ENE/FT/UnB
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
Não é permitido/necessário usar calculadora.
Auditório SG11, 09/09/2015, 16^{00}-17^{30}

Nome: ____Matrícula: ______________

1ª PROVA – 111911 CONTROLE DINÂMICO - 2°/2015

$M_p = e^{\frac{-\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$ $\quad t_{r(10\text{-}90\%)} = 1{,}8/\omega_n$ $\quad t_{s(2\%)} = 4/\sigma$ $\quad S_K^T = \frac{\partial T/T}{\partial K/K} = \frac{K}{T}\frac{\partial T}{\partial K}$

1ª Questão: (2,0) Assinale Verdadeiro (V) ou Falso (F). Caso considere um item falso, *todos* os aspectos incorretos deverão ser apontados de forma crítica.

a) *Feedback* (realimentação) é um princípio geral encontrado na natureza – “compare o que você quer com o que você tem e aja de acordo!”; em outras palavras, controle em malha fechada significa atuar de acordo com o sinal de erro.

b) Um sistema de controle em malha fechada pode operar com realimentação não unitária (e.g., considerando a função de transferência de um sensor). Neste caso sempre haverá erro em regime permanente, pois o controlador tem como entrada o erro atuante.

c) O controlador Liga-Desliga utilizado em geladeiras não controla, de fato, a temperatura. Isto pode ser verificado, quando a geladeira está muito cheia e o compressor fica ligado continuamente. Além disso, a referência de temperatura é apenas um seletor (1 a 5).

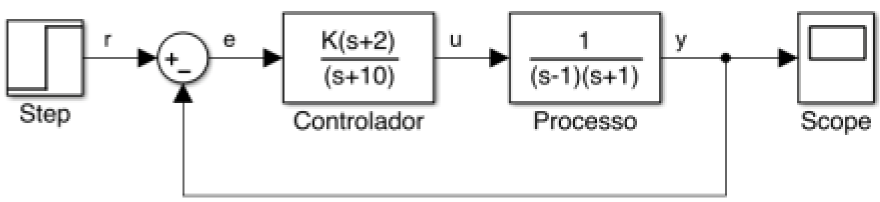
d) As especificações no domínio do tempo, como tempo de subida, tempo de acomodação e sobrepasso, podem ser mapeadas no plano *s*. Desta forma, o projeto de controladores resume-se a encontrar parâmetros (e.g., ganho proporcional, K_p, ganho integral K_i) de tal modo que todos os polos do sistema, em malha fechada, atendam às restrições no plano *s*.

2ª Questão: (4,0) O arranjo de Routh-Hurwitz permite verificar a faixa de estabilidade de um sistema dinâmico em função de um parâmetro *K*. A estabilidade absoluta (polos no semi-plano esquerdo), no entanto, não é muito “prática” – no mundo real também é necessário que o tempo de acomodação seja “razoável”. Isto pode ser obtido considerando-se a estabilidade relativa.

a) (2,0) Para o processo em malha fechada a seguir, para quais valores de *K* temos todos os polos com parte real $\leq$ -1?

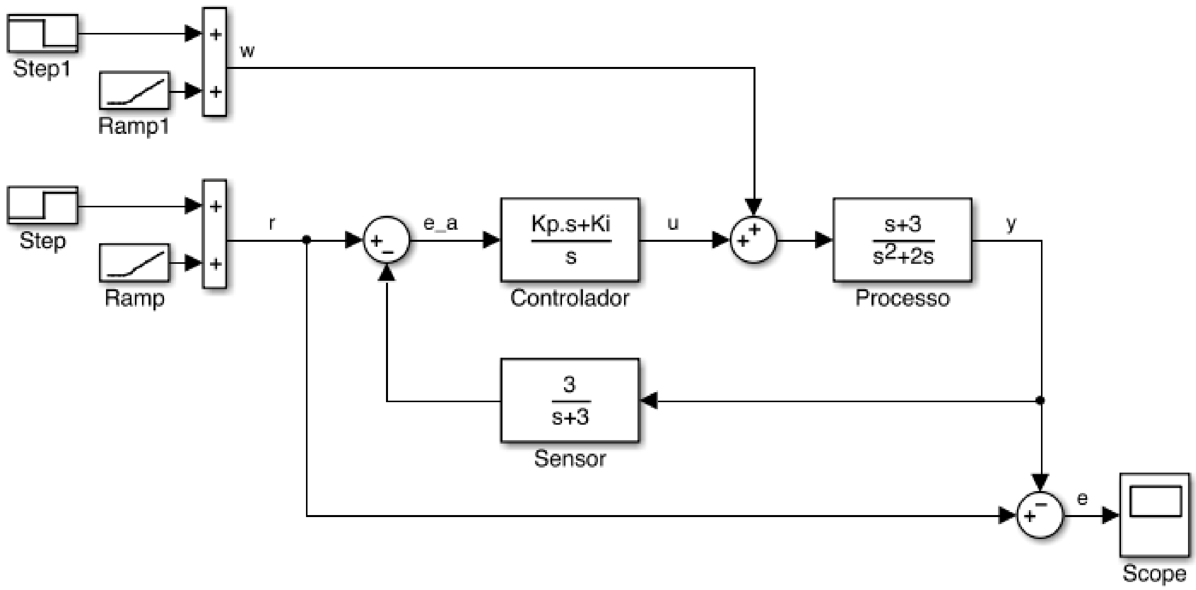
b) (1,0) Calcule a Sensibilidade da função $E(s)/R(s)$ em regime permanente em função do parâmetro *K*.

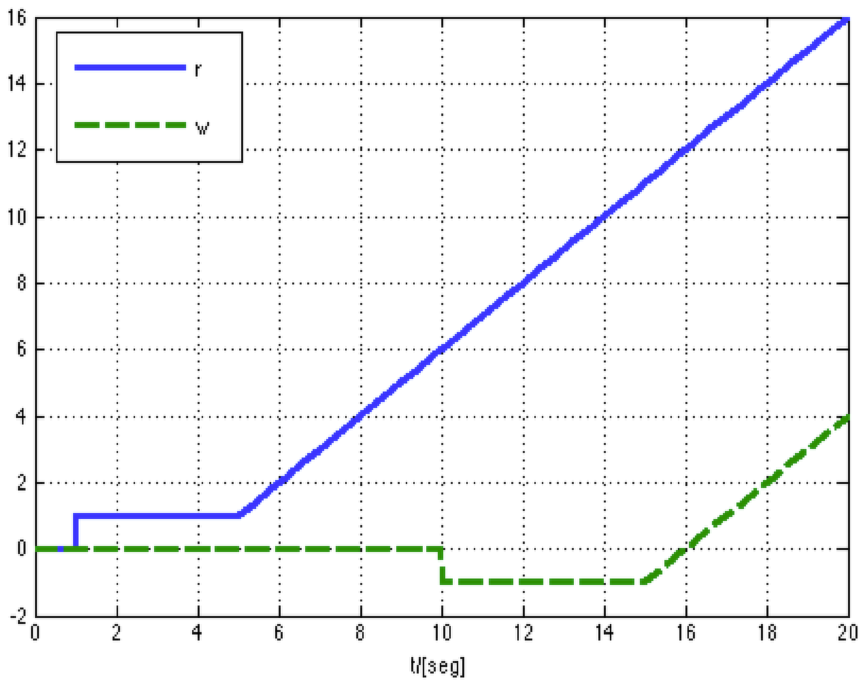
c) (1,0) Interprete a Sensibilidade, em b), para $K = 5$, em termos da estabilidade relativa.



3ª Questão: (4,0) Considere o diagrama de blocos a seguir, onde os sinais *r* (referência) e *w* (perturbação), estão indicados no gráfico. A saída *y* deve seguir a referência e rejeitar as perturbações. O objetivo desta questão é calcular o erro em regime permanente, $e_{ss} = \left[\, r(t) - y(t) \,\right]_{t\to\infty}$. Para tanto:

a) (1,0) Obtenha as funções de transferência $Y(s)/R(s)$ e $Y(s)/W(s)$.
b) (0,5) Verifique para qual região no plano (K_p x K_i) o sistema é estável. (Condição necessária para que o cálculo de e_{ss} possa ser feito).
c) (1,0) Calcule o erro ($e = r - y$) para um degrau e para uma rampa unitária de referência.
d) (1,0) Calcule o erro ($e = r - y$) a um degrau e a uma rampa unitária de perturbação.
e) (0,5) Qual o erro, e_{ss}, do sistema completo considerando-se os sinais *r* e *w* do gráfico?





--- GABARITO ---

1ª Questão:

a) (0,5) V

b) (0,5) F – Se, por exemplo, a função de transferência do sensor tiver ganho unitário em regime permanente, não haverá erro a um degrau de referência.

c) (0,5) F – o controlador liga-desliga da geladeira, como todo controlador no mundo real, só atua numa faixa de operação. Se a carga térmica depositada em seu interior somada às perdas excede a sua potência para uma certa referência ela ficará sempre ligada. A indicação da temperatura por números poderia, para um certo ponto de operação, ser associada à temperatura em ºC. Na faixa de operação o controlador liga-desliga controla a temperatura da geladeira.

d) (0,5) V – O projeto de sistemas lineares para atender à resposta transitória só considera as restrições dos polos no plano *s*. Se considerarmos a saturação, que é uma característica não linear sempre presente em sistemas físicos, heuristicamente assumimos que "ganhos menores saturam menos" implica novamente em "polos mais próximos à origem" – que é, também, uma restrição no plano *s*.

2ª Questão:

a) (2,0)

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\dfrac{K(s+2)}{(s+10)(s-1)(s+1)}}{1+\dfrac{K(s+2)}{(s+10)(s-1)(s+1)}}=\frac{K(s+2)}{(s+10)(s-1)(s+1)+K(s+2)}=\frac{K(s+2)}{s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10}$$

Mudança de coordenadas:

$$s=\hat{s}-1$$

$$s^2=\hat{s}^2-2\hat{s}+1$$

$$s^3=\hat{s}^3-3\hat{s}^2+3\hat{s}-1$$

Equação Característica em $\hat{s}$: $\hat{s}^3+7\hat{s}^2+(K-18)\hat{s}+K$

$\hat{s}^3$	1	$K-18$
$\hat{s}^2$	7	K
$\hat{s}$	$\dfrac{6K-126}{7}$	
s^0	K	

$$\boxed{Estabilidade \Rightarrow K \geq 21}$$

b) (1,0)

$$F(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{s^3+10s^2-s-10}{s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10}$$

$$\frac{\partial F}{\partial K}=\frac{f'g-fg'}{g^2}$$

$$S_K^F=\frac{K}{\dfrac{s^3+10s^2-s-10}{s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10}}\,\frac{0(s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10)-(s^3+10s^2-s-10)(s+2)}{(s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10)^2}$$

$$S_K^F=\frac{-K(s+2)}{s^3+10s^2+(K-1)s+2K-10}$$

Em regime permanente (s→0)

$$\boxed{S_K^F=\frac{-2K}{2K-10}}$$

c) (1,0) Com *K* = 5 o sistema é criticamente estável (polo na origem). Margem de estabilidade = 0.

3ª Questão:

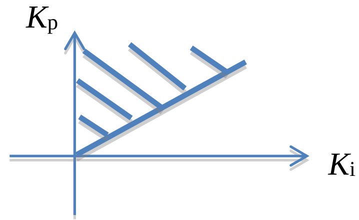
a) (1,0)

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{\frac{K_ps+K_i}{s}\frac{s+3}{s^2+2s}}{1+\frac{K_ps+K_i}{s}\frac{s+3}{s^2+2s}\frac{3}{s+3}}=\frac{(K_ps+K_i)(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}$$

$$\frac{Y(s)}{W(s)}=\frac{\frac{s+3}{s^2+2s}}{1+\frac{K_ps+K_i}{s}\frac{s+3}{s^2+2s}\frac{3}{s+3}}=\frac{s(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}$$

b) (0,5)

$$\begin{array}{c|cc}
s^3 & 1 & 3K_p \\
s^2 & 2 & 3K_i \\
\hline
s & \frac{6K_p-3K_i}{2} & \\
s^0 & 3K_i &
\end{array}$$



$$\boxed{Estabilidade \Rightarrow K>0 \quad e \quad K_p>K_i/2}$$

c) (1,0) Referência:

$$\frac{Y(s)}{R(s)}=\frac{K_ps^2+(3K_p+K_i)s+3K_i}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}$$

$$Degrau: e=r-y$$

$$e=\frac{1}{s}-\frac{K_ps^2+(3K_p+K_i)s+3K_i}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\frac{1}{s} \quad \Rightarrow \quad e=\frac{s^2+2s-K_ps-K_i}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\Rightarrow e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\,e=0$$

$$Rampa: e=r-y$$

$$e=\frac{1}{s^2}-\frac{K_ps^2+(3K_p+K_i)s+3K_i}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\frac{1}{s^2}=\frac{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i-K_ps^2-(3K_p+K_i)s-3K_i}{s^2(s^3+2s^2+3K_ps+3K_i)}$$

$$e=\frac{s^3+2s^2-K_ps^2-K_is}{s^2(s^3+2s^2+3K_ps+3K_i)} \qquad e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\frac{s^3+2s^2-K_ps^2-K_is}{s^2(s^3+2s^2+3K_ps+3K_i)}=-\frac{1}{3}$$

d) (1,0) Perturbação:

$$\frac{Y(s)}{W(s)}=\frac{s(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}$$

$$Degrau: \qquad y_{ss}=\lim_{s\to 0}s\frac{s(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\frac{1}{s}=0 \quad \Rightarrow \quad e_{ss}=0$$

$$Rampa: e=r-y=-\frac{s(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\frac{1}{s^2} \qquad e_{ss}=\lim_{s\to 0}s\frac{-s(s+3)}{s^3+2s^2+3K_ps+3K_i}\frac{1}{s^2}=-\frac{1}{K_i}$$

e) (0,5) $e_{ss}=0-\frac{1}{3}+0-\frac{1}{K_i}$

$$\boxed{e_{ss}=-\frac{1}{3}-\frac{1}{K_i}}$$