



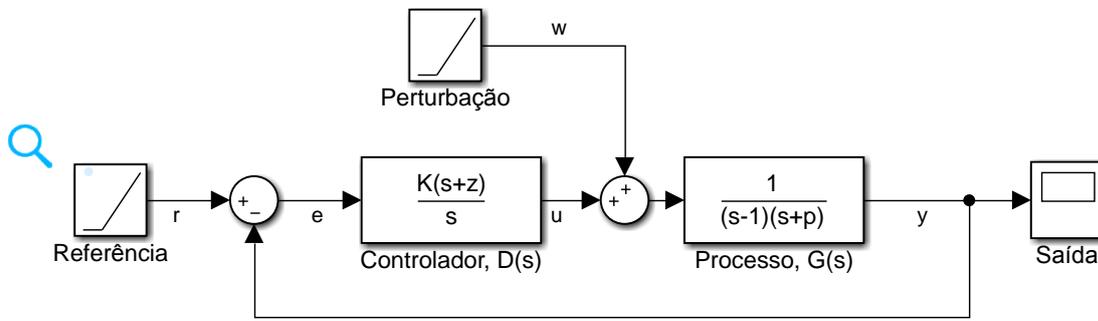
Nome: _____ Matrícula: _____ Curso: Eng. _____

1ª PROVA – 111911 CONTROLE DINÂMICO - 1º/2017

1ª Questão: (8,0) O controlador PI é, por sua simplicidade e versatilidade, um dos mais populares na indústria. $\frac{U(s)}{E(s)} = \frac{K_p s + K_i}{s} = \frac{K(s+z)}{s}$. O polo na origem melhora a resposta em regime permanente enquanto o zero melhora a resposta transitória, “atraindo” os ramos do LGR.

Considere para os próximos itens o controle do seguinte processo, instável em malha aberta. Vários itens podem ser resolvidos de forma independente e são “individualizados” em cada prova.

Considere nesta prova: (z; p) = 1;7 1;8 1;9 2;7; 2;8 2;9 3;7 3;8 3;9



(4,0) Esboce o Lugar Geométrico das Raízes em função do ganho K , considerando:

- (0,5) Parte real do LGR (Assuma $K > 0$ para os itens a) até e).
- (0,5) Assíntotas e centróide.
- (0,5) Pontos de Ramificação.
- (1,0) Valores de K , $-\infty < K < \infty$, para os quais o sistema é estável.
- (1,0) Interseção do LGR com o eixo $j\omega$
- (0,5) Esboce agora o LGR ($K < 0$).

Obs: Raízes de alguns polinômios de 3ª ordem.

roots([2 10 14 -8]) = -2.7144 ± 1.4000i; 0.4288;
 roots([2 11 16 -9]) = -2.9636 ± 1.3226i; 0.4273;
 roots([2 12 24 -14]) = -3.2331 ± 2.1358i; 0.4662;
 roots([2 9 12 -7]) = -2.4654 ± 1.4304i; 0.4308;
 roots([2 16 42 -24]) = -4.2394 ± 2.6622i; 0.4788;
 roots([2 17 48 -27]) = -4.4886 ± 2.8525i; 0.4773;
 roots([2 13 28 -16]) = -3.4821 ± 2.2601i; 0.4642;
 roots([2 14 32 -18]) = -3.7313 ± 2.3516i; 0.4627;
 roots([2 15 36 -21]) = -3.9904 ± 2.4319i; 0.4808;

(2,0) Estabilidade relativa.

- g) (1,0) Qual o valor do ganho K_r para que todos os polos, em malha fechada, estejam à esquerda de $s = -1$;
- h) (1,0) Para o ganho K_r , qual a posição do polo real em malha fechada no plano s .

(2,0) Tipo de sistema e erro em regime permanente.

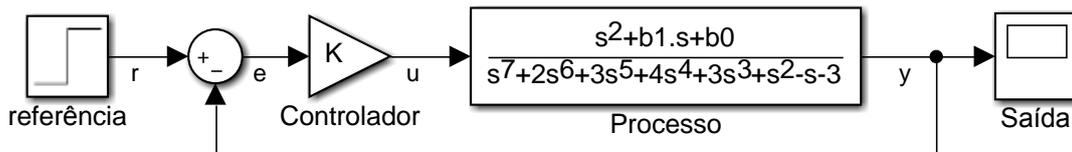
(Se não foi possível obter o valor de K_r no item g) pode se continuar aqui com $K_r = 50$, aplicando-se uma penalidade de 0,4 pontos aos itens i) e j))

- i) (1,0) Com o ganho K_r obtido em g), obtenha o erro a uma rampa unitária de referência?
- j) (1,0) Com o ganho obtido em g), qual o erro em regime permanente, e_{ss} , para um degrau, rampa e parábola de perturbação?

2ª Questão: (2,0) O critério de Routh-Hurwitz permite analisar a estabilidade de sistemas dinâmicos a partir dos coeficientes da equação característica em malha fechada.

Considere nesta prova: $K = 1$; $b_0 = 3$; $b_1 = 2$;

- k) (1,0) O sistema em malha fechada mostrado é estável, instável ou criticamente estável?
- l) (1,0) Quantos polos de malha fechada estão no SPD, SPE (Semiplano Direito/Esquerdo) e sobre o eixo $j\omega$?



GABARITO

1ª Questão:

- a) (0,5) Parte real do LGR (Assuma $K > 0$ para os itens a) até e).
- b) (0,5) Assíntotas e centróide. $\gg \alpha = \frac{1-p+z}{n-m}$
- c) (0,5) Pontos de Ramificação.
 $\gg \text{roots}(\text{conv}([3 \ 2*(p-1) \ -p], [1 \ z]) - [1 \ p-1 \ -p \ 0])$
- d) (1,0) Valores de K , $-\infty < K < \infty$, para os quais o sistema é estável.

$$K_c = \frac{p^2 - p}{p - 1 - z}$$
- e) (1,0) Interseção do LGR com o eixo $j\omega$.

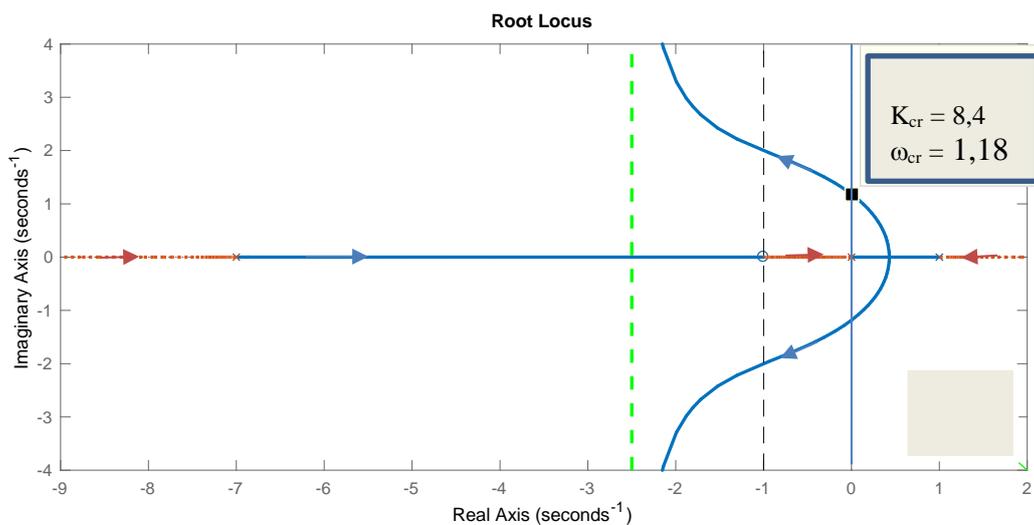
$$\omega_r = \sqrt{K_c - p}$$
- f) (0,5) Esboce agora o LGR ($K < 0$).
- g) (1,0) Qual o valor do ganho K_r para que todos os polos, em malha fechada, estejam à esquerda de $s = -1$;

$$K_r = \frac{3p^2 - 15p + 18}{-3 + p - z}$$
- h) (1,0) Para o ganho K_r , qual a posição do polo real em malha fechada no plano s .

$$p_{real} = 3 - p$$
- i) (1,0) Com o ganho K_r obtido em g), obtenha o erro a uma rampa unitária de referência?

$$e_{ss,rampa} = \frac{-p}{K_r z}$$
- j) (1,0) Com o ganho obtido em g), qual o erro em regime permanente, e_{ss} , para um degrau, rampa e parábola de perturbação?

$$e_{ss,degrau} = 0; e_{ss,rampa} = \frac{-1}{K_r z}; e_{ss,parábola} = -\infty;$$



LGR⁺ z=1; p=7; LGR⁻ z=1; p=7; Assíntota.

2ª Questão:

k) (1,0) O sistema em malha fechada mostrado é estável, instável ou criticamente estável?

$$EC: s^7 + 2s^6 + 3s^5 + 4s^4 + 3s^3 + 2s^2 + s$$

s^7	1	3	3	1	
s^6	2	4	2		
s^5	1	2	1		$d(s^5 + 2s^3 + s) = 5s^4 + 6s + 1$
s^4	0	0			
s^4	5	6	1		
s^3	4/5	4/5			
s^2	1	1			$d(s^2 + 1) = 2$
s^1	0				
s^1	2				
s^0	1				

$s=0$; $+/-j$; $+/-j$; $+2$ raízes no SPE \rightarrow Instável

l) (1,0) Quantos polos de malha fechada estão no SPD, SPE (Semiplano Direito/Esquerdo) e sobre o eixo $j\omega$?

5 polos no eixo $j\omega$; 2 polos no SPE.

z;p	1;7	1;8	1;9	2;7;	2;8	2;9	3;7	3;8	3;9
b) Centróide	-2,5	-3	-3,5	-2	-2,5	-3	-1,5	-2	-2,5
b) Ângulo	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$	$\pm 90^\circ$
c) Pt. Ramif.	0,4308	0,4288	0,4273	0,4662	0,4642	0,4627	0,4808	0,4788	0,4773
d) K_{cr}	$42/5=$ 8,4	$56/6=$ 9,33	$72/7=$ 10,28	$42/4=$ 10,5	$56/5=$ 11,2	$72/2=$ 12	$42/3=$ 14	$56/4=$ 14	$72/5=$ 14,4
e) ω_{cr}	$\sqrt{1,4}$ 1,1832	$\sqrt{1,333}$ 1,1547	$\sqrt{1,2857}$ 1,1339	$\sqrt{3,5}$ 1,8708	$\sqrt{3,2}$ 1,7889	$\sqrt{3}$ 1,7321	$\sqrt{7}$ 2,6458	$\sqrt{6}$ 2,4495	$\sqrt{5,4}$ 2,3238
g) K_r	20	22,5	25,2	30	30	31,5	60	45	42
h) Polo Real	-4	-5	-6	-4	-5	-6	-4	-5	-6
i) e_{ss} R ramp	$-7/20=$ -0,35	$-8/22,5=$ -0,356	$-9/25,2=$ -0,357	$-7/60=$ -0,117	$-8/60=$ -0,133	$-9/63=$ -0,143	$-7/180=$ -0,039	$-8/135=$ -0,059	$-9/126=$ -0,071
e_{ss} R ($K_r=50$)	-0,14	-0,16	-0,18	-0,07	-0,08	-0,09	-0,0467	-0,0533	-0,06
j) e_{ss} W ramp	$-1/20=$ -0,05	$-1/22,5=$ -0,044	$-1/25,2=$ -0,0397	$-1/60=$ -0,0167	$-1/60=$ -0,0159	$-1/63=$ -0,0159	$-1/180=$ -0,0056	$-1/135=$ -0,0074	$-1/126=$ -0,0079
e_{ss} W ($K_r=50$)	-0,02	-0,02	-0,02	-0,01	-0,01	-0,01	-0,0067	-0,0067	-0,0067