ENE/FT/UnB
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
Só é permitido o uso de ***calculadora científica básica****.*
(Números complexos & funções trigonométricas)
Auditório FT-15, 25/6/2018, 16^{00}-18^{30}

3ª Prova - CONTROLE DINÂMICO - 1°/2018

$$|sI - A + BK| = \tilde{a}(s)$$
$$|sI - A + LC| = \Delta(s)$$
$$|sI - A_a + B_a K_a| = \tilde{a}_a(s)$$
$$\begin{bmatrix} B & AB & \cdots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\boldsymbol{x}} \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} r;$$

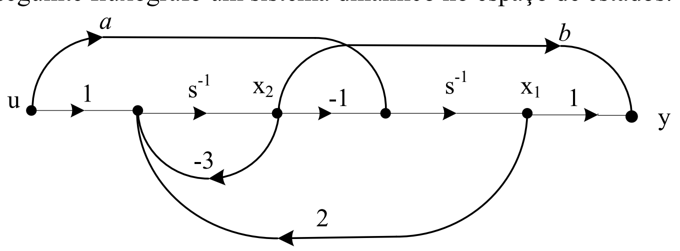
$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} \\ x_i \end{bmatrix}.$$

$$Mason: \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\Sigma P_i \Delta_i}{\Delta}$$
$P_i - i^{th}$ *caminho direto,* $u \rightarrow y$
$L_j - j^{th}$ *laço*
$$\Delta = 1 - L_1 - L_2 \ldots + L_i L_j + \ldots$$
$$\Delta_i = \Delta - (\text{laços que tocam } P_i)$$

1ª Questão: (2,0) *Assinale* V -Verdadeiro ou F – Falso. Caso considere um item falso, justitique os aspectos incorretos.

a) O controle no espaço de estados (sem canal integral), ao contrário das tradicionais técnicas no domínio da frequência utiliza dois sinais de erro: $e_r = r - y$ e $e_o = y - \hat{y}$. Em regime permanente segue-se a referência e rejeitam-se a perturbações constantes. Nesta situação $e_r = 0$ e $e_o = 0$.
b) Um mesmo sistema físico pode ser representado na Forma Canônica Controlavel e na Forma Canônica Observável. Isto significa que o sistema pode ser controlado no espaço de estados com observador de ordem plena e realimentação de todas as variáveis de estados observadas.
c) O observador de estados de um sistema de controle com realimentação de estados observados não é observável. Isto significa que, em nenhum momento da operação do sistema, se detectará as variáveis do observador.
d) Um observador de perturbaçãos senoidais só é capaz de rejeitar perturbações de uma única frequência. Se tivermos uma onda triangular periódica como perturbação é melhor (de implementação mais simples) utilizar um observador de rampas do que vários observadores senoidais (para as harmônicas da onda triangular).

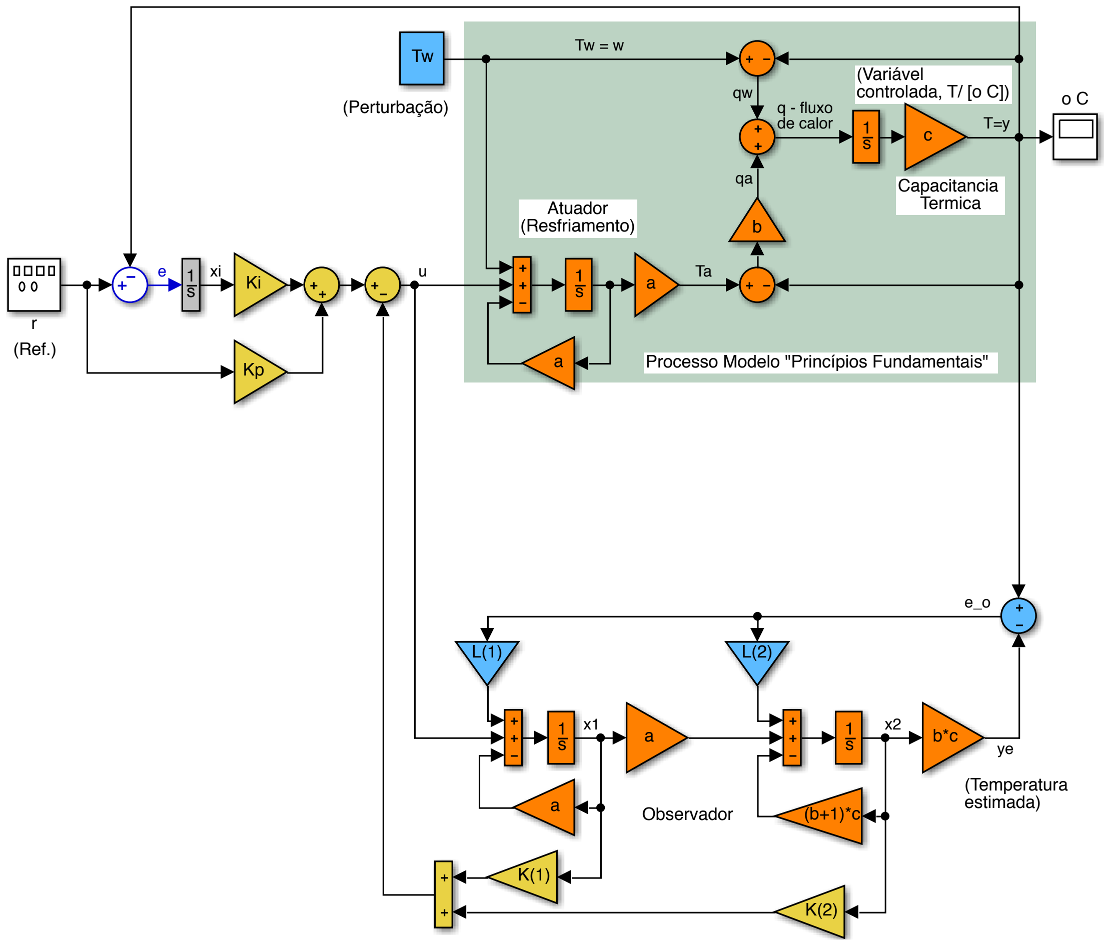
2ª Questão: (3,0) Considere o seguinte fluxografo um sistema dinâmico no espaço de estados:



a) (0,5) Apresente a representação no espaço de estados (A, B, C, D),consinderando a entrada u, saída y e as variáveis de estado x_1 e x_2 indicadas.
b) (0,5) Para que condições relacionando a e b este sistema não é completamente controlável?
c) (0,5) Para que condições relacionando a e b este sistema não é completamente observável?
d) (0,5) Obtenha a função de transferência Y(s)/U(s) em função de a e b.
Obs: Pode-se aplicar $C(sI\_A)^{-1}B$, manipular as equações ou via regra de Mason. Neste último caso, considerar propriamente, os 4 caminhos diretos do fluxografo.
e) (0,5) Para as condição derivada em (b) qual(is) a função de transferência (reduzida) Y(s)/U(s)?
f) (0,5) Para a condição derivada em (c) qual(is) a função de transferência (reduzida) Y(s)/U(s)?

3ª Questão: (5,0) Considere o controle da temperatura, T, de um ambiente predial equipado com um atuador e um sensor. A temperatura externa, T_w, pode ser considerada um sinal de perturbação. Um modelo de "princípios fundamentais" é utilizado para representar as variáveis de estado naturais do processo. Neste modelo, as equações que descrevem os fluxos de calor, por condução/convecção, aparecem explicitamente: qw = Kw(Tw – T) e qa=Ka(Ta-T). O fluxo de calor líquido, q = qw + qa, e a capacitância térmica da sala, c, determinam a temperatura do ambiente controlado, T. Tal modelo permite verificar, por exemplo, se as perdas de calor para o ambiente externo demandam melhoria do isolamento térmico. O atuador é modelado por um sistema de 1ª ordem, produzindo Ta.

Considere: a=0,4; b=4; c=0,01.



Para lidar com perturbações, erros de modelo (inclusive diferentes pontos de operação) e apresentar uma resposta rápida e sem oscilação, deve ser projetado nesta questão um controlador por realimentação de estados com canal PI.

a) (1,0) Calcule as funções de de transferência Y(s)/U(s) e Y(s)/W(s) do processo.
b) (0,5) Obtenha a representação do processo $\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = A\boldsymbol{x} + Bu \\ y = C\boldsymbol{x}\end{cases}$, utilizando x1 e x2 indicados no observador.
c) (0,5) Calcule L1 e L2 de tal forma que os polos do observador sejam $s_{1,2} = -1 \pm i$.
d) (1,5) Projete o sistema aumentado, **K**=[K1 K2 Ki], tal que os autovalores sejam $s_{0,1,2} = -1; -0{,}2 \pm 0{,}2$i.
e) (0,5) Qual o valor de Kp para que a função de transferência Y(s)/R(s) seja de 2ª ordem? Y(s)/R(s)?
f) (1,0) Projete agora um controlador PI convencional, (Kp + Ki/s), para que o processo térmico tenha a mesma função de transferência Y(s)/R(s) que a obtida em e).

BONUS:
g) (0,5) Apesar das respostas de (e) e (f) à referência serem idênticas, as respostas à perturbação serão distintas. Por quê?
h) (0,5) Apresente o fluxografo de um observador de perturbaçãoes senoidais que rejeite perturbações de 60 Hz da rede elétrica. Não é preciso calcular Ls1 e Ls2, apenas desenhar a estrutura deste observador. Nomeie os pontos de entrada e saída a serem conectados no diagrama de blocos do processo.

GABARITO

1ª Questão: (2,0) V ou F.

a) F – Referência em degrau e sem perturbações, $e_r = 0$; $e_o = 0$. Com perturbações: $e_r \neq 0$; $e_o \neq 0$.

b) F – Quando existe cancelamento de polo(s) e zero(s) a função de transferência terá ordem reduzida. Para uma certa realização, o sistema poderá ter variáveis não controláveis, não oberváveis ou não controláveis e não observáveis. Se o sistema for construído na forma canônica controlável as variáveis caceladas serão as não observáveis. Na forma canônica observável, as variáveis caceladas serão as não controláveis.

c) F – Significa que o observador não faz parte da função de transferência $Y(s)/R(s)$. As variáveis do observador aparecem na função de transferência $Y(s)/W(s)$. Além disso, as variáveis do observador se manifestam pelas condições iniciais.

d) V – No transição de rampa ascedente para rampa descendente (e vice-versa) haverá um transitório mas a implementação é bem mais simples do que implementar um número "adequado" de observadores senoidais.

2ª Questão: (3,0)

a) (0,5) $\dot{x} = \underset{A}{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}} x + \underset{B}{\begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix}} u; \qquad y = \underset{C}{[1 \quad b]} x + \underset{D}{0}.u$

b) (0,5) $A * B = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} a \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2a-3 \end{bmatrix} \qquad \mathbb{C} = [B \quad AB] = \begin{bmatrix} a & -1 \\ 1 & 2a-3 \end{bmatrix}$

$det\, \mathbb{C} = 2a^2 - 3a + 1 = 0 \rightarrow a = 1; 0,5$

c) (0,5) $C * A = [1 \quad b]\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 2 & -3 \end{bmatrix} = [2b \quad -1-3b] \qquad \mathcal{O} = \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & b \\ 2b & -1-3b \end{bmatrix}$

$det\, \mathcal{O} = 2b^2 + 3b + 1 = 0 \rightarrow b = -1; -0,5$

d) (0,5) Y(s)/U(s) = $\dfrac{-s^{-2}+2abs^{-2}+as^{-1}(1+3s^{-1})+bs^{-1}}{1+3s^{-1}+2s^{-2}} = \dfrac{(a+b)s+2ab+3a-1}{s^2+3s+2}$

e) (0,5) $Y_1(s)/U(s) = \dfrac{b+1}{s+1}$ $\qquad$ $Y_2(s)/U(s) = \dfrac{b+0,5}{s+2}$

f) (0,5) $Y_3(s)/U(s) = \dfrac{a-1}{s+2}$ $\qquad$ $Y_4(s)/U(s) = \dfrac{a-0,5}{s+1}$

3ª Questão: (5,0)

a) (1,0) Y(s)/U(s) = $\dfrac{0,016}{(s+0,4)*(s+0,05)} = \dfrac{0,016}{s^2+0,45s+0,02}$ $\qquad$ Y(s)/W(s) = $\dfrac{0,01s+0,02}{s^2+0,45s+0,02}$

b) (0,5) $\dot{\boldsymbol{x}} = \begin{bmatrix} -0,4 & 0 \\ 0,4 & -0,05 \end{bmatrix}\boldsymbol{x} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \qquad y = [0 \quad 0,04]\boldsymbol{x}$

c) (0,5) L1 = 85 $\qquad$ L2 = 38,75

d) (1,5) K1 = 0,95 $\qquad$ K2 = 1,0312 $\qquad$ Ki = 5

e) (0,5) Kp = 5 $\qquad$ Y(s)/R(s) = $\dfrac{0,08}{(s+0,2+0,2i)*(s+0,2-0,2i)} = \dfrac{0,08}{s^2+0,4s+0,08}$

f) (1,0) $MA_{PI} = \dfrac{0,016}{(s+0,4)*(s+0,05)} \dfrac{K(s+0,05)}{s}$; s=-.2+.2i;abs(s*(s+.4)/0.016) =5; Kp = 5 $\qquad$ Ki = 0,25

BONUS:

g) (0,5) Vale notar que é uma situação muito específica que o projeto do PI (dois parâmetros Kp e Ki – LGR 3 pólos) possa fornecer a mesma equação característica do EE-PI (4 parâmetros: K1, K2, Ki e Kp).
O controlador PI só utiliza a informação do erro (r - y) para calcular o sinal de controle u, enquanto o controlador EE-PI utiliza os (r – y) e os estados para calcular u. Desta forma sinais de perturbações já aparecem nas variáveis de estado antes que sejam relevantes em (r – y). Assim espera-se que a rejeição de perturbações seja mais rápida no controle EE-PI.

O observador faz parte da função de transferência de pertubação do controlador EE-PI. O controlador PI não tem nem observador nem realimentação dos estados.

Matematicamente:

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{e}_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (A-BK) & BK \\ 0 & (A-LC) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e_x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} BN_b \\ 0 \end{bmatrix} r + \begin{bmatrix} F \\ F \end{bmatrix} w$$

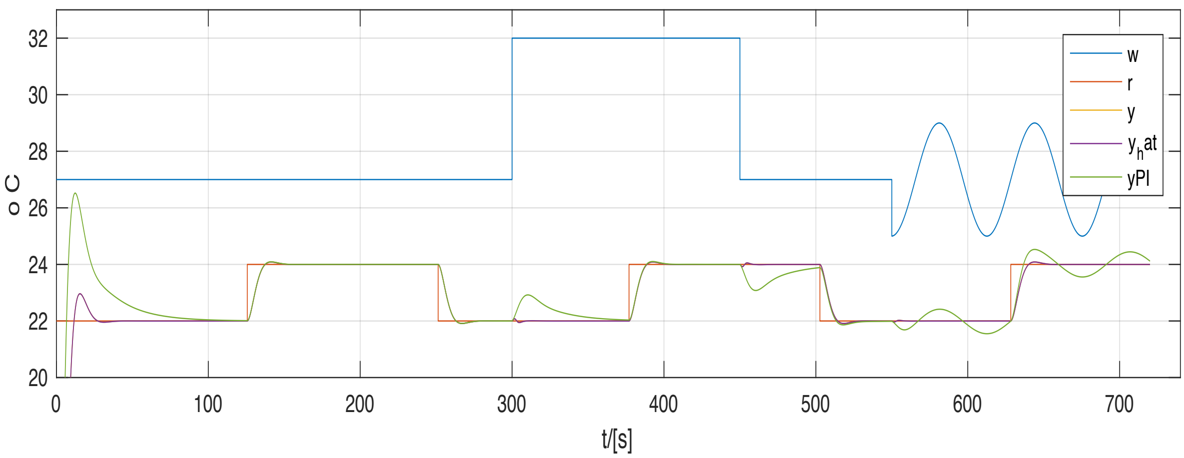
$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ e_x \end{bmatrix}$$

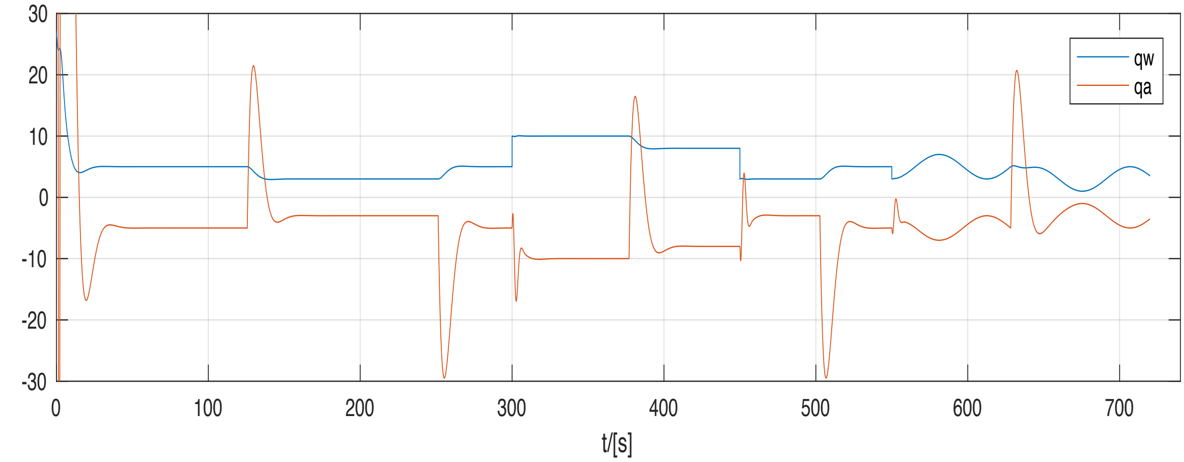
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (sI-A+BK)^{-1} & -(sI-A+BK)^{-1}BK(sI-A+LC)^{-1} \\ 0 & (sI-A+LC)^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} BN_b \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = C(sI-A+BK)^{-1}BN_b$$

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = C[(sI-A+BK)^{-1}(I-BK(sI-A+LC)^{-1})]F$$

Simulação do controle EE-PI e do controlador PI convencional (diagrama na página seguinte):





Controle PI convencional – abaixo no diagrama. Saída yPI.
Apenas por "coincidência", com cancelamento do polo lento, o LGR passa pelos polos $s_{1,2} = -0{,}2 \pm 0{,}2$.

h) (0,5) Observador de perturbações senoidais em azul -K- = (2π*60)^2.