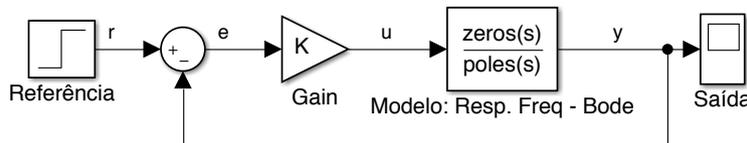




2ª Prova - CONTROLE DINÂMICO - 2º/2018

1ª Questão (2,0) O diagrama de Bode de um sistema, que possui um polo no semi-plano direito, em malha aberta, é mostrado no caderno de respostas. O objetivo desta questão é projetar um controle proporcional.



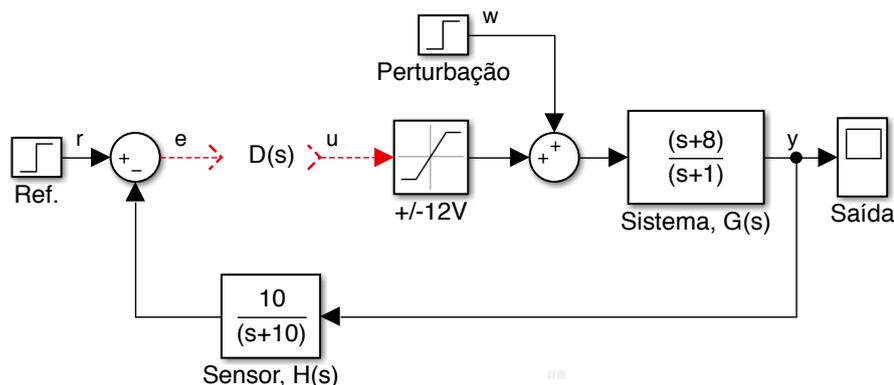
- (1,0) Para quais valores de $-\infty \leq K \leq \infty$, este sistema é estável (Nyquist)?
- (0,5) Qual valor de K se obtém a maior Margem de Fase possível? $MF_{\max} = ?$
- (0,5) Para o valor de K do item b), qual o erro em regime permanente (rampa)?

2ª Questão (3,0) Utilizando o mesmo diagrama de Bode da Questão 1 (Caderno de Respostas), projete um controlador dinâmico, $D(s)$, para que o sistema apresente em malha fechada:

- Erro em regime permanente (rampa), $e_{ss} \leq 0,01$;
- Sobrepasso percentual da resposta ao degrau, $M_p \leq 16\%$.

- (0,5) Qual o ganho em baixas frequências para que seja atendida a especificação de erro?
- (0,5) Calcule o avanço de fase necessário, considerando uma tolerância, $\phi_{tol} = 10^\circ$.
- (0,5) Para contrapor o ganho do compensador em avanço, obtenha ω_m , a frequência central de $D(s)$ tal que $|D(j\omega_m)|_{dB} = -|KG(j\omega_m)|_{dB}$. (frequência em que se medirá a nova MF).
- (1,0) Complete o projeto, calculando K , z e p . $D(s) = \frac{K(s+z)}{s+p}$.
- (0,5) Qual a Margem de Fase efetivamente obtida?

3ª Questão (5,0) Considere o projeto de um controlador $D(s)$, no LGR, para o seguinte sistema.



Especificações:

- Sobrepasso percentual*, $M_p \leq 16\%$.
- Tempo de acomodação*, $t_s(2\%) \leq 1$ s.
- Tempo subida*, $t_r(10-90\%) \leq 0,18$ s.
- $|e_{ss}| \leq 0,01$ para rampas de perturbação unitárias.

- a) (0,5) Calcule a posição dos polos dominantes, s_0 , que atenda às especificações transitórias, considerando em especial, que a saturação limita a amplitude de u .
- b) (0,5) Calcule a fase que falta para que o LGR passe por s_0 . (inclua, se for o caso, $1/s$)
- c) (0,5) Escolha a estrutura do controlador dinâmico (P,PD,PI,PID). Justifique.
- d) (2,0) Projete $D(s)$, para atender às especificações transitórias (i, ii e iii).
- e) (0,5) Com $D(s)$, qual o erro em regime permanente para uma rampa unitária de perturbação?
- f) (0,5) Acrescente, se necessário, um compensador em atraso, para atender iv.
- g) (0,5) Para o controlador projetado, considerando o Teorema do Valor Inicial, qual a amplitude máxima de um degrau em r que não haja saturação do sinal u ?

$MF \cong 100 \zeta$; $Z = N + P \rightarrow N$ Env. Horários

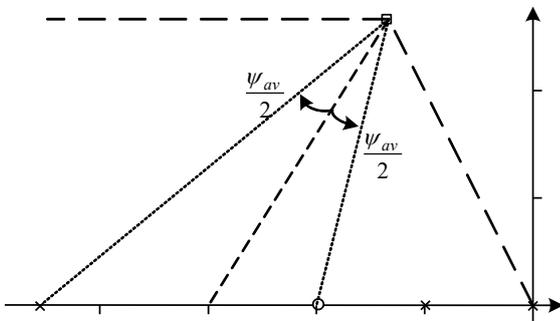
$$D(s) = K \frac{T s + 1}{\alpha T s + 1} = K' \frac{s + z}{s + p}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = \frac{1 + \sin \phi_m}{1 - \sin \phi_m} \text{ fator de avanço}$$

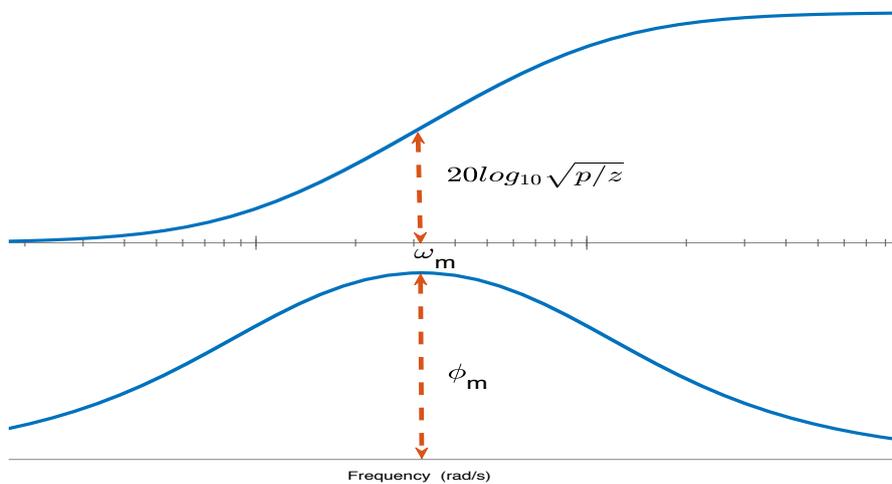
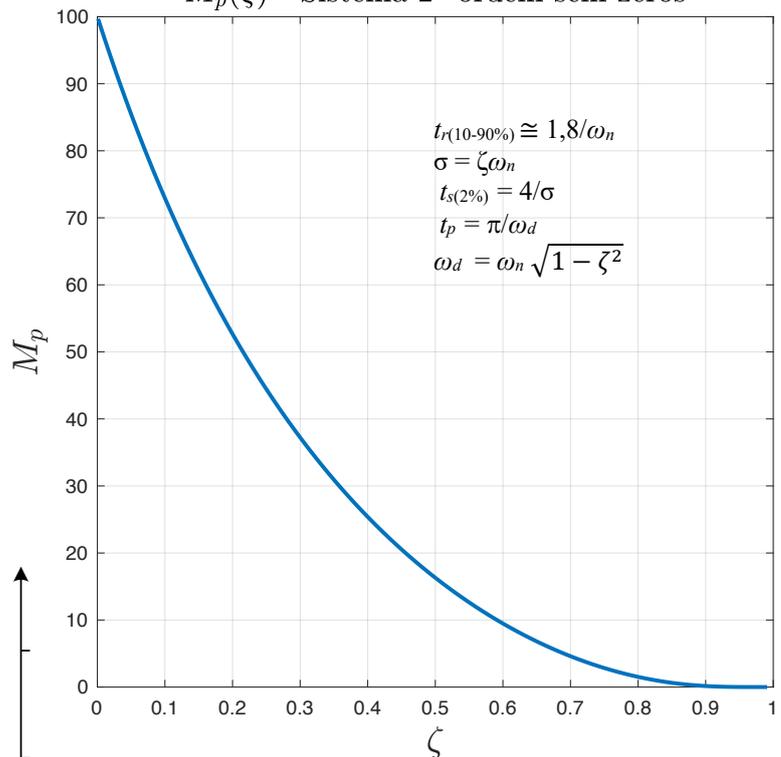
$$\max \angle D(j\omega) = \angle D(j\omega_m) = \phi_m$$

$$\omega_m = \sqrt{pz} = \frac{1}{\sqrt{\alpha T}}; |D(j\omega_m)| = \sqrt{p/z}$$

$$x(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sX(s)$$



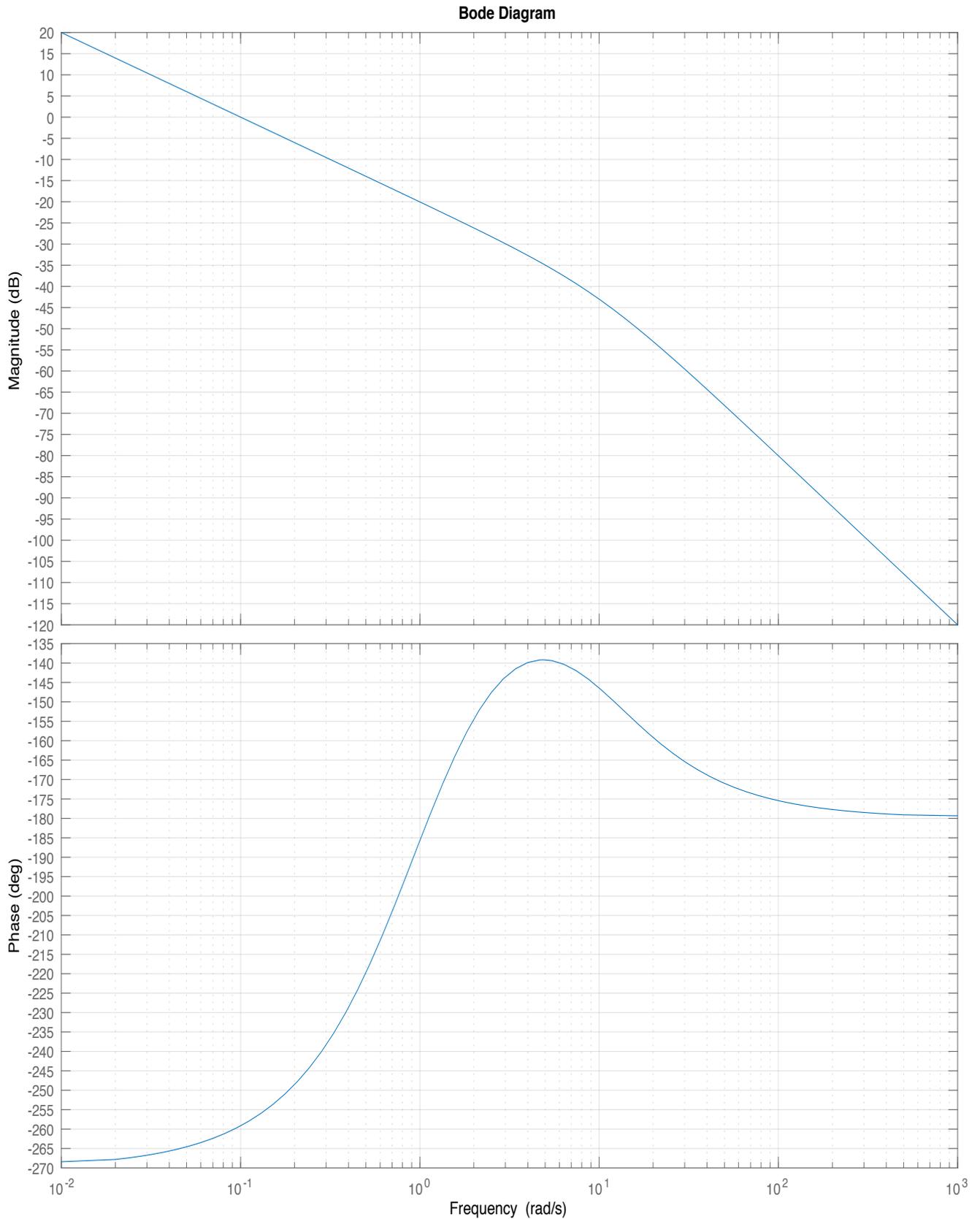
$M_p(\zeta)$ - Sistema 2ª ordem sem zeros



Nome: _____ Matrícula: _____ Curso: Eng. _____

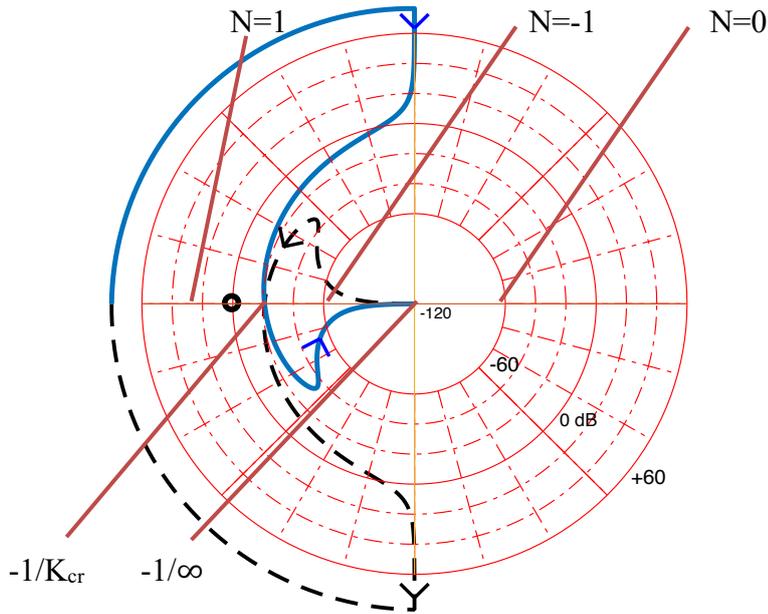
A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.
Transcreva aqui, as respostas finais. *Não separar*, por favor, *as folhas* deste caderno de repostas!!

CADERNO DE RESPOSTAS

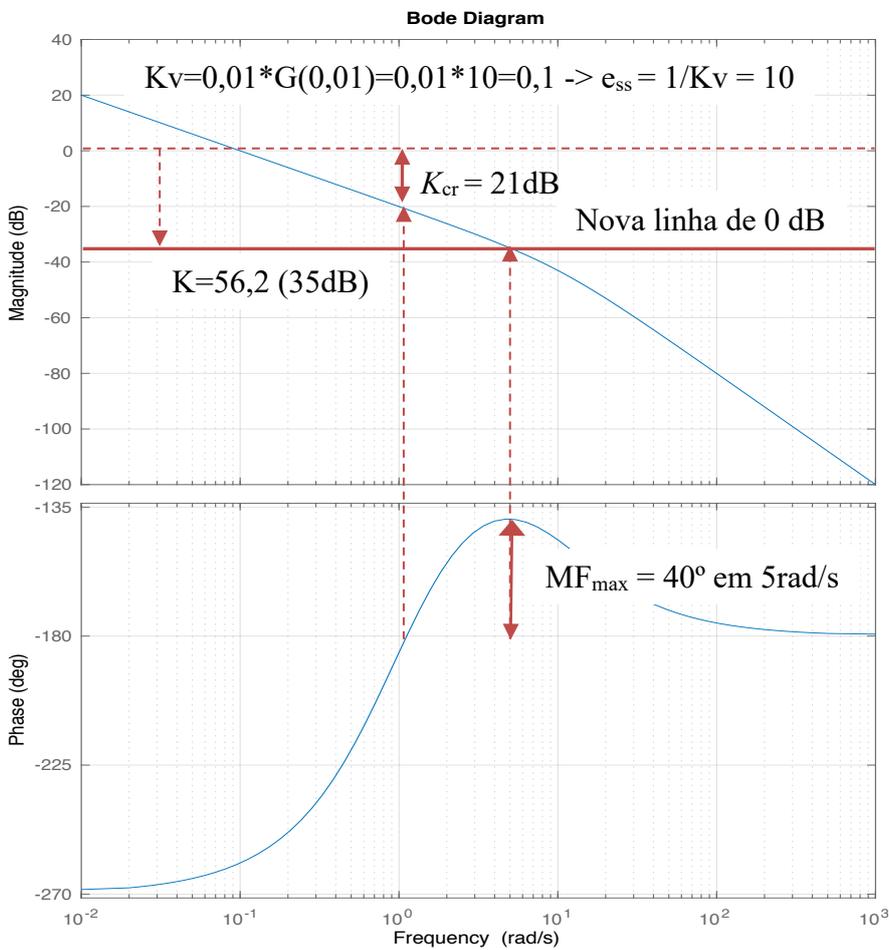


GABARITO

1ª Questão (2,0)



- a) (1,0) O sistema é estável para $K_{cr} < K < \infty$. $-1/K_{cr} = -0,0891$. $11,22 < K < \infty$.
(Instável para $-\infty < K < 11,22$).
- b) (0,5) Maior Margem de Fase possível ocorre para $K = 56,2$. $MF_{max} = 40^\circ$.
- c) (0,5) Medindo em 0,01 rad/s. $K_v = 0,01 * G(0,01) = 0,01 * 10^2(55/20) = 5,623 \rightarrow e_{ss} = 1/K_v = 0,1778$



2ª Questão (3,0)

a) (0,5) $e_{ss} = 0,01 \rightarrow K_v = 100$ (40 dB).
Medindo em 1 rad/s (reta!) temos atualmente -20 dB (0,1).

Ganho deve ser de $\boxed{1000}$ (60 dB)

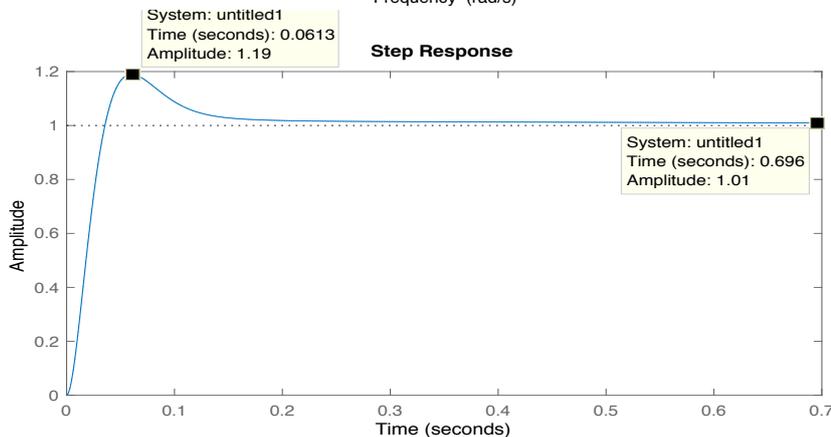
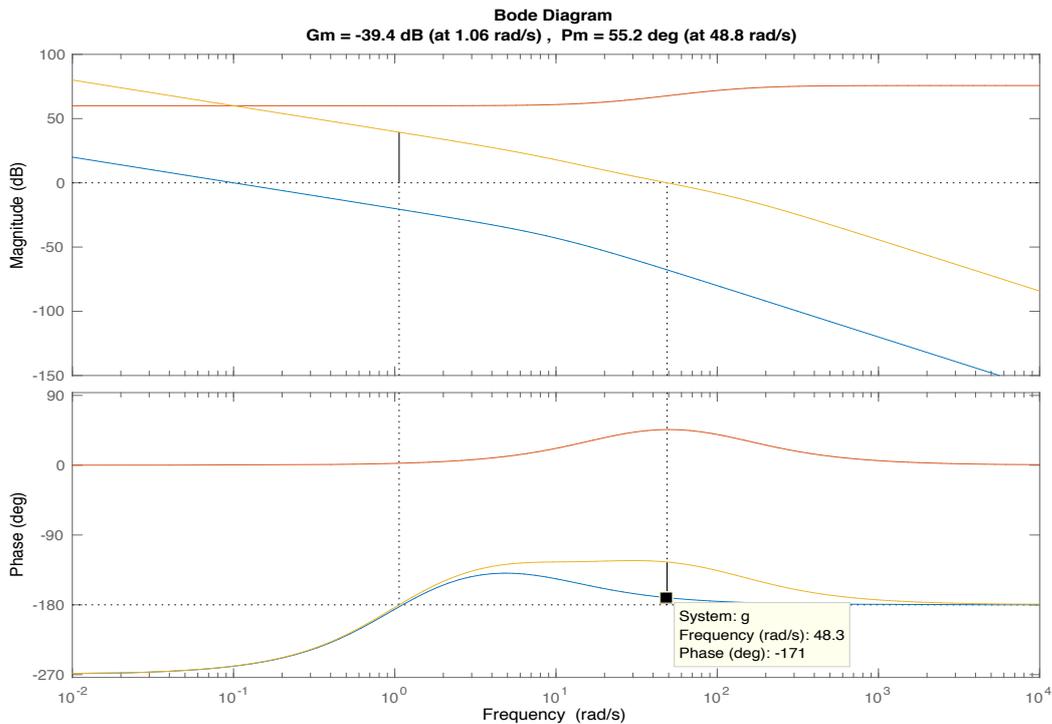
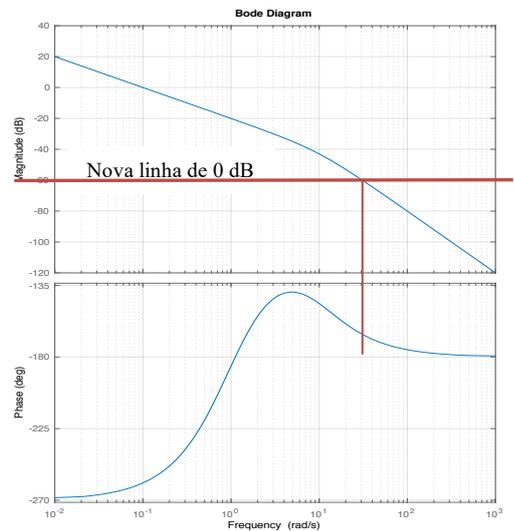
b) (0,5) $M_p = 16\% \rightarrow \zeta = 0,5 \rightarrow MF = 50^\circ$.
 $MF_{atual} = 14^\circ$ em 30 rad/s. $\boxed{\phi_{av} = 50 - 14 + 10 = 46^\circ}$.

c) (0,5) $1/\alpha = (1+\text{ind}(46))/(1-\text{ind}(46)) = \boxed{6,126; (15,74 \text{ dB})}$.
Freq. Central $\boxed{\omega_m = 50 \text{ rad/s } (\sim -7,87 \text{ dB})}$.

d) (1,0) $6,126 = \frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z}$; $p=6,126 * z$;
 $\omega_m = 50 = \sqrt{pz}$;
 $pz = 2500$; $z = 20,2$; $p=123,74$;
 $K=1000 * 186,45/17,425 = 6125,7$;

$$D(s) = 6125,7 \frac{(s + 20,2)}{s + 123,74}$$

e) (0,5) em 50 rad/s a fase do sistema é de $\sim 8^\circ$ (e não 14°) assim a fase obtida é de $\boxed{46^\circ + 8^\circ = 54^\circ}$.



```
g=zpk([-1],[0 1 -10],1); D=zpk(-20.2,-123.74,6125.7); margin(D*g); step(feedback(D*g,1))
```

3ª Questão (5,0) Projeto no LGR

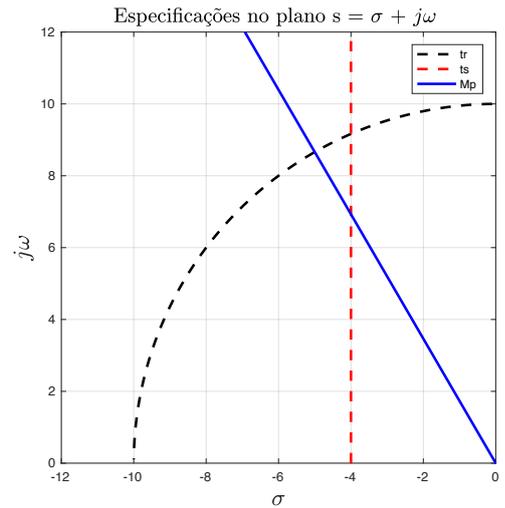
- a) (0,5) $s_0 = -5+8,7i$
- b) (0,5) $G=zpk([-8],[0 -1],1);H=zpk([],-10,10);rlocus(G*H);$
 $s=-5+8.7i; 180-angle(10*(s+8)/(s*(s+1)*(s+10)))*180/pi$

$$\phi_{av} = 43,7$$

- c) (0,5) PI atende e_{ss} e a fase pode ser atendida por um zero. PID também atende mas é um “desperdício”.
- d) (2,0) $\tan(43.7) = 8.7/x; x = 9,104 \Rightarrow z = -14,104$
 $s=-5+8.7i; K=abs((s*(s+1)*(s+10))/(10*(s+8)*(s+14.104)))$
 $K= 0.832$

$$D_{PI}(s) = 0,832 \frac{(s+14,1)}{s}$$

$$D_{PID}(s) = 0,0195 \frac{(s + 26,5)^2}{s}$$



- e) (0,5) Erro para perturbação: $E = R - Y = -Y$
 PI:

$$\frac{Y}{W} = \frac{\frac{(s+8)}{(s+1)}}{1 + \frac{10}{(s+10)} \frac{0,832 K_{at} (s+14,1) (s+8)}{s (s+1)}} = \frac{s(s+8)(s+10)}{s(s+10)(s+1) + 10 * K_{at} 0,832 (s+14,1)(s+8)}$$

$$y = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} \frac{s(s+8)(s+10)}{[s(s+10)(s+1) + K_{at} 8,32 (s+14,1)(s+8)]}$$

$$y = \frac{10}{K_{at} 8,32 * 14,1} = \frac{0,0852}{K_{at}}. \text{ Sem } K_{at} \text{ temos } e_{ss} = -0,0852$$

$$K_{at} = 8,52 \text{ para que } e_{ss} = 0,01$$

PID:

$$\frac{Y}{W} = \frac{\frac{(s+8)}{(s+1)}}{1 + \frac{10}{(s+10)} \frac{0,0195 K_{at} (s+26,5)^2 (s+8)}{s (s+1)}} = \frac{s(s+8)(s+10)}{s(s+10)(s+1) + K_{at} 0,195 (s+26,5)^2 (s+8)}$$

$$y = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{1}{s^2} \frac{s(s+8)(s+10)}{[s(s+10)(s+1) + K_{at} 0,195 (s+26,5)^2 (s+8)]}$$

$$y = \frac{8*10}{K_{at} 0,195 * 26,5 * 26,5 * 8} = \frac{0,073}{K_{at}}. \text{ Sem o compensador em atraso } e_{ss} = -0,073$$

$$K_{at} = 7,3 \text{ para que } e_{ss} = 0,01$$

- f) (0,5) Ganho adicional de 8,52 em baixas frequências para atender $e_{ss} = 0,01$.

$$G_{at}(s) = \frac{s+0,0852}{s+0,01} \text{ ou } G'_{at}(s) = \frac{s+0,852}{s+0,1}$$

$$(G_{at}(s_0) = 0,99 \angle -0,37^\circ; G'_{at}(s_0) = 0,96 \angle -3,89^\circ)$$

- g) (0,5)

$$\frac{U}{R} = \frac{\frac{s+0,852}{s+0,1} \frac{0,832 (s+14,1)}{s}}{1 + \frac{10}{(s+10)} \frac{s+0,852}{s+0,1} \frac{0,832 (s+14,1) (s+8)}{s (s+1)}} = \frac{0,832 (s+0,852) (s+14,1) (s+1) (s+10)}{s (s+0,1) (s+10) (s+1) + 10 * 0,832 (s+0,852) (s+14,1) (s+8)}$$

$$x(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0^+} x(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s X(s)$$

$$u(0^+) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \frac{1}{s} \frac{0,832 (s+0,852) (s+14,1) (s+1) (s+10)}{s (s+0,1) (s+10) (s+1) + 10 * 0,832 (s+14,1) (s+8)} = \frac{0,832}{1}$$

$$u_{max} = 12 / 0,832 = 14,423$$