



Nome: _____ Matrícula: _____

RESOLUÇÃO 3ª PROVA – 160032 CONTROLE DINÂMICO - 2º/2015

$$\text{Mason: } \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{\sum P_i \Delta_i}{\Delta} \quad \begin{cases} |sI - A + BK| = \tilde{a}(s) \\ |sI - A + LC| = \Delta(s) \\ |sI - A_a + B_a K_a| = \tilde{a}_a(s) \end{cases} \quad u = -Kx$$

$$P_i - i^{\text{th}} \text{ caminho direto, } u \rightarrow y \quad \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$L_j - j^{\text{th}} \text{ laço} \quad \begin{bmatrix} B & AB & \dots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 1 - L_1 - L_2 \dots + L_i L_j + \dots$$

$$\Delta_i = \Delta - (\text{laços que tocam } P_i)$$

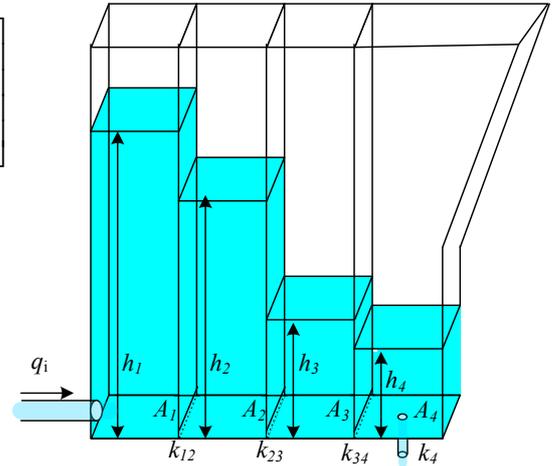


Fig. 1 – Processo de nível de líquidos 4ª ordem.

1ª Questão: (2,5) Considere um de processo de nível de líquidos de 4ª ordem, Fig.1. q_i é a variável manipulada (u – atuador), h_1 , h_2 , h_3 e h_4 são as variáveis de estado, k_{12} , k_{23} , k_{34} e k_4 são as constantes das válvulas que conectam os tanques 1-2, 2-3, 3-4 e 4-saída, respectivamente. Considere a operação apenas na faixa em que as seções transversais dos tanques são constantes, $A_1 = A_2 = A_3 = A_4$. A variável controlada (saída) é $y = h_4$. O controle deste processo no espaço de estados com observador de perturbações e mecanismo *anti-windup*, é mostrado na Fig. 2.

Assinale V (Verdadeiro) ou F (Falso). Caso considere um item falso, comente cada um dos aspectos incorretos.

- (0,5) O sistema não possui observador de perturbações e por isso perturbações constantes por partes não são completamente rejeitadas.
- (0,5) Não apenas o sinal u mas também as variáveis de estado e o sinal de saída estão sujeitas à saturação. Para evitar degradação do desempenho o canal integral também deveria ser “congelado” nestas situações.
- (0,5) O efeito *Windup* (acumulo de erro durante a saturação) pode aumentar o sobressinal e aumentar o tempo de acomodação, isto ocorre para qualquer valor do sinal de referência, uma vez que o processo é não linear.
- (0,5) Se o sistema não for completamente observável é possível projetar um controlador por realimentação das variáveis de estado observadas. É imprescindível, nesta situação, que as variáveis de estado não observadas sejam controláveis.
- (0,5) Devido ao canal integral, discrepâncias do modelo utilizado no observador em relação ao processo não afetam o erro em regime permanente, isto para rampas unitárias de referência.

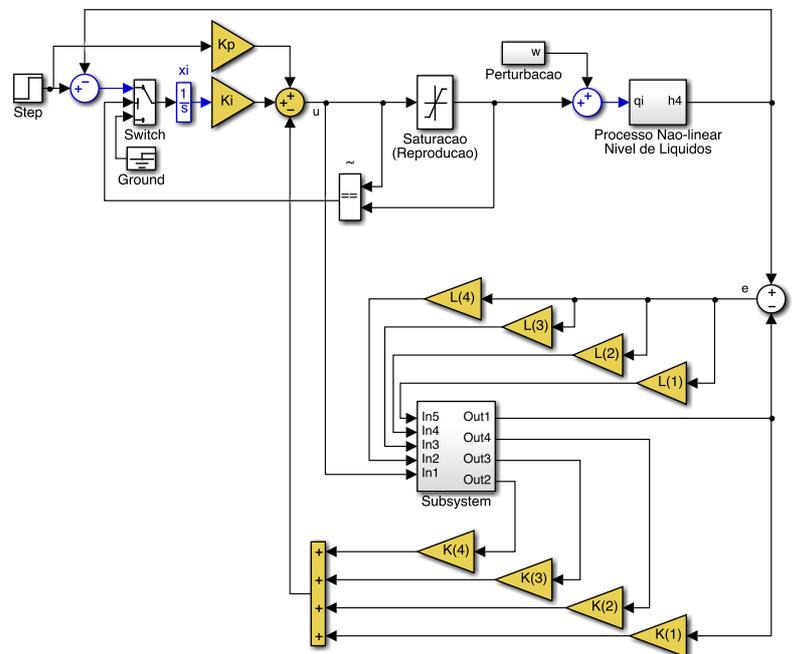


Fig. 2 – Controle por realimentação das variáveis de estado observadas com canal Proporcional à referência e Integral do erro de referência com mecanismo *anti-windup*.

2ª Questão: (1,5) Considere a conexão em série de $F_a = \frac{1}{s+a}$ seguido de $F_b = \frac{s+a}{s+b}$.

Este sistema é completamente controlável? É completamente observável?

3ª Questão: (3,0) Projete um controlador no espaço de estados com canal PI (Proporcional à referência e Integral do erro), $K_1, K_2, K_i, L_1, L_2, K_p$, para o sistema

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2-2}$$

• Eq. característica de malha fechada: $\tilde{a}(s) = (s+1)^3$

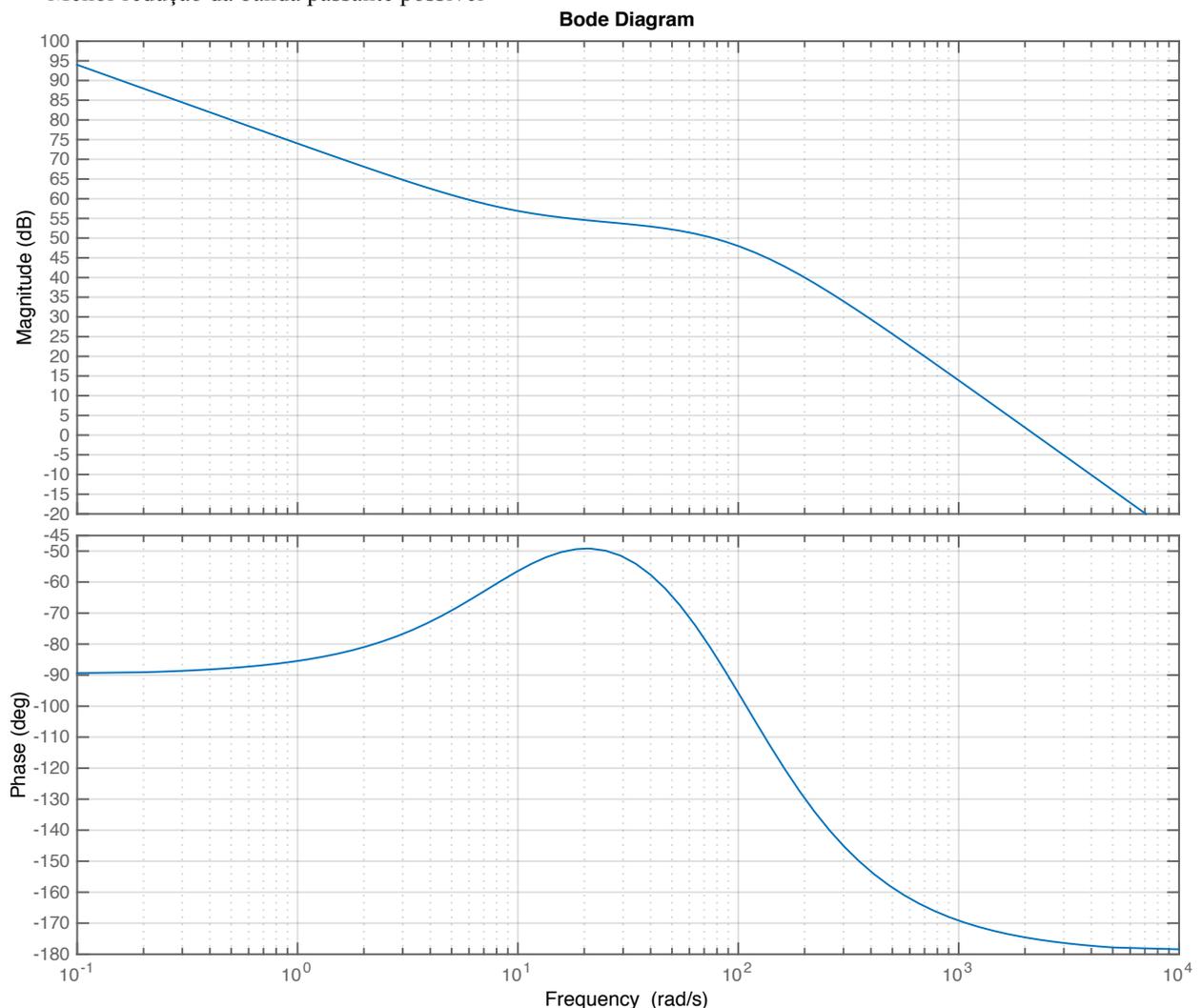
• Dinâmica do observador: $\Delta(s) = (s+10)^2$

- (0,5) Apresente o fluxograma do sistema completo (variáveis a calcular de forma literal).
- (0,5) Projete o observador de estados, (L_1, L_2)
- (1,0) Projete os ganhos de realimentação de estados, (K_1, K_2, K_i) .
- (0,5) Projete o ganho proporcional K_p , de forma a reduzir a ordem do sistema.
- (0,5) Qual a função de transferência do sistema completo?

4ª Questão: (3,0) Compensadores em avanço ou em atraso são duas opções que podem ser utilizados no projeto no domínio da frequência para que especificações de Margem de Ganho (MG) e de Margem de Fase (MF) sejam obtidas. Em geral, o compensador em avanço é preferido por aumentar a velocidade de resposta (maior banda passante), no entanto, quando há restrições de saturação do atuador, o compensador em atraso é a melhor escolha. Projete, para o sistema mostrado, um compensador em atraso para atender às seguintes especificações:

- MF = 50°
- $e_{ss} = 0,002$ (rampa unitária)
- MG > 6 dB
- Menor redução da banda passante possível

X(dB)	44	49	54	59	64	69	74
X	158,5	281,8	501,2	891,3	1.585	2.818	50.119

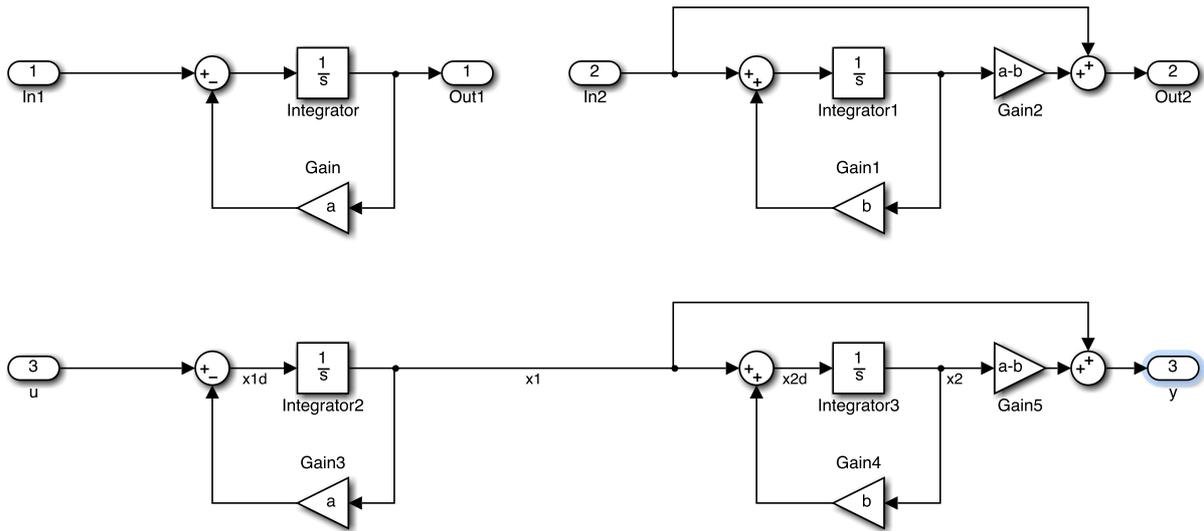


1ª Questão: (2,5)

- a) F – O Canal PI rejeita perturbações constantes por partes.
- b) V
- c) F – *Windup* apenas acontece se houver saturação.
- d) F – É imprescindível que as variáveis de estado não observadas sejam estáveis.
- e) F – O sistema é do tipo 0, e rampas apresentariam erro constante. Se há discrepância no modelo então erro depende desta discrepância.

2ª Questão: (1,5)

$$F_a = \frac{1}{s+a} = \frac{s^{-1}}{1+as^{-1}} \text{ seguido de } F_b = \frac{s+a}{s+b} = \frac{s+b+a-b}{s+b} = 1 + \frac{a-b}{s+b} = 1 + \frac{(a-b)s^{-1}}{1+bs^{-1}}$$

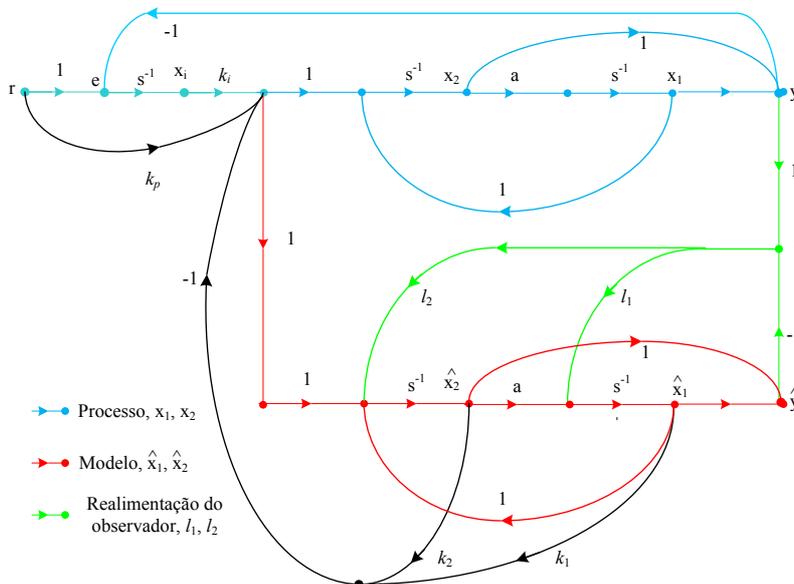


$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a & 0 \\ 1 & -b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \quad \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -a \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ tem posto } 2 \Rightarrow \text{Controlável}$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & a-b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a-b \\ -b & -b(a-b) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \text{ tem posto } 1 \Rightarrow \text{Não Observável}$$

3ª Questão: (3,0)

- a) (0,5) Realização livre na questão. Considerando FCC temos:



b) (0,5) (L_1, L_2)

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} s+l_1 & -1+l_1 \\ -2+l_2 & s+l_2 \end{vmatrix} = s^2 + (l_1+l_2)s + 2l_1+l_2-2 = s^2 + 20s + 100 \quad \begin{cases} l_1 = 82 \\ l_2 = -62 \end{cases}$$

c) (1,0) (K_1, K_2, K_i)

$$\dot{x} = A_a x + B_a u + B_r r$$

$$y = C_a x$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} r \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_i \end{bmatrix}$$

$$|sI - A_a + B_a K_a| = s^3 + 3s^2 + 3s + 1$$

$$B_a K_a = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_1 & k_2 & k_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ k_1 & k_2 & k_i \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} s & -1 & 0 \\ -2+k_1 & s+k_2 & k_i \\ 1 & 1 & s \end{vmatrix} = s^3 + k_2 s^2 + (k_1 - k_i - 2)s - k_i$$

$$\begin{cases} k_1 = 4 & (\text{reali. negativa } u += -K_1 x_1) \\ k_2 = 3 & (\text{reali. negativa } u += -K_2 x_2) \\ k_i = -1 \Rightarrow k_i = 1 & (\text{reali. positiva } u += K_i x_i) \end{cases}$$

d) (0,5) Cancelamento de polo e zero do PI: $K_p = K_i = 1$.

$$e) (0,5) \quad G_{MF}(s) = \frac{1}{s+1}$$

4ª Questão: (3,0)

 $d = \text{zpk}(-1, -1, 1); \quad g1 = \text{zpk}([-10], [0 -100 -100], 5000000); \quad \text{margin}(0.01 * d * g1)$

$$K_1 = 0,01 \text{ (-40 dB)} \quad K_v' = 0,1 \times 501,18 \text{ (54 dB)} = 50,118 \quad 1/K_v' = 0,02 \Rightarrow K_2 = 10$$

$$D(s) = 0,01 \frac{s+1}{s+0,1}$$

(várias soluções possíveis, z/p = 10 e “longe” de 200 rad/s)

