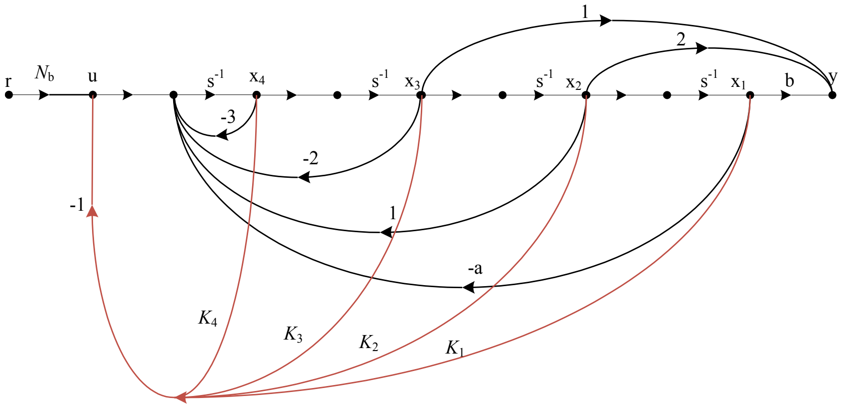
Se a =0:

$$\begin{bmatrix}C\\ CA\\ CA^2\end{bmatrix} = \begin{vmatrix}0 & 1 & 0\\ 0 & -b & 0\\ 0 & b^2 & 0\end{vmatrix} = 0; \begin{vmatrix}0 & 1\\ 0 & -b\end{vmatrix} = 0 \Rightarrow posto\ O = 1$$

**3ª Questão:** (2,0)

a) (1,0) $G(s) = \frac{s^2+2s+b}{s^4+3s^3+2s^2-s+a}$; equação característica desejada: $\tilde{\alpha}(s) = s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s + 1$

$$G(s) = \frac{1+2s^{-1}+bs^{-2}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}-s^{-3}+as^{-4}} \quad G_{MF}(s) = \frac{s^2+2s+b}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1} = \frac{1+2s^{-1}+bs^{-2}}{1+4s^{-1}+6s^{-2}+4s^{-3}+s^{-4}}$$




por inspeção (laços $s^{-4}, s^{-3}, s^{-2}, s^{-1}$): $K = [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4]$ $\boxed{K = [1-a \quad 5 \quad 4 \quad 1]}$

b) (0,5) Pelo teorema do valor final $\lim_{s\to 0} sG_{MF}(s)\frac{1}{s} = \frac{s^2+2s+b}{s^4+4s^3+6s^2+4s+1} = b \quad \rightarrow \boxed{N_b = 1/b}$

c) (0,5) $\boxed{\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{b^{-1}(s^2+2s+b)}{(s+1)^4}}$; Com b=1, cancelamento: $\boxed{\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{1}{(s+1)^2}}$

**4ª Questão:** (5,0)

a) (0,5) $\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = A\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + Bu; \quad y = Cx + Du$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-a & a\\ a & -a-b\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0{,}1\\ 0\end{bmatrix}u; \quad y = [0 \quad 1]x + 0u$$

b) (0,5) $|sI - A + LC| = s2 + 8s + 16$

c) (1,5) $\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{x}}\\ \dot{x}_i\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}A & 0\\ -C & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{x}\\ x_i\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B\\ 0\end{bmatrix}u + \begin{bmatrix}0\\ 1\end{bmatrix}r; \quad |sI - A_a + B_aK| = (s+2)^3$

Obs: $K_i = -K_3$ pois $x_i$ no controle EE-PI não é uma realimentação negativa.

d) (0,5) $PI: K_p + \frac{K_i}{s} = \frac{K_p s + K_i}{s} \rightarrow -\frac{K_i}{K_p} = -2$; Zero do canal PI cancela um os polos de malha fechada. $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{4}{(s+2)^2}$

| Prova | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| a) | A | $\begin{matrix}-1 & 1\\ 1 & -2\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-2 & 2\\ 2 & -3\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-3 & 3\\ 3 & -4\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-1 & 1\\ 1 & -3\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-2 & 2\\ 2 & -4\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-3 & 3\\ 3 & -5\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-1 & 1\\ 1 & -4\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-2 & 2\\ 2 & -5\end{matrix}$ | $\begin{matrix}-3 & 3\\ 3 & -6\end{matrix}$ |
| b) | L1 | 10 | 4 | 3,33 | 10 | 4 | 3,33 | 10 | 4 | 3,33 |
| | L2 | 5 | 3 | 1 | 4 | 2 | 0 | 3 | 1 | -1 |
| c) | K1 | 30 | 10 | -10 | 20 | 0 | -20 | 10 | -10 | -30 |
| | K2 | 50 | 35 | 43,33 | 40 | 40 | 53,33 | 50 | 55 | 70 |
| | Ki | 80 | 40 | 26,67 | 80 | 40 | 26,67 | 80 | 40 | 26,67 |
| d) | Kp | 40 | 20 | 13,33 | 40 | 20 | 13,33 | 40 | 20 | 13,33 |

e) (1,0) Justificativa = A adição do canal proporcional à referência não adiciona malha ao sistema de controle, não sendo preciso recalcular K1, K2 e Ki. O zero em –Ki/p é criado tanto com P-ref como em P-erro.

f) (1,0) Explicação = O circuito *anti-windup*, em questão, reduz o sobrepasso causado pela saturação de u. O tempo de subida não é alterado (está em saturação) mas o tempo de acomodação é reduzido.