



1ª Prova - CONTROLE DINÂMICO - 2º/2017

$$t_{s(2\%)} = 4/\sigma \quad 1 + K \frac{b(s)}{a(s)} = 0 \quad \alpha = \frac{\sum \text{pólos} - \sum \text{zeros}}{n - m} \quad \theta = \frac{180^\circ(2k + 1)}{n - m} \quad \text{se } m < n - 1 \Rightarrow \sum_{MA} p_i = \sum_{MF} p_j$$

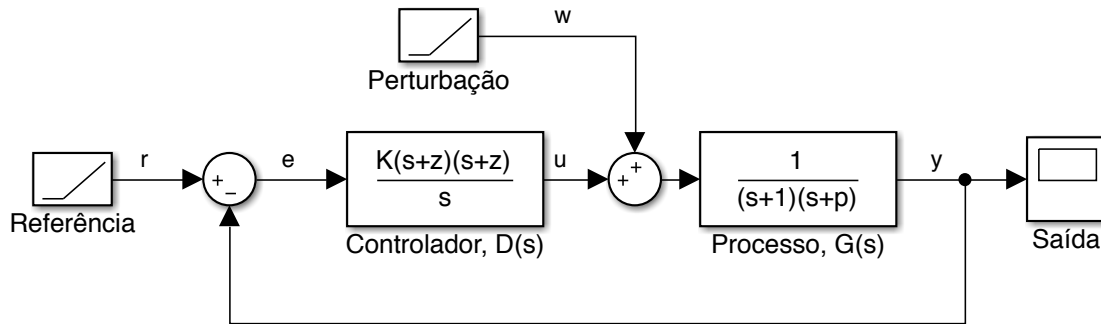


Fig. 1 – Sistema de controle a ser utilizado nas questões 1 e 2. (Parâmetros - ver tabela 2).

1ª Questão: (5,0) Esboce o Lugar Geométrico das Raízes em função do ganho K . Inicie com $K > 0$ (LGR^+). Não é preciso calcular, explicitamente, os ângulos de partida e chegada dos pontos de ramificação, mas estes devem ser considerados no esboço.

- a) (0,5) Parte real do LGR.
- b) (0,5) Pontos de ramificação. (Ver tabela 1, note que c_2 é suficiente para identificar as raízes).
- c) (1,0) Valores de K , $-\infty < K < \infty$, para os quais o sistema é estável.
- d) (1,0) Interseções do LGR com o eixo $j\omega$.
- e) (0,5) Esboce o LGR^- ($K < 0$). Note que os cálculos do LGR^+ já são suficientes para o LGR^- .
- f) (0,5) Complete o esboço do LGR (cada ramo completo, $-\infty < K < \infty$). Indique, com setas, sobre todos os ramos, o sentido crescente de K , de $-\infty$ a $+\infty$.
- g) (1,0) Pelo esboço do LGRs (sem calcular a estabilidade relativa) é possível afirmar que para algum valor de K , é possível obter para $Y(s)/R(s)$, $t_s \leq 4$ s? Justifique.

Tabela 1: Colunas indicam raízes (r_1, r_2, r_3, r_4) de $a \frac{db}{ds} - b \frac{da}{ds} = s^4 + c_3s^3 + c_2s^2 + c_1s + c_0 = 0$

c_3	24	40	24	24	32	32	40	32	40
c_2	109	339	120	131	223	193	301	208	320
c_1	0	400	72	144	256	0	0	128	200
c_0	-36	100	0	36	64	-64	-100	0	0
r_1	-17,93	-28,65	0	-16,64	-22,65	-23,94	-29,96	0	0
r_2	-6	-10	-17,31	-6	-8	-8	-10	-23,31	-29,32
r_3	-0,62	-1	-6	-1	-1	-0,61	-0,6	-8	-10
r_4	0,54	-0,35	-0,69	-0,36	-0,35	0,55	0,56	-0,69	-0,68

2ª Questão: (2,0) Considerando ainda o sistema da Figura 1 e os parâmetros p e z indicados.

- a) (1,0) Utilizando os coeficientes de erro ou de forma direta, calcule, $e_{ss} = (r - y)_{t \rightarrow \infty}$, para uma rampa e para uma parábola unitárias de referência, em função do ganho K.
- b) (1,0) Calcule o erro em regime permanente, $e_{ss} = (r - y)_{t \rightarrow \infty}$, a uma rampa unitária de perturbação, em função de K. Considere aqui, pelo princípio da superposição, $r=0$.

3ª Questão: (3,0) Considere o controle de um processo sujeito a **atraso de transporte e saturação do atuador**. Esta é uma situação comum, e.g., em sistemas HVAC (Heating, ventilation, and Air Conditioning). O atraso de transporte, e^{-sT_a} , pode ser aproximado por $\frac{Ua(s)}{Us(s)} = \frac{-s+2/Ta}{s+2/Ta}$.

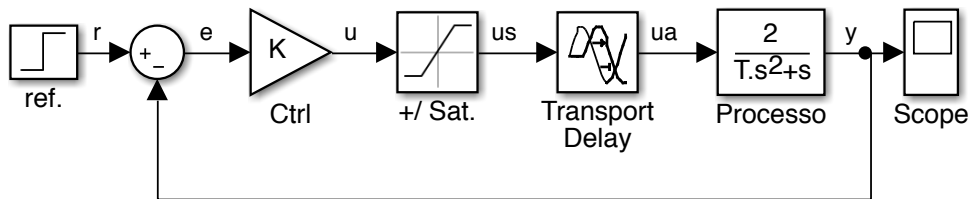


Fig. 2 – Controle de processo sujeito a saturação e atraso de transporte.

- a) (1,0) Obtenha o ganho K_{lim} , o valor limite, que não satura o sinal u. Assuma: $r = 1$; $T_a = 0,1$. Ver tabela 2. Sugestão: Função de transferência linear, $U(s)/R(s)$, e o teorema $\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$.
- b) (2,0) Sem saturação, qual atraso T_a , leva à instabilidade? Ver tabela 2.

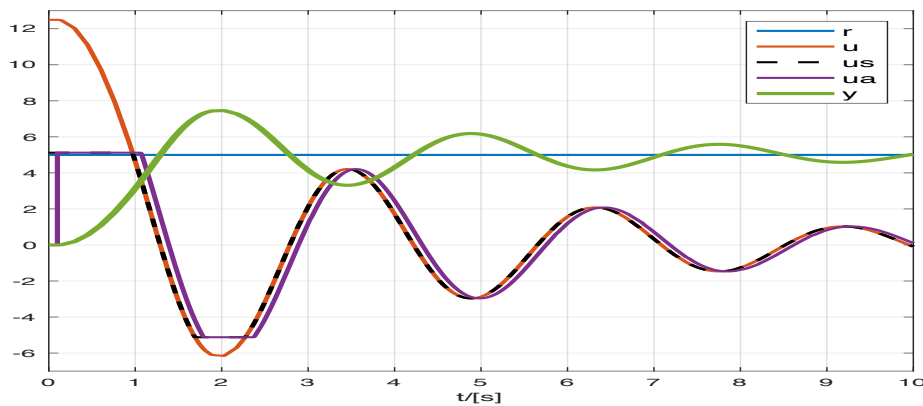


Fig. 3 - Gráfico meramente ilustrativo, $Sat=5$, $T=1$; $T_a=0,1$ (não corresponde aos valores a serem calculados)

Tabela 2: De acordo com a prova (1 a 9, ver folha de respostas), **selecione os parâmetros p e z** para as questões 1 e 2. Os parâmetros T, Sat e K se referem à questão 3.

Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1
z	6	8	10	6	8	10	6	8	10
T	1	1	1	2	2	2	3	3	3
Sat	3	4	5	3	4	5	3	4	5
K	1	2	3	1	2	3	1	2	3

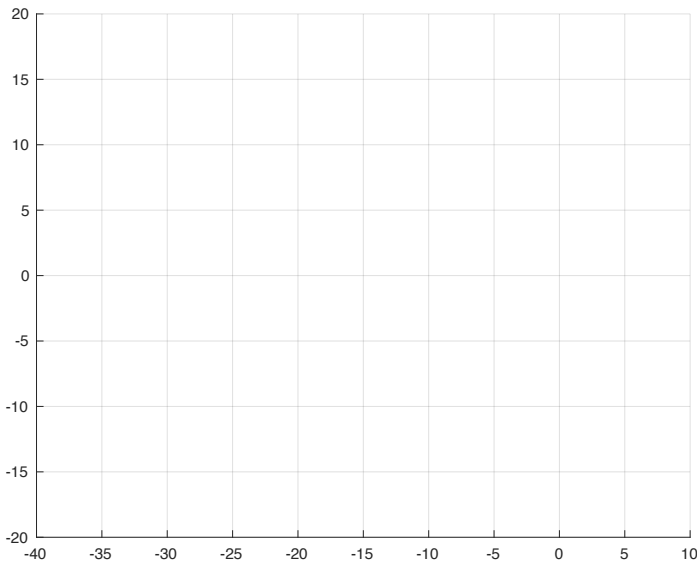
Nome: _____ Matrícula: _____ Curso: Eng. _____

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.
Transcreva aqui, apenas as respostas finais. *Não separar*, por favor, *as folhas* deste caderno de respostas!!

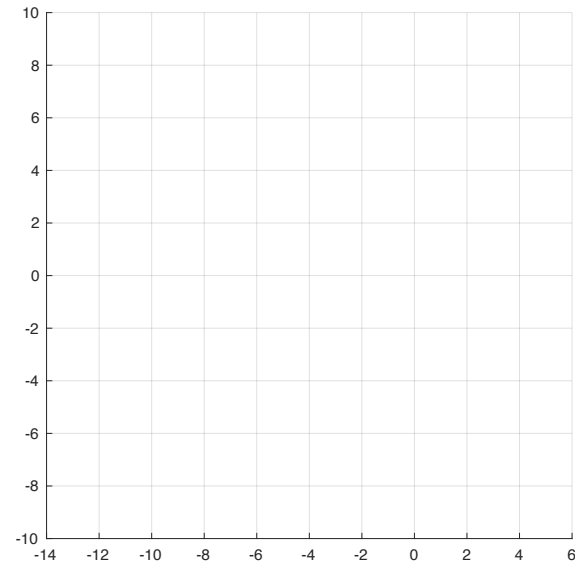
Prova tipo “x” - FOLHA DE RESPOSTAS

1ª Questão

- a) No gráfico LGR^+ :
- b) $r_{1:4}$:
- c) $K_{estável}$ (faixa(s) de valores):
- d) ω_{cr1} : ω_{cr1} :
- e) No gráfico LGR^-
- f) Esboço. Nos gráficos, sentidos para LGR^- e LGR^+ .
- g) Resposta: Justificativa:



LGR^+



LGR^-

2ª Questão:

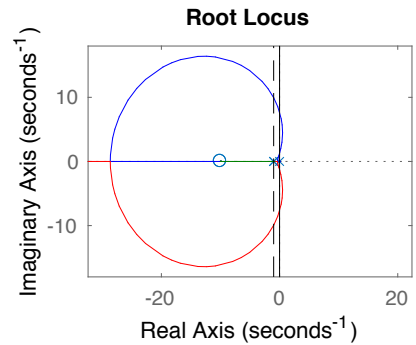
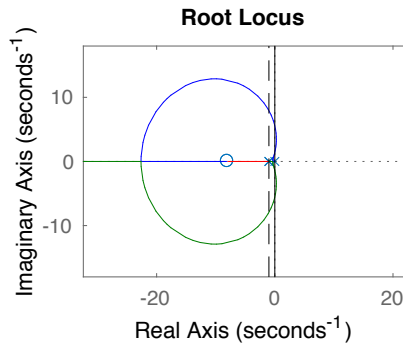
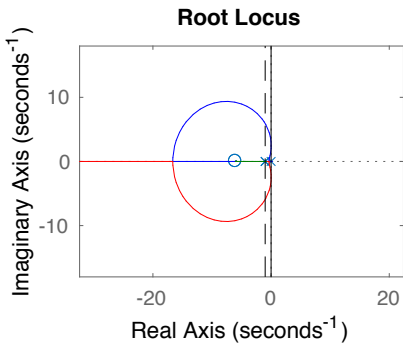
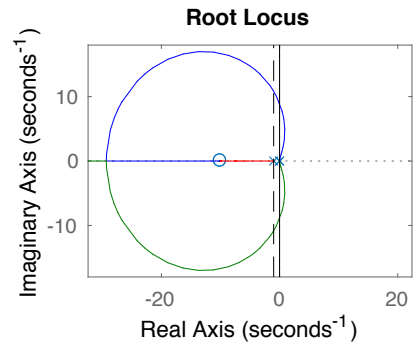
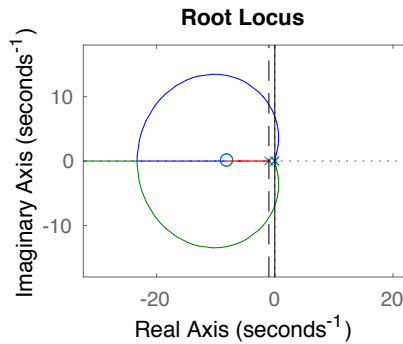
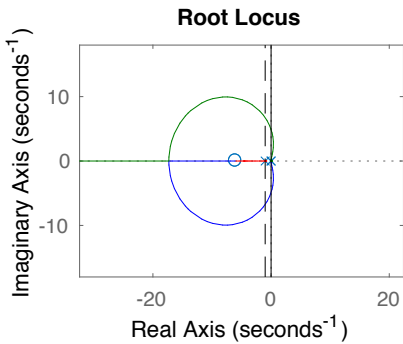
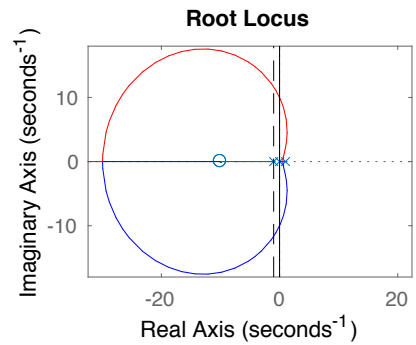
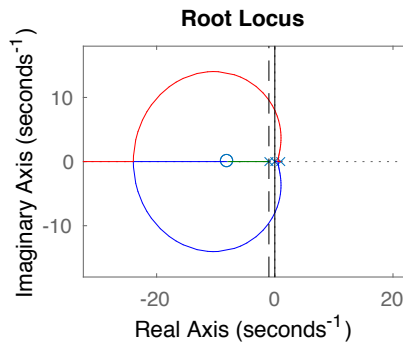
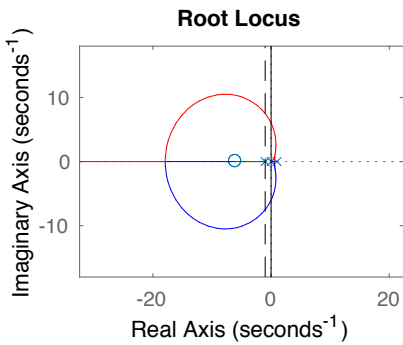
- a) Rampa r , $e_{ss} =$ Parábola r , $e_{ss} =$
- b) Rampa w , $e_{ss} =$

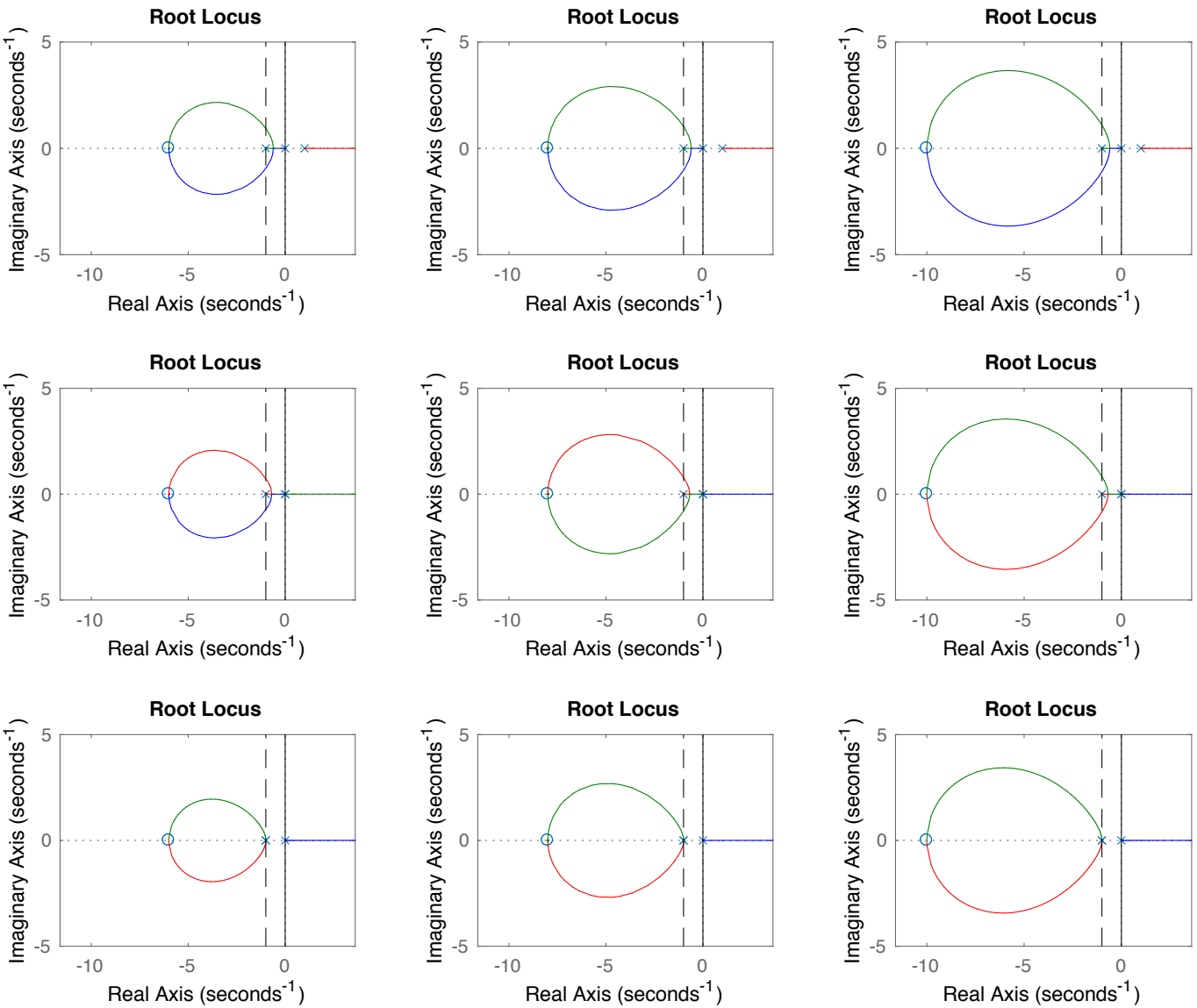
3ª Questão:

- a) $K_{lim} =$ b) $T_{a,max} =$

Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1
z	6	8	10	6	8	10	6	8	10
T	1	1	1	2	2	2	3	3	3
Sat	3	4	5	3	4	5	3	4	5
K	1	2	3	1	2	3	1	2	3

1ª Questão	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, -1]$	$[-\infty, 0]$	$[-\infty, 0]$	$[-\infty, 0]$
a) Parte real	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$	$[0,1]$
b) Pt. Ramif.	-17.93 -6.00 -0.62 0.54	-23.94 -8.00 -0.61 0.55	-29.95 -10.00 -0.60 0.56	0 -17.31 -6.00 -0.69	0 -23.31 -8.00 -0.69	0 -29.32 -10.00 -0.68	-16.64 -6.00 -1.00 -0.36	-22.65 -8.00 -1.00 -0.35	-28.65 -10.00 -1.00 -0.35
c) $K > K_{cr2}$	3,0833	4,0625	5,05	2,00	3,00	4,00	0,6667	1,8707	2,9157
$0 < K < K_{cr1}$	(37/12)	(65/16)					0,2500	0,0668	0,0343
d) ω_{cr}	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	6,00	8,00	10,00	4,9	6,93	8,94	3,00	5,56	7,70
							2,00	1,44	1,3





2ª Questão:

a) Utiliando os coeficientes de erro:

Se $p \neq 0 \Rightarrow$ rampa; $K_v = Kz^2/p \rightarrow e_{ss} = p/Kz^2$; parábola; $e_{ss} = \text{sign}(p) \cdot \infty$
 se $p=0$; \Rightarrow rampa; $\rightarrow e_{ss}=0$; parábola; $K_a = Kz^2 \rightarrow e_{ss} = 1/Kz^2$

$$b) \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{1}{1 + \frac{K(s+z)^2}{s(s+1)(s+p)}} = \frac{s}{s(s+1)(s+p) + K(s+z)^2} \quad y_{t \rightarrow \infty} = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} \frac{s}{s(s+1)(s+p) + K(s+z)^2} = \frac{1}{Kz^2}$$

$$e_{ss} = r - y_{ss} = -1/Kz^2.$$

Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	-1	-1	-1	0	0	0	1	1	1
z	6	8	10	6	8	10	6	8	10

$K.e_{ss} \quad r=1/s^2$	-0.0278 (-1/36)	-0.0156 (-1/64)	-0.0100	0	0	0	0.0278	0.0156	0.0100
$K.e_{ss} \quad r=1/s^3$	-Inf	-Inf	-Inf	0.0278	0.0156	0.0100	Inf	Inf	Inf
$K.e_{ss} \quad w=1/s^2$	-0.0278	-0.0156	-0.0100	-0.0278	-0.0156	-0.0100	-0.0278	-0.0156	-0.0100

3ª Questão:

Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9
T	1	1	1	2	2	2	3	3	3
Sat	3	4	5	3	4	5	3	4	5
K	1	2	3	1	2	3	1	2	3

3a Questão									
a) K_{lim}	3	4	5	3	4	5	3	4	5
b) Raiz1	-3,562	-3,755	-3,840	-7,531	-7,758	-7,837	-11,521	-11,755	-11,835
T_{acr}	0,562	0,266	0,174	0,531	0,258	0,170	0,521	0,255	0,169

$$a) \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{K}{1 + K \frac{-s+2/Ta}{s+2/Ta} \frac{2}{Ts^2+s}} = \frac{K(s+2/Ta)(Ts^2+s)}{(s+2/Ta)(Ts^2+s)+2K(-s+2/Ta)} \quad u(0) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1}{s} \frac{KTs^3+\dots}{Ts^3+\dots} = K$$

$$K_{lim} = \text{Sat}$$

$$b) \frac{2K(-s+\frac{2}{Ta})}{s(Ts+1)(s+\frac{2}{Ta})+2K(-s+\frac{2}{Ta})} \text{ Routh-Hurwitz} \Rightarrow \left(1 + \frac{2T}{Ta}\right) \left(\frac{2}{Ta} - 2K\right) - \frac{4TK}{Ta} = 0$$

$$\Rightarrow -2K + \frac{1}{Ta} (2 - 8TK) + 4T/Ta^2 = 0$$

$$\Rightarrow -2KTa^2 + Ta(2 - 8TK) + 4T = 0$$