ENE/FT/UnB
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
É permitido usar calculadora.

Auditório SG11, 21/10/2015, 16^{00}-18^{30}

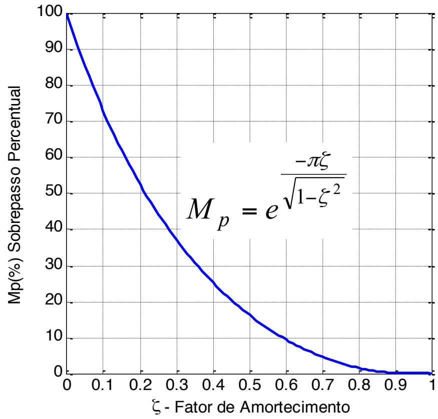
2ª PROVA – 111911 CONTROLE DINÂMICO – Turma B – 2°/2015

Nome: ____

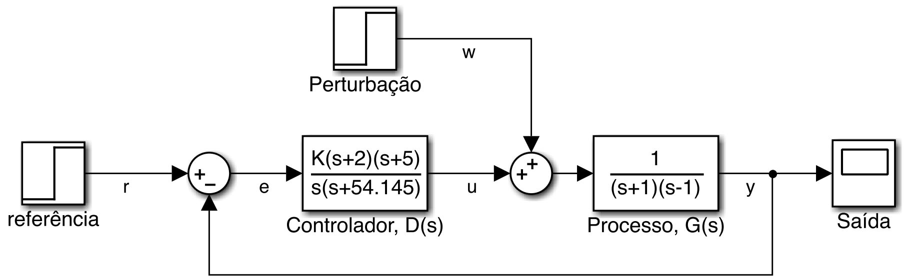
Matrícula: ____________________ Curso: Eng. ____________________

SISTEMA DE 2ª ORDEM SEM ZEROS

$$\begin{cases} t_{r(10\text{-}90\%)} = 1{,}8/\omega_n \\ t_p = \pi/\omega_d \\ t_{s(2\%)} = 4/\sigma \end{cases}$$



1ª Questão: (4,0) Esboce o Lugar Geométrico das Raízes de $D(s)G(s)$ em função do ganho K.

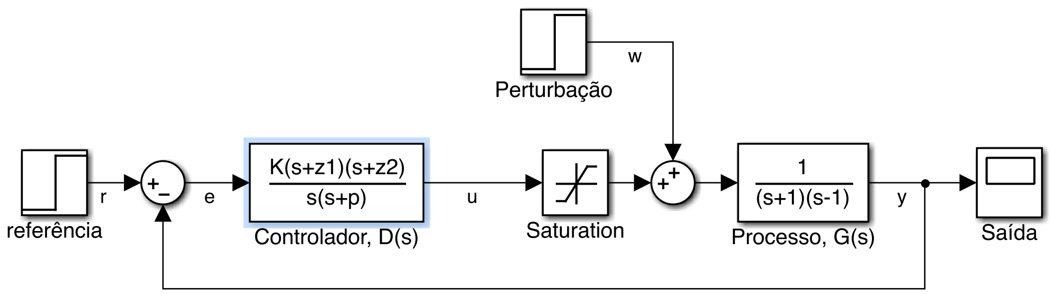


Assuma inicialmente $K > 0$ (LGR^+).

a) (0,5) Parte real do LGR.
b) (0,5) Assíntotas e centróide.
c) (0,5) Pontos de Ramificação.
d) (0,5) Ângulos de partida e chegada dos pontos de ramificação.
e) (0,5) Valores de K, $-\infty < K < \infty$, para os quais o sistema é estável.
f) (0,5) Interseção do LGR com o eixo $j\omega$
g) (0,5) Complete o LGR (de cada polo sai um ramo, continuidade, simetria etc)
h) (0,5) Esboce agora o LGR^- ($K < 0$).
(Nenhum cálculo adicional é necessário – todos os valores de interesse foram obtidos no esboço do LGR^+).

Obs: Candidatos a pontos de ramificação. conv( ) – convolução ≡ produto de polinômios. w=54.1451187532;
roots(conv([2 7],[1 w -1 -w 0])-conv([1 7 10],[4 3*w -2 -w])) = {-17.4102; -17.4102; -2.5924; -0.6722; 0.5125}
roots(conv([2 7],[1 w -1 -w 0])-conv([1 7 10],[4 3*w -1 -2*w])) = {-17.4284 ± 1.2401i; -2.6238; 0.7775; -0.8694}
roots(conv([2 7],[4 3*w -1 -w 1])-conv([1 7 10],[4 3*w -2 -w])) ={ -40.6016; 3.1485; -3.1615; 0.5853; -0.5796}

2ª Questão: (3,0) Considere o projeto de um controlador $D(s)$ para um processo, $G(s)$, com realimentação unitária e saturação do atuador.

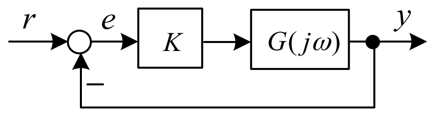


Especificações de projeto:

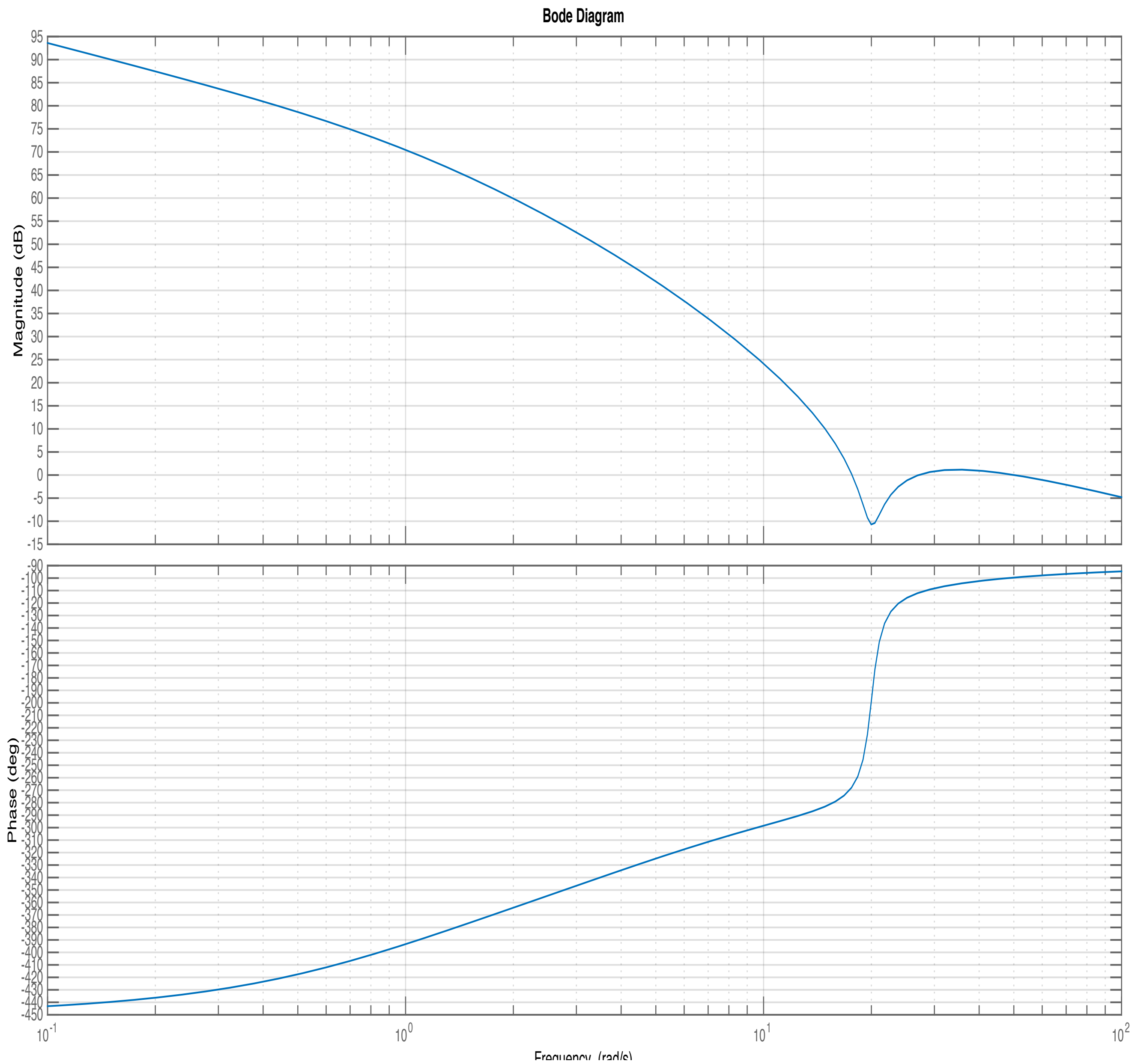
I. Sobrepasso da resposta à $r = 1/s$, $M_p \leq 10$ %;
II. Tempo de pico, $t_p = \leq 1{,}57\ s$;
III. Tempo de acomodação, $t_{s(2\%)} \leq 2\ s$;
IV. Perturbações constantes devem ser rejeitadas completamente.
V. Evitar, sempre que possível, que u sature.
VI. Controlador “realizável” – $D(s)$ é função própria (acréscimo de polo em $s = -100$).

a) (0,5) Qual valor de s_0 (posição dos polos dominantes) atende todas as especificações da resposta transitória e mantém u “longe da saturação”?
b) (0,5) Mostre que um compensador PID é necessário para que sejam atendidas todas as especificações de projeto.
c) (2,0) Projete $D(s)$, de forma a atender às especificações I a VI.

3ª Questão: (3,0) Considere a resposta $G(j\omega)$ de um sistema que, em malha aberta, possui dois polos no semi-plano direito.



a) (0,8) Para $K = 1$, qual a Margem de Ganho e a qual Margem de Fase?
b) (1,2) Esboce o diagrama de Nyquist correspondente.
c) (0,5) Em malha fechada, quais valores de K, $-\infty < K < \infty$, produzem respostas estáveis?
d) (0,5) Considerando $K = 10$, qual o erro $e_{ss} = (r - y)_{t\to\infty}$, para $r = 1/s^2$.



RESOLUÇÃO

1ª Questão: (4,0)

a) (0,5) Parte real do LGR: [-54.145, -5]; [-2, -1]; [0, 1];

b) (0,5) Assíntotas e centróide. 2 assíntotas, ±90°; centroide (Σp-Σz)/(n-m) = -23.57

c) (0,5) Pontos de Ramificação. $b(s)=s^2+7s+10$; $a(s)=s^4+54.145s^3-s^3-54.145s$
corresponde a roots(b(da/ds)-a(db/ds)) ={-17.4102; -17.4102; -2.5924; -0.6722; 0.5125}
São pontos de ramificação: LGR^+:0.5125, -17.4102 (duplo); LGR^-: -2.5 e -0.6722

d) (0,5) Ângulos de partida e chegada dos pontos de ramificação.
em -17.41, chegada: ±60°, 180°; partida: ±120°, 0°
em 0.512, chegada: 0°, 180°; partida: ±90°.

e) (0,5) Valores de K, $-\infty < K < \infty$, para os quais o sistema é estável. Routh-Hurwitz K > 96.57

f) (0,5) Interseção do LGR com o eixo jω. ω = ±3.389 *rad/s*
(Por inspeção do LGR $K \approx 100$; $\omega_0 \approx 0 \pm 3.5i$)

g) (0,5) Complete o LGR (de cada polo sai um ramo, continuidade, simetria etc)

h) (0,5) Esboce agora o LGR^- ($K < 0$).
Ramos no eixo real: (-∞, -45.145], [-5, -2] e [1, ∞)
Círculo (aprox.) conecta pontos de ramificação -2.5; -0.6722.

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\dfrac{K(s+2)(s+5)}{s(s+54.15)(s+1)(s-1)}}{1+\dfrac{K(s+2)(s+5)}{s(s+54.15)(s+1)(s-1)}} = \frac{K(s+2)(s+5)}{s(s+54.15)(s+1)(s-1)+K(s+2)(s+5)}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)(s+5)}{s^4+54.145s^3+(K-1)s^2+(7K-54.145)s+10K}$$

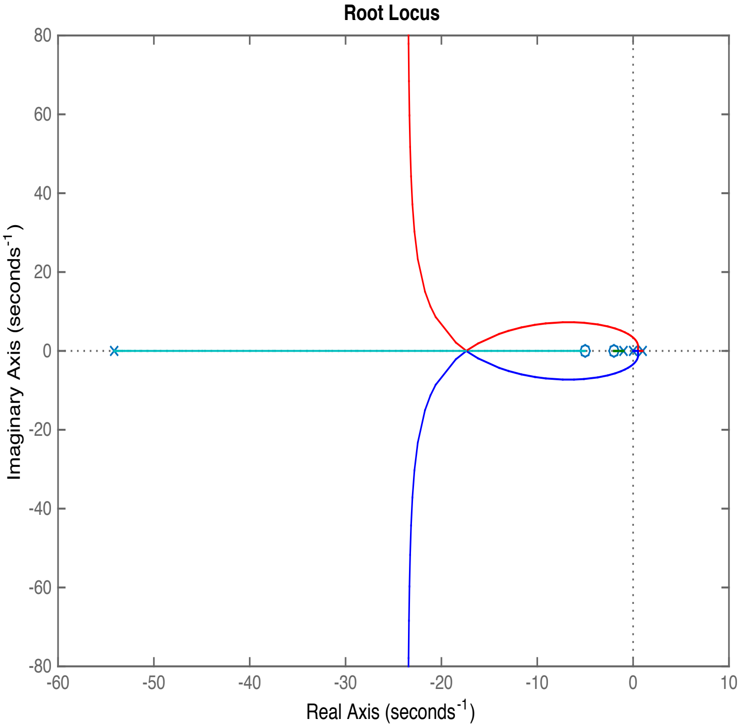
s^4	1	$K-1$	$10K$
s^3	54.145	$7K-54.145$	
s^2	$47.145K$	$541.45K$	
s^1	A		
s^0	$541.45K$		

$$A = ((7K-54.145)47.145K - 541{,}45*54.145K)/47.145K = (330.0157K^2 - 2552.666K - 29316.81K)/47.145K$$
$$A = 330.0157K - 31869.476$$

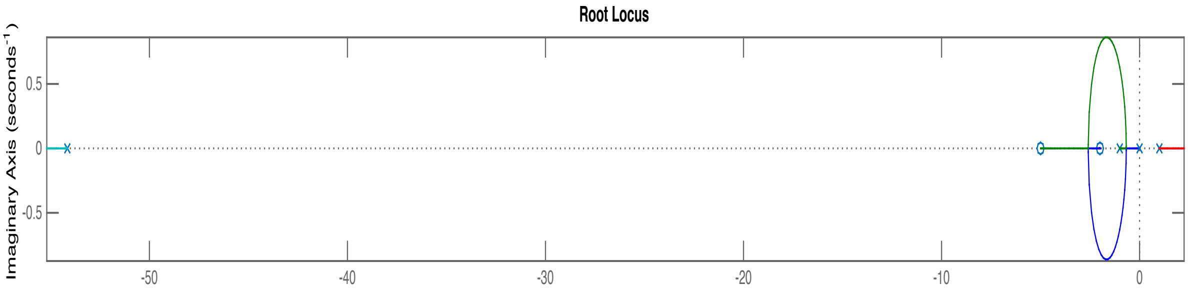
K>0 E K>96.5697 $\boxed{\Rightarrow K > 96.5697}$

$$para\ \ s = j\omega$$
$$s^4+54.145s^3+(K-1)s^2+(7K-54.145)s+10K=0$$
$$\omega^4 - 54.145j\omega^3 - (K-1)\omega^2 + (7K-54.145)j\omega + 10K = 0$$
$$Re: \omega^4 - (K-1)\omega^2 + 10K = 0 \Rightarrow \omega^2 = (K-1)$$
$$Im: -54.145\omega^2 + (7K-54.145)=0$$
$$\boxed{\Rightarrow \omega = 3.389}$$

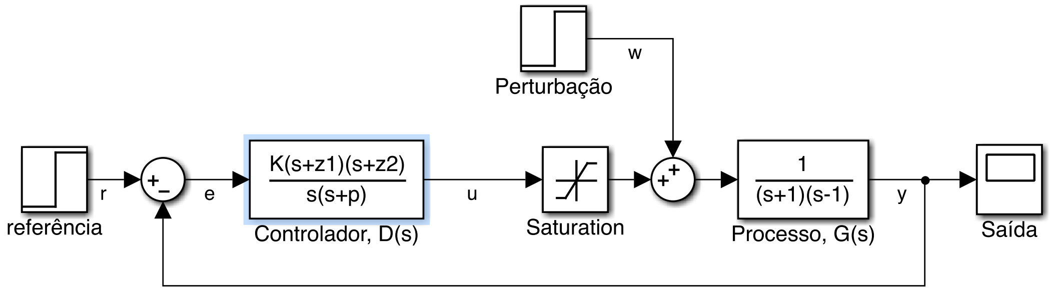
LGR$^+$


Root Locus
80
60
40
20
0
-20
-40
-60
-80
Imaginary Axis (seconds-1)
-60
-50
-40
-30
-20
-10
0
10
Real Axis (seconds-1)

LGR$^-$


Root Locus
0.5
0
-0.5
Imaginary Axis (seconds-1)
-50
-40
-30
-20
-10
0

2ª Questão: (3,0)



- Sobrepasso da resposta à $r = 1/s$, $M_p \leq 10$ % → gráfico, $\zeta=0{,}6$
- Tempo de pico, $t_p = \leq 1{,}57\ s$ → $\pi/\omega_d=1{,}57$; $\omega_d=2$
- Tempo de acomodação, $t_{s(2\%)} \leq 2\ s$; → $4/\sigma=2$; $\sigma = 2$
- Perturbações constantes devem ser rejeitadas completamente. → canal integral
- Evitar, sempre que possível, que u sature.
- Controlador "realizável" – $D(s)$ é função própria → acréscimo de polo em $s = -100$.

a) (0,5) $s_0 = -2 + 2i$

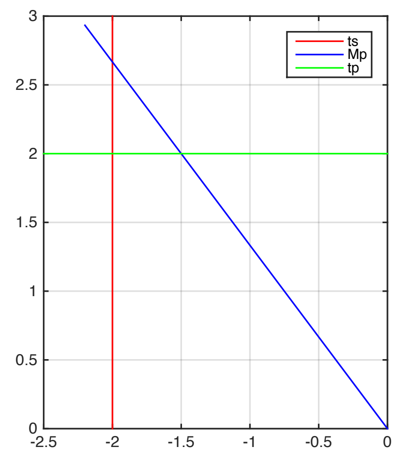
b) (0,5) Já considerando o canal integral a fase necessária é:
180-angle(1/(s*(s+1)*(s-1)))*180/pi = 217.875°;
Considerando o polo adicional em -100 →180-angle(1/(s*(s+1)*(s-1)*(s+100)))*180/pi = 219.0441 = ϕ_{av}

c) (2,0) Projete $D(s)$, de forma a atender às especificações I a VI.
Apenas o compensador PID fornece este avanço – Zero duplo → $\phi_{av}/2 = 109.5°$

Δ=2*tan(19.5) → z1=z2=-1.2918

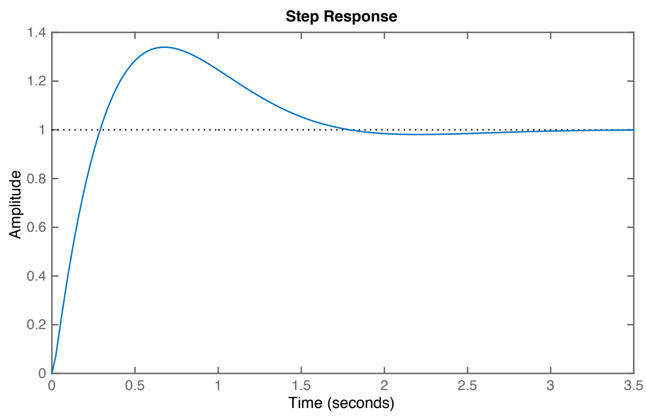
s=-2+2i; K=abs(s*(s+100)*(s+1)*(s-1)/((s+1.2918)*(s+1.2918))) = 496.54.

$$D(s) = \frac{496.54(s+1.2918)^2}{s(s+100)}$$



S=stepinfo(feedback(g*d,1))

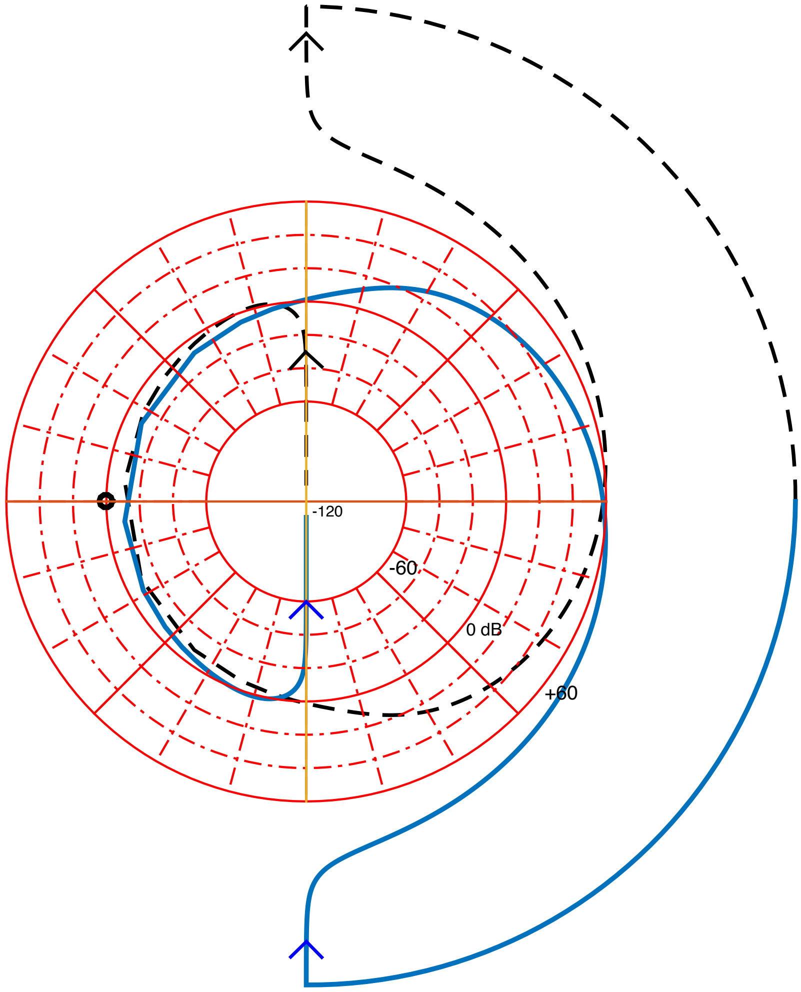
RiseTime: 0.2178	
SettlingTime: 1.6523	(< 2 s !)
SettlingMin: 0.9154	
SettlingMax: 1.3392	
Overshoot: 33.9243	(< 10% ☹)
Peak: 1.3392	(< 1.57 s !)
PeakTime: 0.6676	

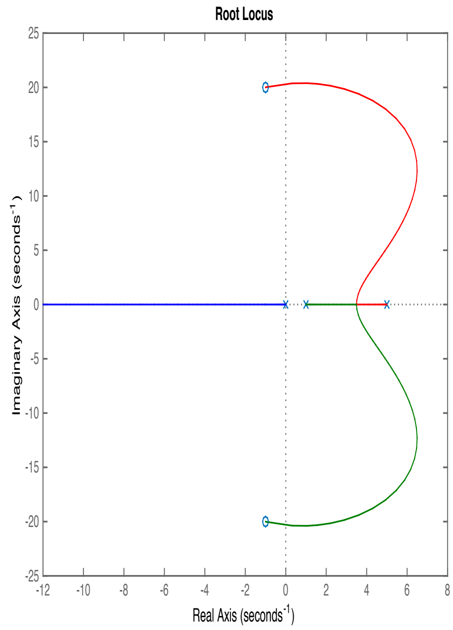


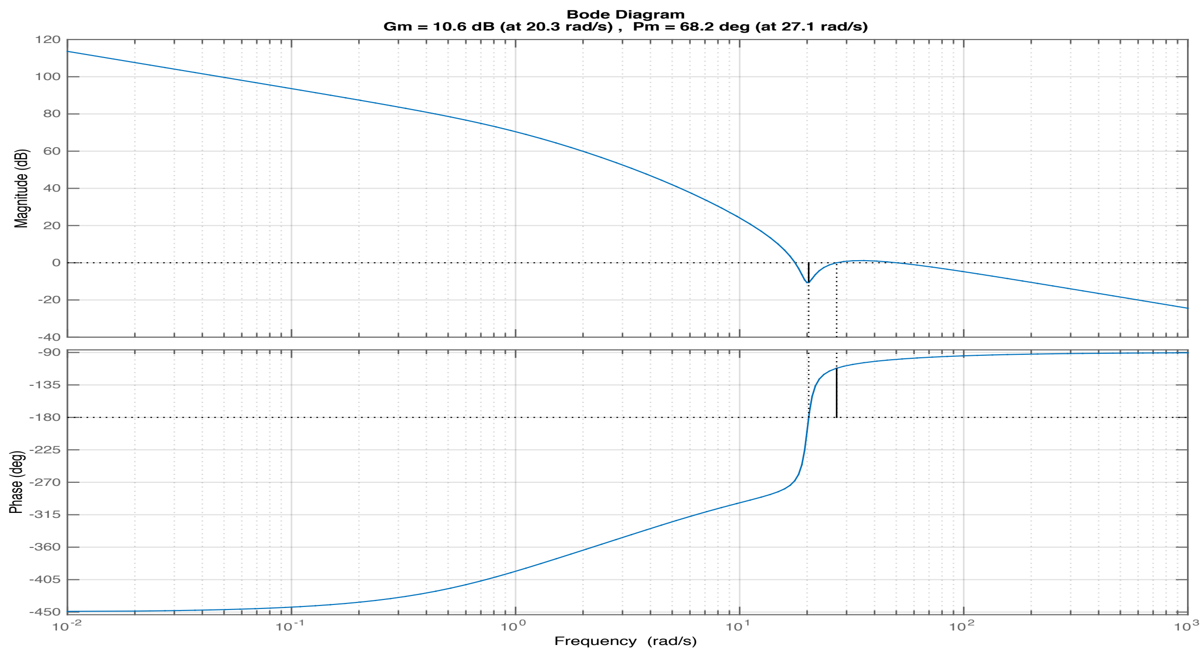
3ª Questão: (3,0)

a) (0,8) MG = 10,6 dB   MF = 68.2 dB

b) (1,2) Nyquist: (Obs: não necessário para a questão, só para conferir g=zpk([-1+20i -1-20i],[0 1 5],60))







c) $K > 3{,}41$; ($K > 10{,}65$ dB)

d) Na frequência 0,1 rad/s, passamos a ter 94 + 20 = 114 dB. Kv = lim sG(s)

Kv =0,1*5.0e5 =5e4 $\Rightarrow e_{ss} = 2e\text{-}5$.