

Controle de Sistemas Dinâmicos

CSD2 – Modelagem

Prof. Adolfo Bauchspiess
ENE/UnB

(Material de aula *Complementar*, adaptado parcialmente de Nise – Eng. de Sist. de Controle)

2.1 Introdução

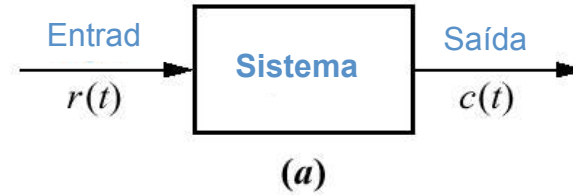
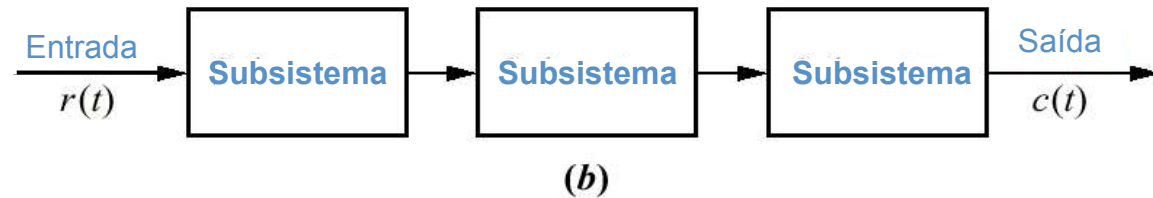


Fig. 2.1
a. Representação em diagrama de blocos de um sistema;
b. representação em diagrama de blocos de uma interconexão de subsistemas



Nota: A notação, $r(t)$, para a entrada significa entrada de referência.
A notação, $c(t)$, para a saída significa variável controlada.

2.2 Revisão da Transformada de Laplace

Tabela 2.1
Transformadas
de Laplace

Item no.	$f(t)$	$F(s)$
1.	$\delta(t)$	1
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s + a}$
6.	$\sin \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7.	$\cos \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

Tabela 2.2

Teoremas da Transformada de Laplace

Item no.	Teorema	Nome
1.	$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	Definição
2.	$\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s)$	Teorema da linearidade
3.	$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$	Teorema da linearidade
4.	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s + a)$	Teorema do deslocamento de frequência
5.	$\mathcal{L}[f(t - T)] = e^{-sT}F(s)$	Teorema do retardo
6.	$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Teorema da escala
7.	$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0-)$	Teorema da derivação
8.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0-) - \dot{f}(0-)$	Teorema da derivação
9.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^nf}{dt^n}\right] = s^nF(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k}f^{k-1}(0-)$	Teorema da derivação
10.	$\mathcal{L}\left[\int_{0-}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	Teorema da integração
11.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	Teorema do valor final ¹
12.	$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	Teorema do valor inicial ²

¹Para que este teorema forneça resultados finitos corretos, todas as raízes do denominador de $F(s)$ devem ter parte real negativa e nenhuma delas pode estar situada na origem.

²Para que este teorema seja válido, $f(t)$ deve ser contínua ou ter, no máximo, uma descontinuidade em degrau em $t = 0$ (isto é, não pode apresentar impulsos ou suas derivadas em $t = 0$)

2.3 A Função de Transferência

$$\frac{C(s)}{R(s)} = G(s)$$

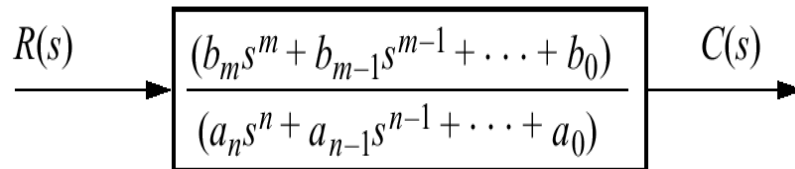
Sistema Dinâmico Linear:
Equação diferencial de ordem n ,
linear e invariante no tempo

$c(t)$ por convolução

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n c(t)}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c(t)}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 c(t) \\ = b_m \frac{d^m r(t)}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} r(t)}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 r(t) \end{aligned}$$

Transformada de Laplace

$$(a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0) C(s) = (b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0) R(s)$$



*Solução de $c(t)$ via $\mathcal{L}^{-1} \{C(s)\}$
(expansão em frações parciais)*

$$c(t) = K_0 + K_1 e^{p_1 t} + K_2 e^{p_2 t} + \dots$$

Exemplo 1ª ordem:

Obter a resposta, $c(t)$,
a uma entrada, $r(t) = u(t)$,
de um sistema descrito
pela Equação Diferencial.

$$\frac{dc(t)}{dt} + 2c(t) = r(t)$$

$$sC(s) + 2C(s) = R(s)$$

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s + 2}$$

2. Resposta ao degrau

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s(s + 2)}$$

3. Expansão em Frações Parciais

$$C(s) = \frac{1/2}{s} - \frac{1/2}{s + 2}$$

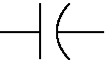
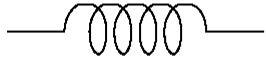
4. Resposta no tempo

$$c(t) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}e^{-2t}$$

2.4 Fun. Transferência de Circuitos Elétricos

Tabela 2.3

Relações Tensão-corrente, Tensão-carga, e Impedâncias de capacitores, resistores e indutores

Componente	Tensão-corrente	Corrente-tensão	Tensão-carga	Impedância $Z(s) = V(s)/I(s)$	Admitância $Y(s) = I(s)/V(s)$
 Capacitor	$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = \frac{1}{C} q(t)$	$\frac{1}{Cs}$	Cs
 Resistor	$v(t) = Ri(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} v(t)$	$v(t) = R \frac{dq(t)}{dt}$	R	$\frac{1}{R} = G$
 Indutor	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau$	$v(t) = L \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$	Ls	$\frac{1}{Ls}$

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $v(t) = V$ (volts), $i(t) = A$ (ampères), $q(t) = Q$ (coulombs), $C = F$ (farads), $R = \Omega$ (ohms), $G = \text{mhos}$, $L = H$ (henries)

Circuito RLC

Obter para o Circuito RLC:

- a) Função de Transferência $V_C(s)/V(s)$,
- b) Admitância $I(s)/V(s)$

a1. Eq. diferencial

$$L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau = v(t)$$

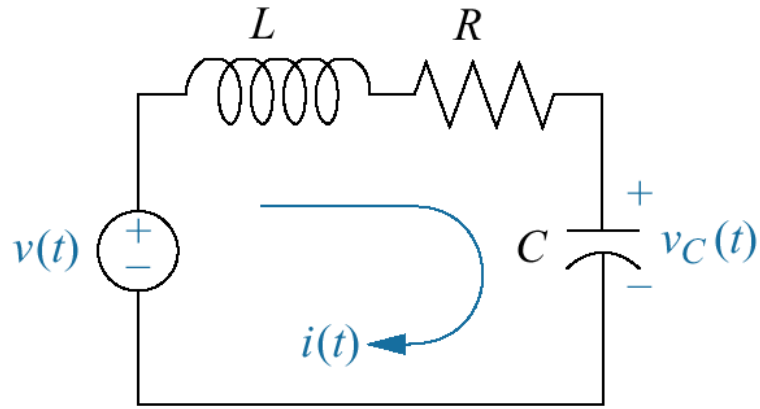
a2. Laplace

$$(LCs^2 + RCs + 1)V_C(s) = V(s)$$

$$I = CsV_C$$

a3. Função de Transf. $V_C(s)/V(s)$

$$\frac{V_C(s)}{V(s)} = \frac{1/LC}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{LC}}$$



- b. Admitância: $I(s)/V(s)$
(lei das malhas utilizando impedâncias)
 $LSI + RI + I(1/sC) = V$

$$\begin{aligned} V_R(s) &= RI(s) \\ V_L(s) &= LsI(s) \\ V_C(s) &= \frac{1}{Cs} I(s) \end{aligned}$$

$$\left(Ls + R + \frac{1}{Cs} \right) I(s) = V(s)$$

$$\frac{I(s)}{V(s)} = \frac{1}{Ls + R + \frac{1}{Cs}}$$

Fig. 2.6 Circuito elétrico com duas malhas

Ao longo da Malha 1,
onde circula $I_1(s)$,

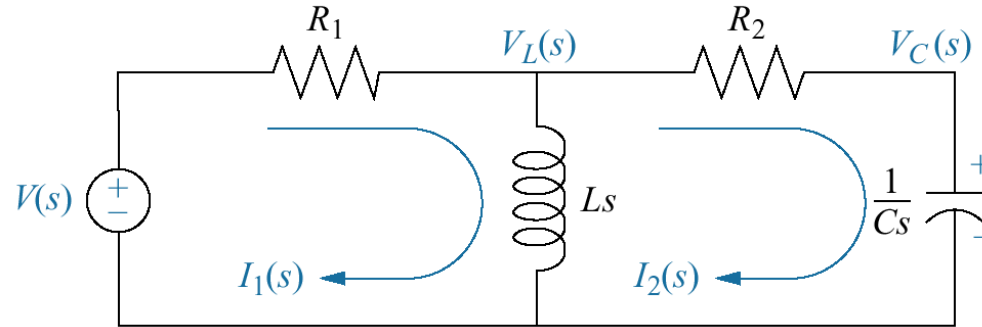
$$R_1 I_1(s) + Ls I_1(s) - Ls I_2(s) = V(s)$$

Ao longo da Malha 2,
onde circula $I_2(s)$,

$$Ls I_2(s) + R_2 I_2(s) + \frac{1}{Cs} I_2(s) - Ls I_1(s) = 0$$

$$(R_1 + Ls) I_1(s) - Ls I_2(s) = V(s)$$

$$-Ls I_1(s) + \left(Ls + R_2 + \frac{1}{Cs} \right) I_2(s) = 0$$



Pela regra de Cramer
(ou qualquer outro método
para resolver sistemas de equações)

Eliminando a variável Intermediária, $I_1(s)$:

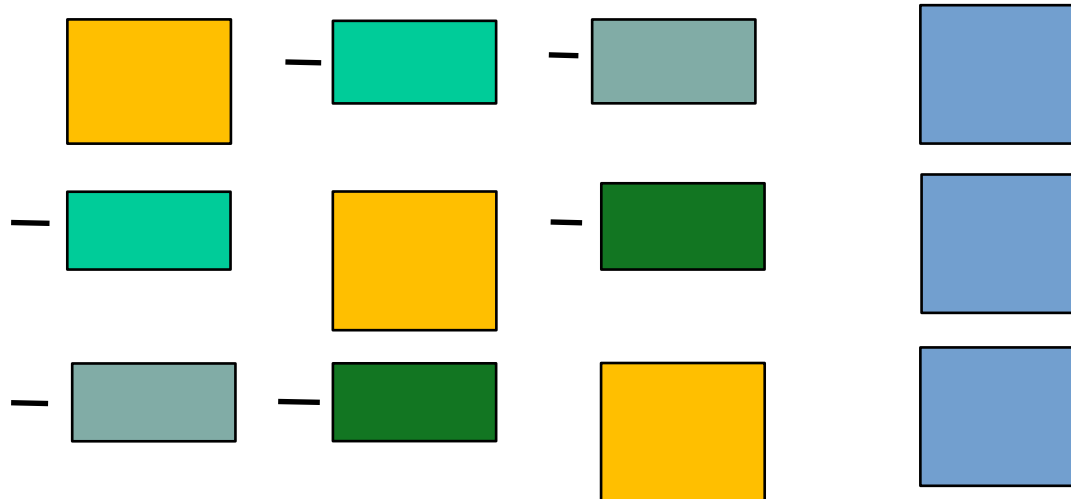
$$G(s) = \frac{I_2(s)}{V(s)} = \frac{Ls}{\Delta} = \frac{LCs^2}{(R_1 + R_2)LCs^2 + (R_1 R_2 C + L)s + R_1}$$

Obtenção da Equações de Malhas via Topologia:

$$\left[\begin{array}{c} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias ao} \\ \text{longo da Malha 1} \end{array} \right] I_1(s) - \left[\begin{array}{c} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{comuns às} \\ \text{duas malhas} \end{array} \right] I_2(s) = \left[\begin{array}{c} \text{Soma das tensões} \\ \text{aplicadas ao} \\ \text{longo da Malha 1} \end{array} \right]$$

2 malhas

$$- \left[\begin{array}{c} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{comuns às} \\ \text{duas malhas} \end{array} \right] I_1(s) + \left[\begin{array}{c} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias ao} \\ \text{longo da Malha 2} \end{array} \right] I_2(s) = \left[\begin{array}{c} \text{Soma das tensões} \\ \text{aplicadas ao} \\ \text{longo da Malha 2} \end{array} \right]$$



3 malhas

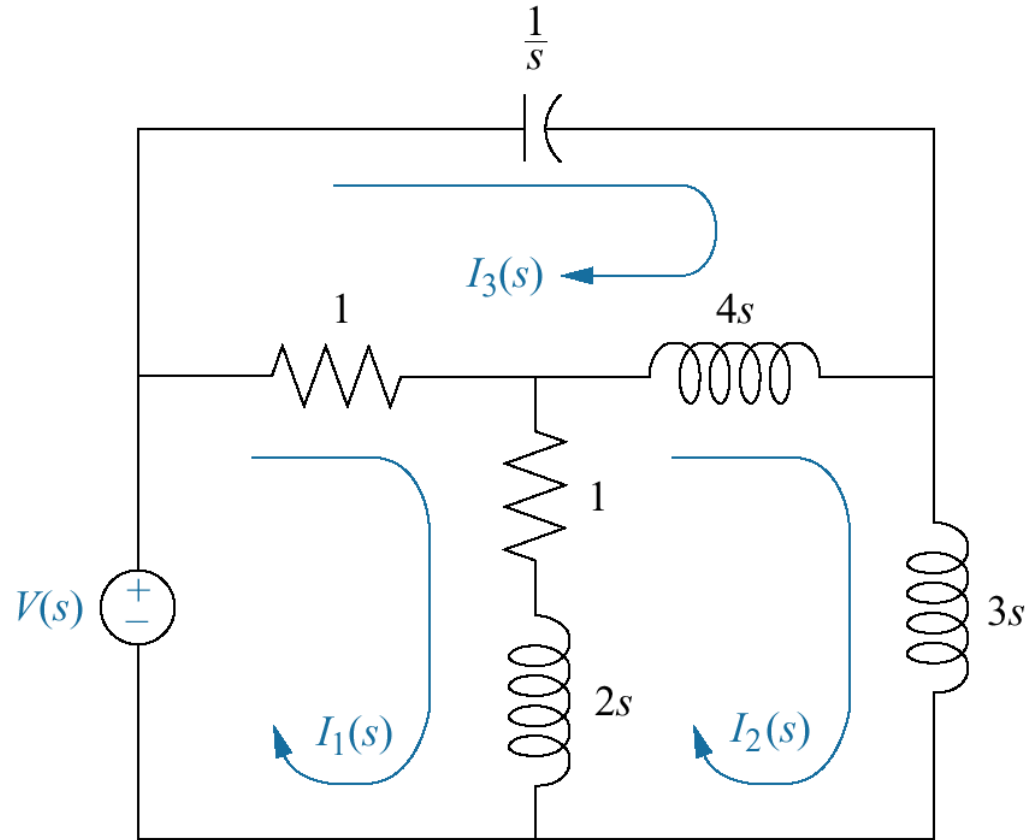
(só topologia das eqs.)

▪

▪

▪

Fig. 2.9 Circuito elétrico de três malhas



Amplificador operacional

Será utilizado para implementar controladores dinâmicos

a. Amp. Op.

b. Inversor de sinal;

c. Amp. Op. implementa

$$V_o(s)/V_i(s) = -Z_2(s)/Z_1(s).$$

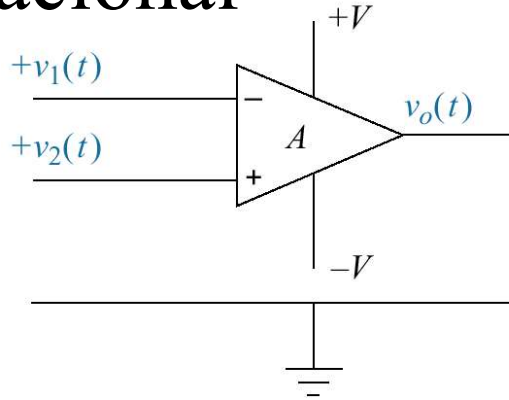
Simplificações:

(Amp. Op Ideal)

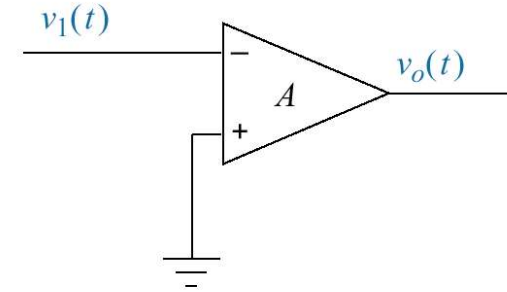
ganho $A \rightarrow \infty$

$Z_{in} \rightarrow \infty$

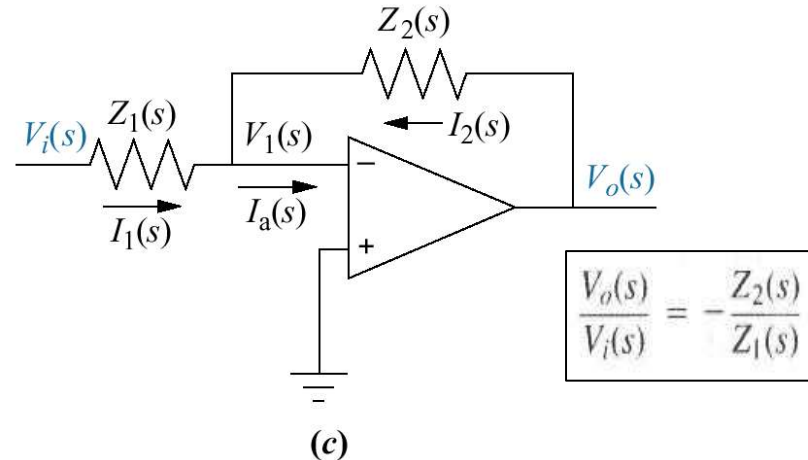
$Z_{out} \rightarrow 0$



(a)

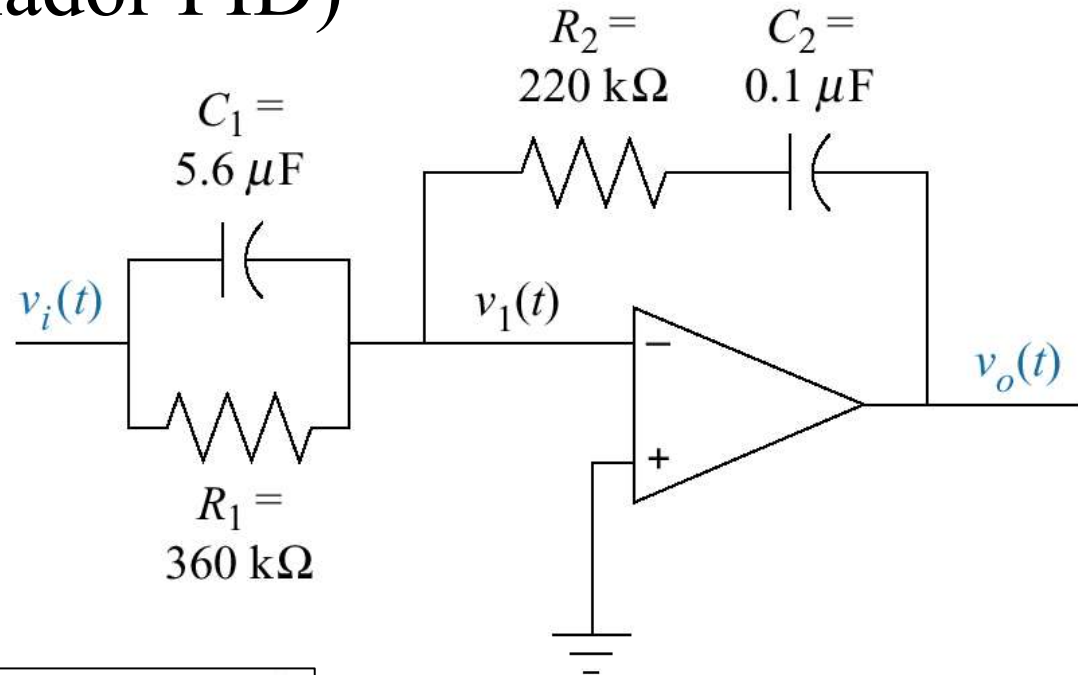


(b)



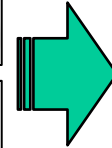
(c)

Fig. 2.11 (Controlador PID)



$$Z_1(s) = \frac{1}{C_1 s + \frac{1}{R_1}} = \frac{1}{5,6 \times 10^{-6} s + \frac{1}{360 \times 10^3}} = \frac{360 \times 10^3}{2,016 s + 1}$$

$$Z_2(s) = R_2 + \frac{1}{C_2 s} = 220 \times 10^3 + \frac{10^7}{s}$$



$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -1,232 \frac{s^2 + 45,95s + 22,55}{s}$$

Fig. 2.12 Amp. Op. não-inversor

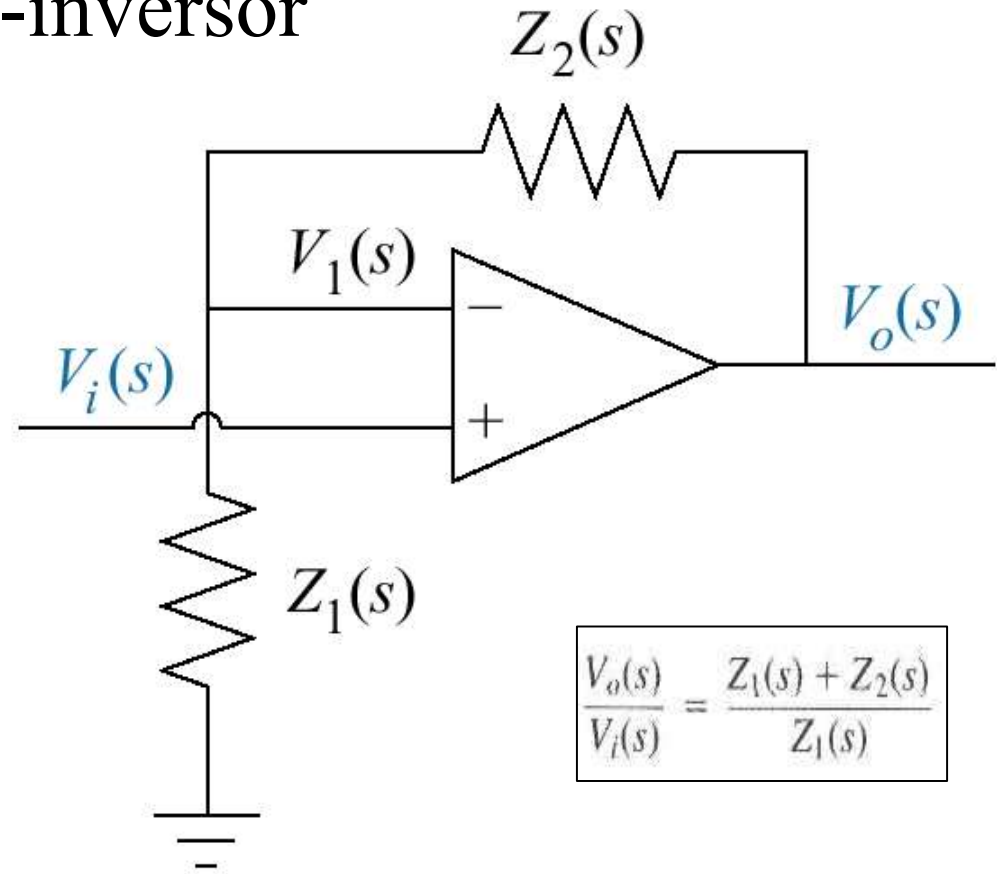
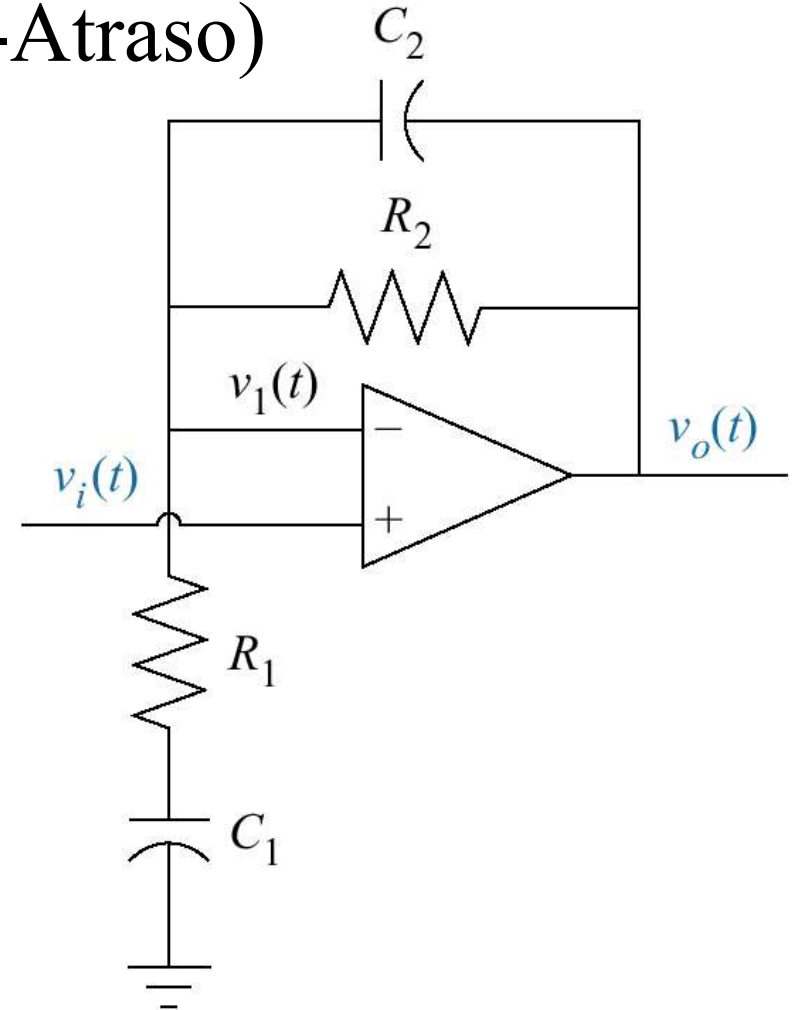


Fig. 2.13 (Controlador Avanço-Atraso)

$$Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{C_1 s}$$

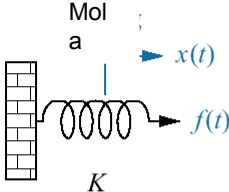
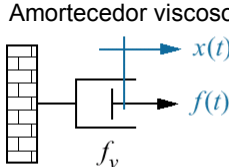
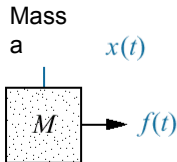
$$Z_2(s) = \frac{R_2(1/C_2 s)}{R_2 + (1/C_2 s)}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{C_2 C_1 R_2 R_1 s^2 + (C_2 R_2 + C_1 R_2 + C_1 R_1)s + 1}{C_2 C_1 R_2 R_1 s^2 + (C_2 R_2 + C_1 R_1)s + 1}$$



2.5 Funções de Transferência de Sistemas Mecânicos Translacionais

Tabela 2.4
Relações força-velocidade,
força-deslocamento,
e impedância de translação
de molas, amortecedores e massas

Componente	Força- velocidade	Força- deslocamento	Impedância $Z_m(s)=F(s)/X(s)$
	$f(t) = K \int_0^t v(\tau) d\tau$	$f(t) = Kx(t)$	K
	$f(t) = f_v v(t)$	$f(t) = f_v \frac{dx(t)}{dt}$	$f_v s$
	$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$	Ms^2

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $f(t) = N$ (newtons), $x(t) = m$ (metros), $v(t) = m/s$ (metros/segundo), $K = N/m$ (newtons/metro), $f_v = N.s/m$ (newton-segundo/ metro), $M = kg$ (quilogramas = newton.segundo² / metro).

Sistema dinâmico massa, mola e amortecedor

Massa, [kg]

Mola, lei de Hook

Amortecedor, atrito viscoso

Ordem de um Sistema dinâmico

Graus de Liberdade de um sistema

A “ordem” indica o
número de armazenadores independentes de energia.

Este Sistema tem grau de Liberdade, $x(t)$,
É um sistema de 2a ordem (devido ao termo $F(s) = M X(s) s^2$).

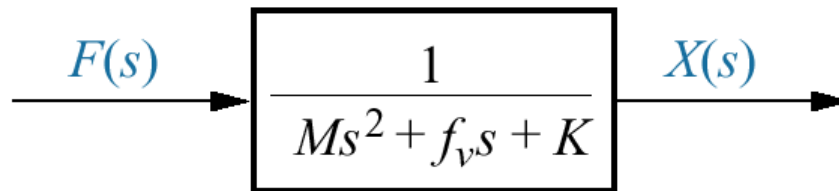
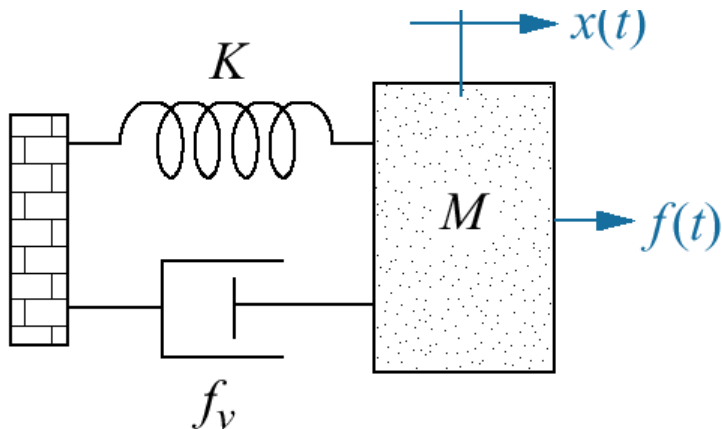
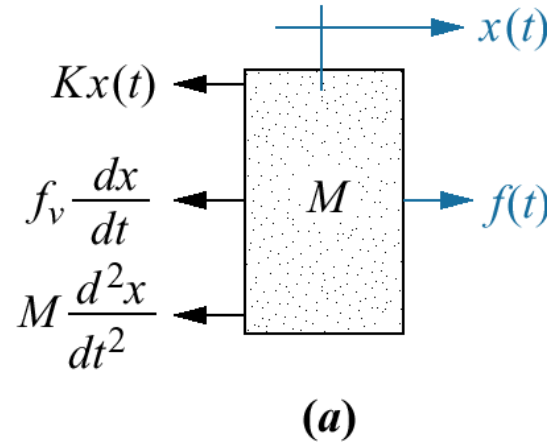


Fig. 2.16 Diagrama de corpo livre do sistema

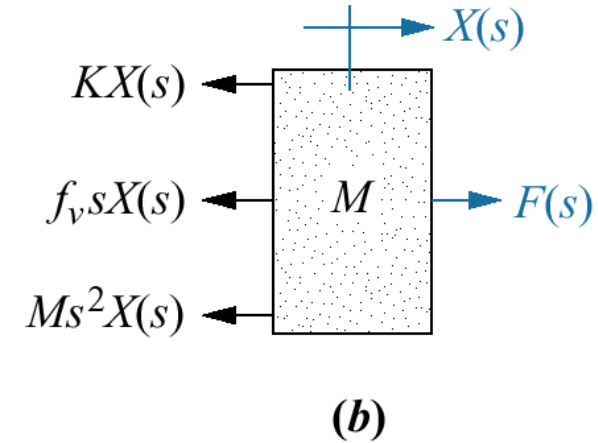
Lei de Newton

a. No tempo

b. No domínio de Laplace



$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + f_v \frac{dx(t)}{dt} + Kx(t) = f(t)$$



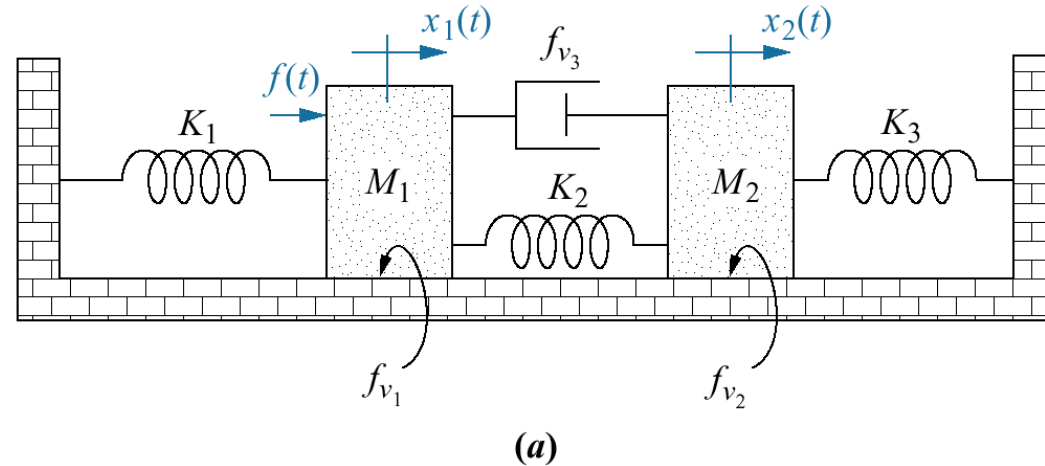
$$Ms^2X(s) + f_v sX(s) + KX(s) = F(s)$$

$$(Ms^2 + f_v s + K)X(s) = F(s)$$

$$G(s) = \frac{X(s)}{F(s)} = \frac{1}{Ms^2 + f_v s + K}$$

Fig. 2.17 Sistema mecânico em translação com dois graus de liberdade

- a. Sistema mecânico
- b. diagrama de blocos



2 Graus de Liberdade, x_1 e x_2

Ordem do Sistema ≥ 4 (M_1 e M_2)

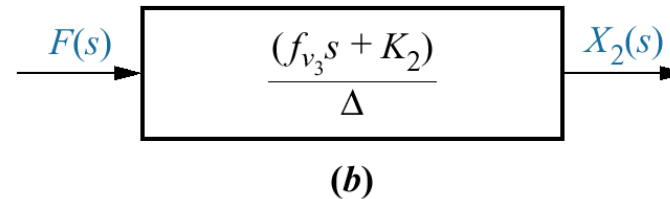


Diagrama de Corpo Livre M1

Fig. 2.18

- a. Forças atuando sobre M1
devidas somente ao movimento de
M1;
- b. forças atuando sobre M1
devidas somente ao movimento de
M2;
- c. todas as forças atuando sobre
M1

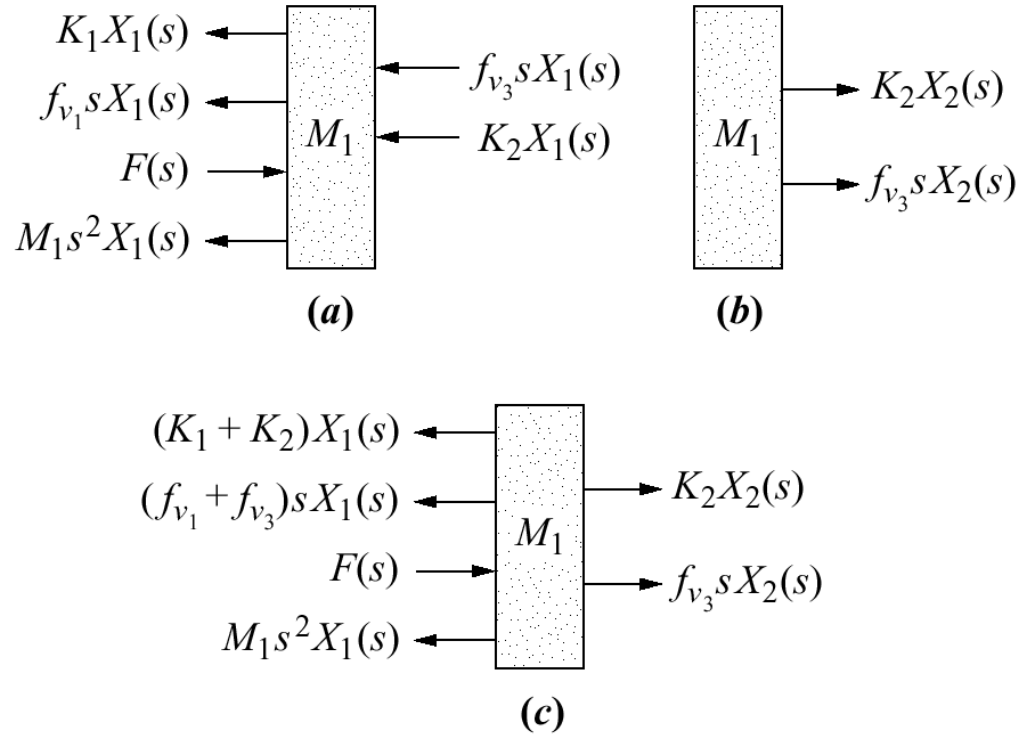


Diagrama de Corpo Livre M2

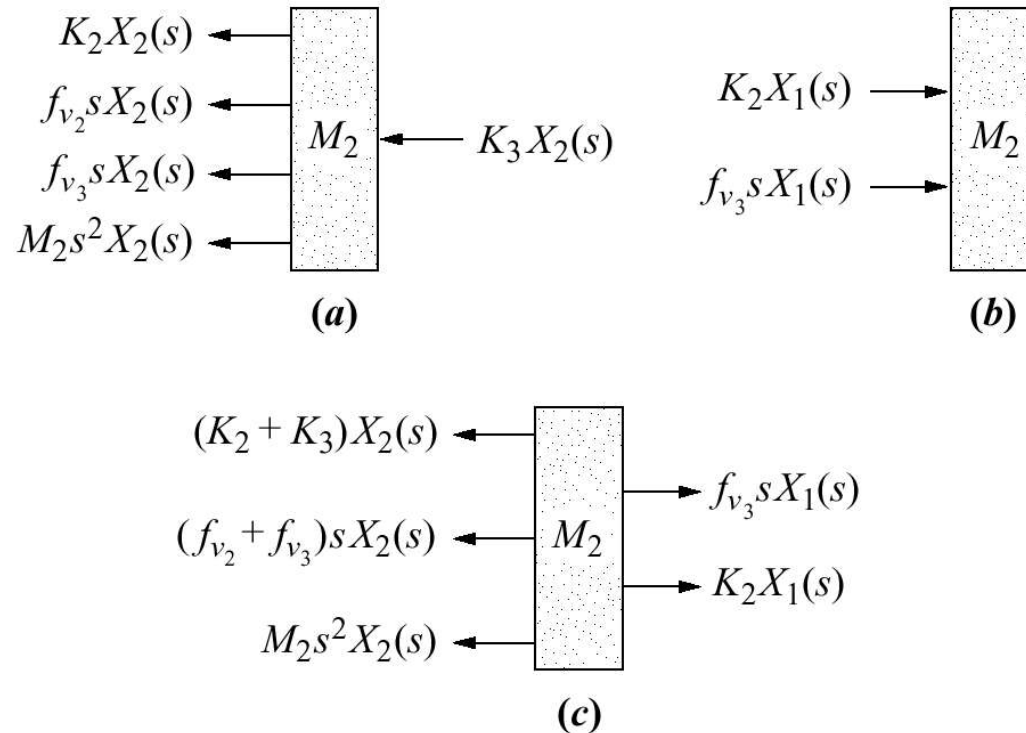


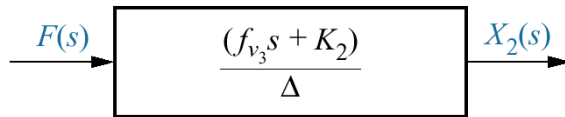
Fig. 2.19

- a. Forças atuando sobre M2 devidas somente ao movimento de M2;
- b. forças atuando sobre M2 devidas somente ao movimento de M1;
- c. todas as forças atuando sobre M2

Método das Impedâncias Mecânicas (análogo Malhas)

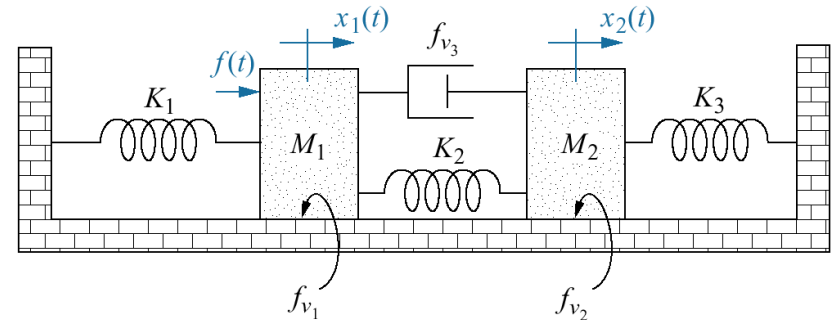
$$\begin{aligned} [M_1 s^2 + (f_{v1} + f_{v3})s + (K_1 + K_2)]X_1(s) - (f_{v3}s + K_2)X_2(s) &= F(s) \\ -(f_{v3}s + K_2)X_1(s) + [M_2 s^2 + (f_{v2} + f_{v3})s + (K_2 + K_3)]X_2(s) &= 0 \end{aligned}$$

$$\frac{X_2(s)}{F(s)} = G(s) = \frac{(f_{v3}s + K_2)}{\Delta}$$



$$\Delta = \begin{vmatrix} [M_1 s^2 + (f_{v1} + f_{v3})s + (K_1 + K_2)] & -(f_{v3}s + K_2) \\ -(f_{v3}s + K_2) & [M_2 s^2 + (f_{v2} + f_{v3})s + (K_2 + K_3)] \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{conectadas ao} \\ \text{movimento} \\ \text{em } x_1 \end{array} \right] X_1(s) - \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{entre} \\ x_1 \text{ e } x_2 \end{array} \right] X_2(s) &= \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{forças aplicadas} \\ \text{em } x_1 \end{array} \right] \\ - \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{entre} \\ x_1 \text{ e } x_2 \end{array} \right] X_1(s) + \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{impedâncias} \\ \text{conectadas ao} \\ \text{movimento} \\ \text{em } x_2 \end{array} \right] X_2(s) &= \left[\begin{array}{l} \text{Soma das} \\ \text{forças aplicadas} \\ \text{em } x_2 \end{array} \right] \end{aligned}$$



2.6 Funções de Transferência de Sistemas Mecânicos Rotacionais

Tabela 2.5
Relações torque- velocidade angular, torque-deslocamento angular, e impedância de rotação de molas, amortecedores viscosos e inércia

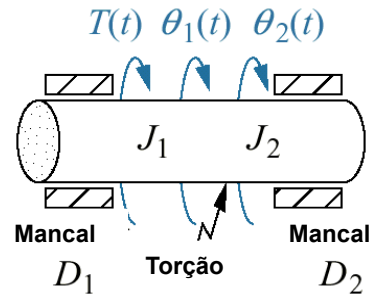
Componente	Torque - velocidade angular	Torque - deslocamento angular	Impedância $Z_m(s) = T(s) / \theta(s)$
Mola K	$T(t) = K \int_0^t \omega(\tau) d\tau$	$T(t) = K\theta(t)$	K
Amortecedor viscoso D	$T(t) = D\omega(t)$	$T(t) = D \frac{d\theta(t)}{dt}$	Ds
Inércia J	$T(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$	$T(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	Js^2

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $T(t) = \text{N.m}$ (newton.metro), $\theta(t) = \text{rad}$ (radianos), $\omega(t) = \text{rad/s}$ (radianos /segundo), $K = \text{N.m / rad}$ (newton.metro / radiano), $D_v = \text{N.m.s/ rad}$ (newton.metro.segundo/ radiano), $J = \text{kg.m}^2$ (quilograma.metro² = newton.metro.segundo² / radiano).

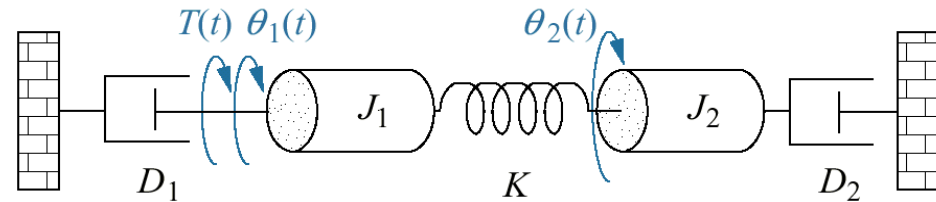
Fig. 2.22 Sistema Rotacional

Dois elementos de inércia rotacional,
conectados por mola de torção (haste que admite torção),
apoiados, cada um em mancais com atrito viscoso.

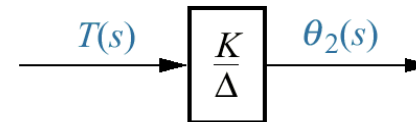
- a. Sistema físico;
- b. esquema;
- c. diagrama de blocos



(a)



(b)



(c)

Diagrama de Corpo Livre J1

Fig. 2.23
a. Torques sobre
J1 devidos
somente ao movimento de J1;
b. torques sobre
J1 devidos
somente ao
movimento de J2;
c. diagrama final
de corpo livre
para J1

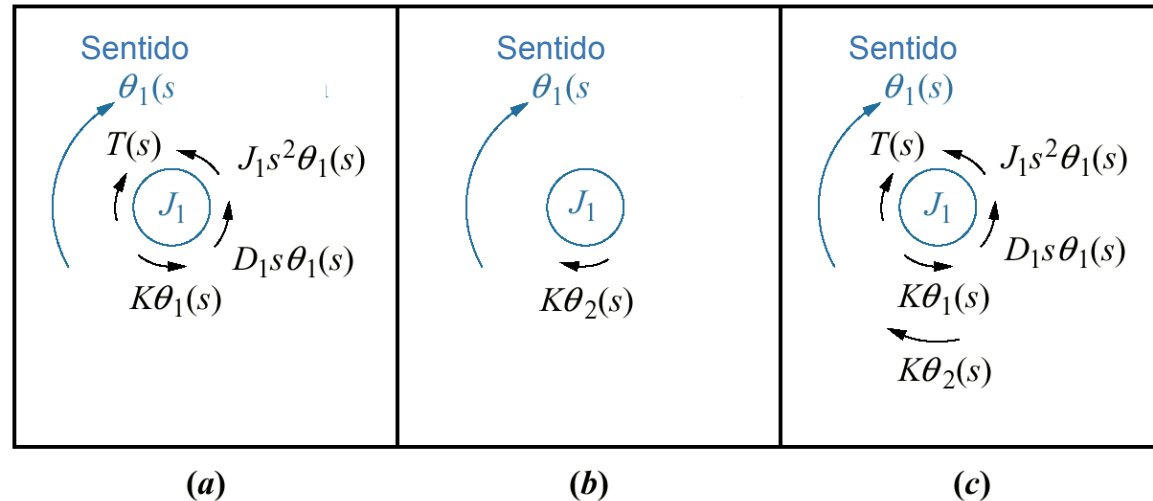


Diagrama de Corpo Livre J1 - modelo

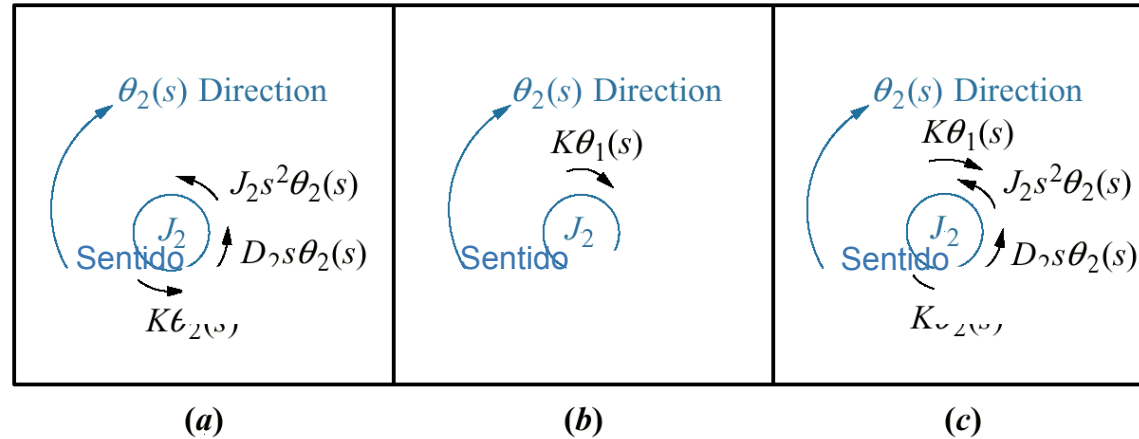


Fig. 2.24

a. Torques sobre J2 devidos
somente ao movimento de J2;

b. torques sobre J2 devidos
somente ao movimento de J1;

c. diagrama final
de corpo livre para J2

$$(J_1 s^2 + D_1 s + K) \theta_1(s) - K \theta_2(s) = T(s)$$

$$-K \theta_1(s) + (J_2 s^2 + D_2 s + K) \theta_2(s) = 0$$

$$\frac{\theta_2(s)}{T(s)} = \frac{K}{\Delta}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} (J_1 s^2 + D_1 s + K) & -K \\ -K & (J_2 s^2 + D_2 s + K) \end{vmatrix}$$

2.7 Funções de Transferência para Sistemas com Engrenagens

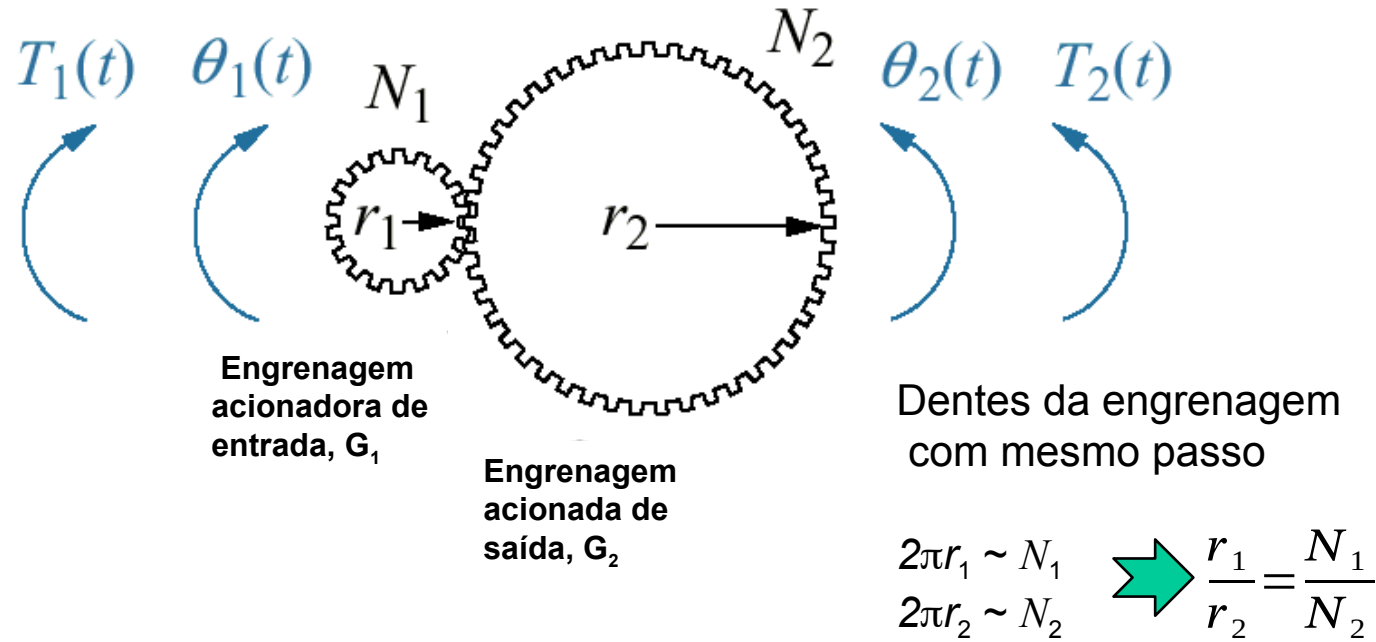
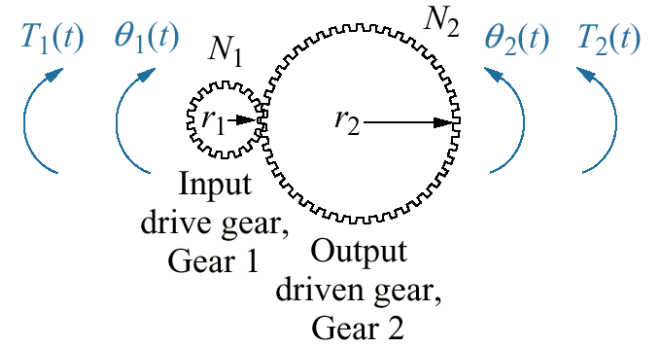
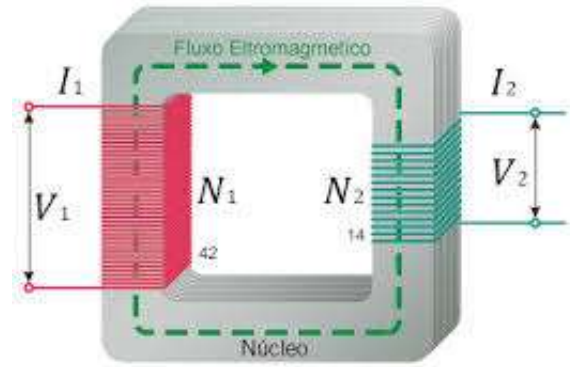


Fig. 2.27
Sistema de
engrenagens

Engrenagens

Fig. 2.28 Engrenagens sem perdas

- a. F.T. entre deslocamentos angulares b. F.T. entre torques



(análogo ao Transformador Elétrico)

Mesmo percurso linear

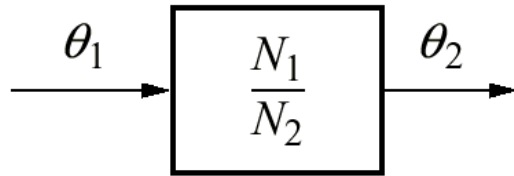
$$r_1 \theta_1 = r_2 \theta_2$$

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

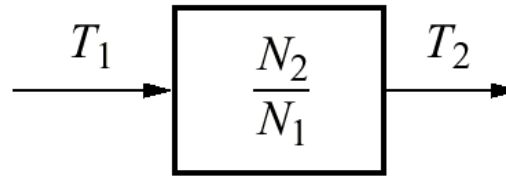
Conserv. Energia

$$T_1 \theta_1 = T_2 \theta_2$$

(análogo à "F.d", força x deslocamento p/ deslocamento transl..)



(a)



(b)

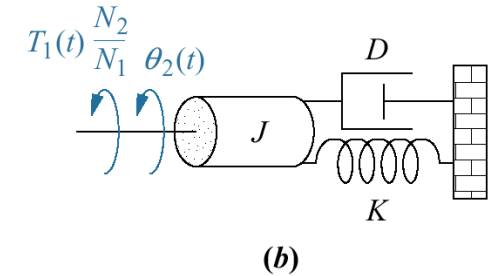
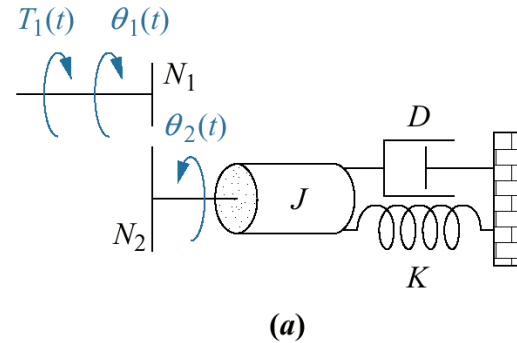
$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{r_1}{r_2} = \frac{N_1}{N_2} \rightarrow \theta_2 = \frac{N_1}{N_2} \theta_1$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{N_2}{N_1} \rightarrow T_2 = \frac{N_2}{N_1} T_1$$

Sistemas Equivalentes Refletidos

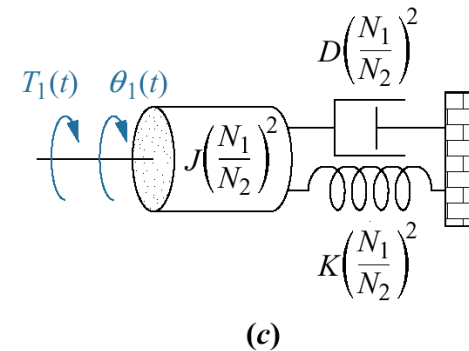
Fig. 2.29

a. Sistema em rotação acionado por engrenagens;



b. sistema equivalente referido à saída após reflexão do torque de entrada;

c. sistema equivalente referido à entrada após reflexão das impedâncias

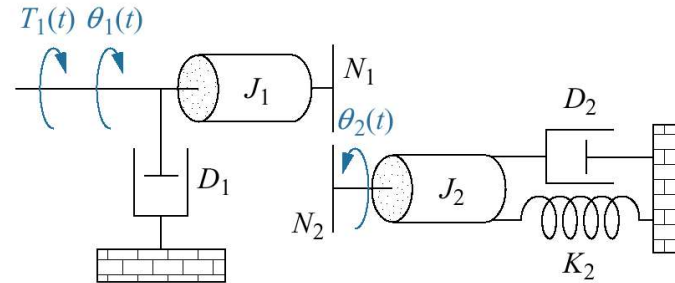


$$\left(Js^2 + Ds + K \right) \theta_2(s) = T_2(s) = T_1(s) \frac{N_2}{N_1} \quad \theta_2 = \frac{N_1}{N_2} \theta_1$$

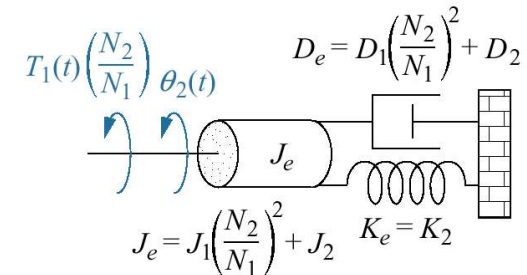
$$\left[J \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 s^2 + D \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 s + K \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 \right] \theta_1(s) = T_1(s)$$

Sistema Mecânico em Rotação com Engrenagens

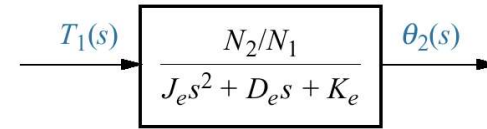
- Sistema mecânico em rotação com engrenagens;
- sistema depois de referir torques e impedâncias ao eixo de saída;
- diagrama de blocos



(a)

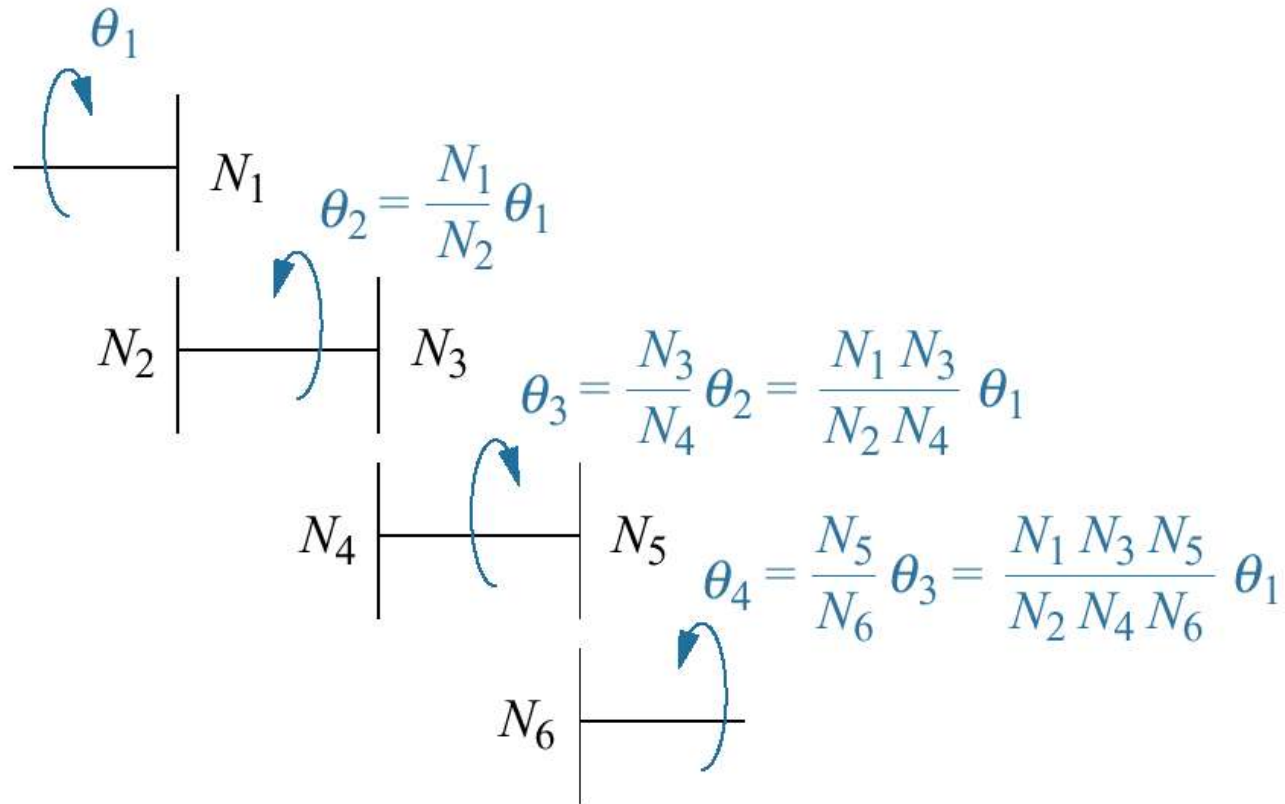


(b)



(c)

Trem de Engrenagens



Sistema usando um Trem de Engrenagens

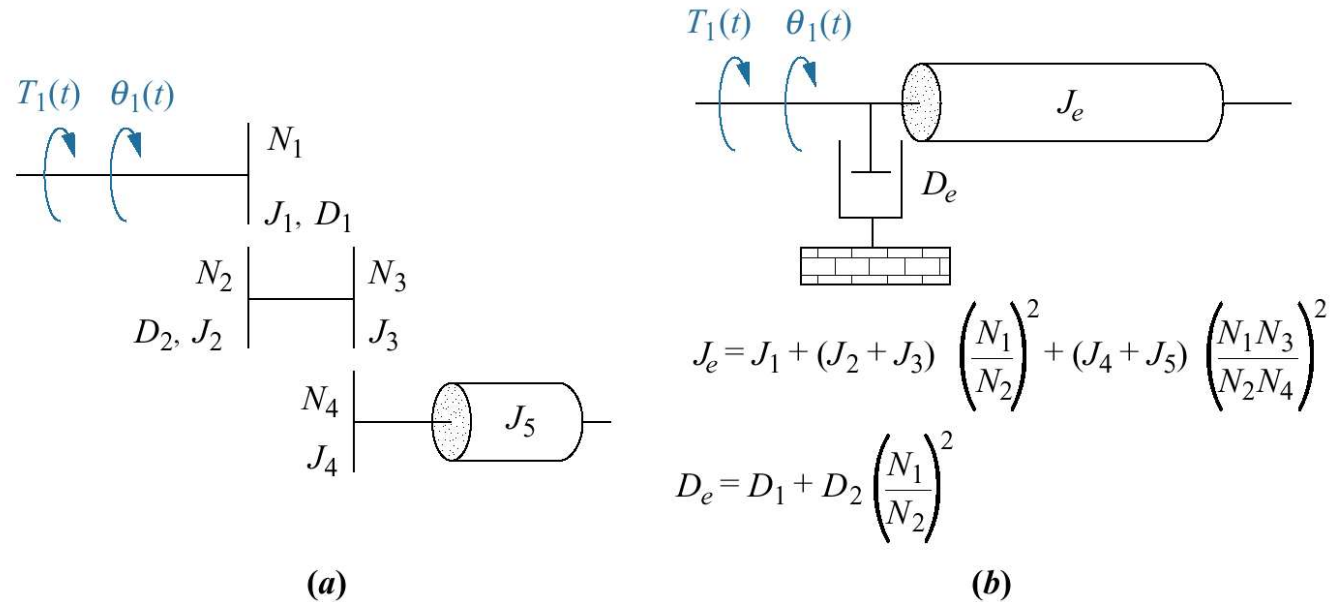
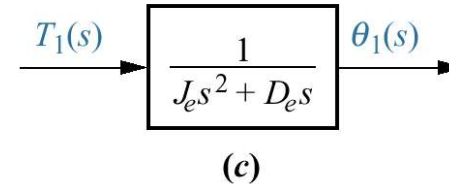


Fig. 2.32

- a. Sistema usando um trem de engrenagens;
- b. sistema equivalente referido à entrada;
- c. diagrama de blocos



2.8 Sistemas Eletromecânicos

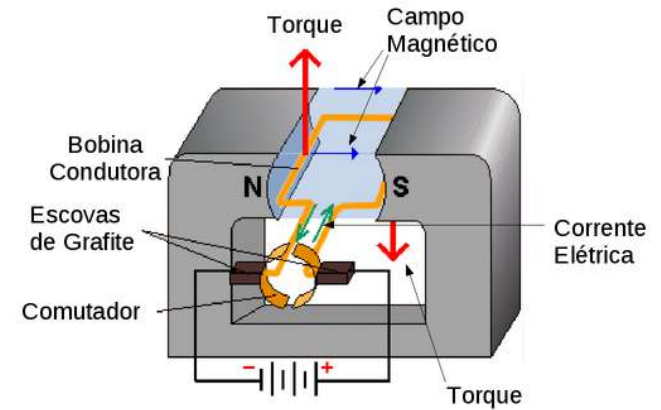
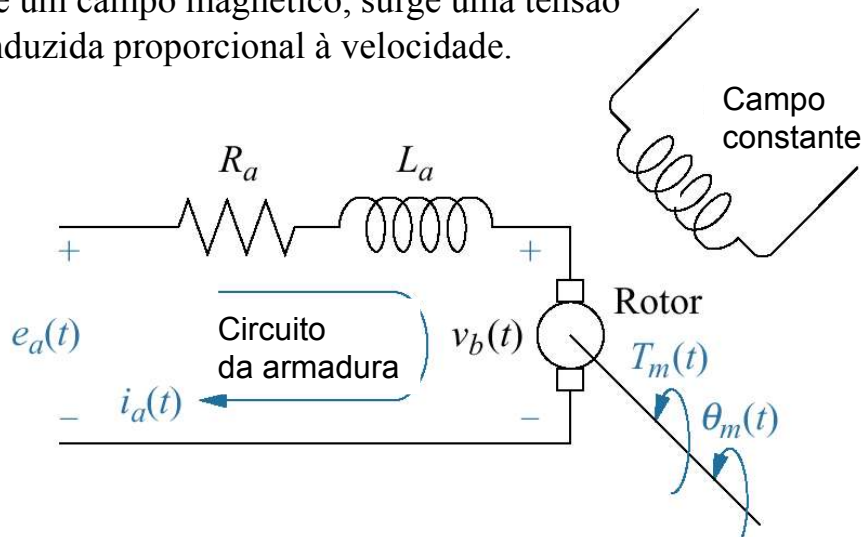
- Motor CC

$v_b(t)$ - força contra-eletromotriz, K_b cte

$d\theta_m(t)/dt = \omega_m(t)$ é a velocidade angular do motor.

$$v_b(t) = K_b \frac{d\theta_m(t)}{dt} \quad V_b(s) = K_b s \theta_m(s)$$

Como a armadura está girando no interior de um campo magnético, surge uma tensão induzida proporcional à velocidade.

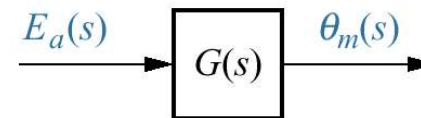


Circuito elétrico de armadura:

$$R_a I_a(s) + L_a s I_a(s) + V_b(s) = E_a(s)$$

Corrente (eletro-) $\Rightarrow$ Torque (mecânico)

$$T_m(s) = K_t I_a(s)$$



Tensão (eletro-) $\Rightarrow$ Posição (mecânico)

Carregamento Mecânico - Motor CC

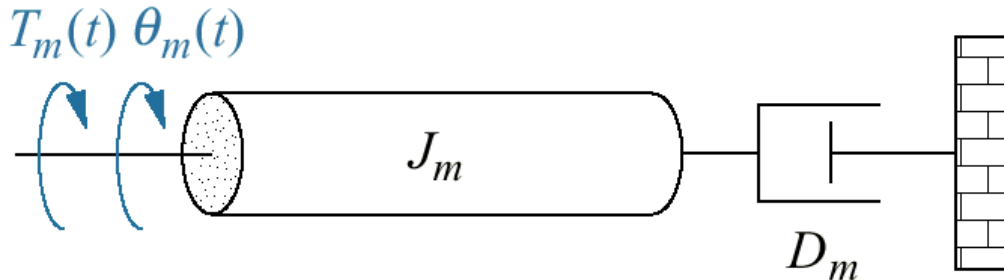
$$\begin{array}{l} \text{E:} \\ \text{EM:} \\ \text{M:} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} R_a I_a(s) + L_a \cancel{s I_a(s)} + V_b(s) = E_a(s) \\ T_m(s) = K_t I_a(s) \\ T_m(s) = (J_m s^2 + D_m s) \theta_m(s) \end{array} \right.$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t / (R_a J_m)}{s \left[s + \frac{1}{J_m} \left(D_m + \frac{K_t K_b}{R_a} \right) \right]}$$

$$\frac{\theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K}{s(s + \alpha)}$$

$$\left[\frac{R_a}{K_t} (J_m s + D_m) + K_b \right] s \theta_m(s) = E_a(s)$$

Fig. 2.36
Carregamento mecânico típico
equivalente de um motor CC



Motor CC – Carga Mecânica em Rotação

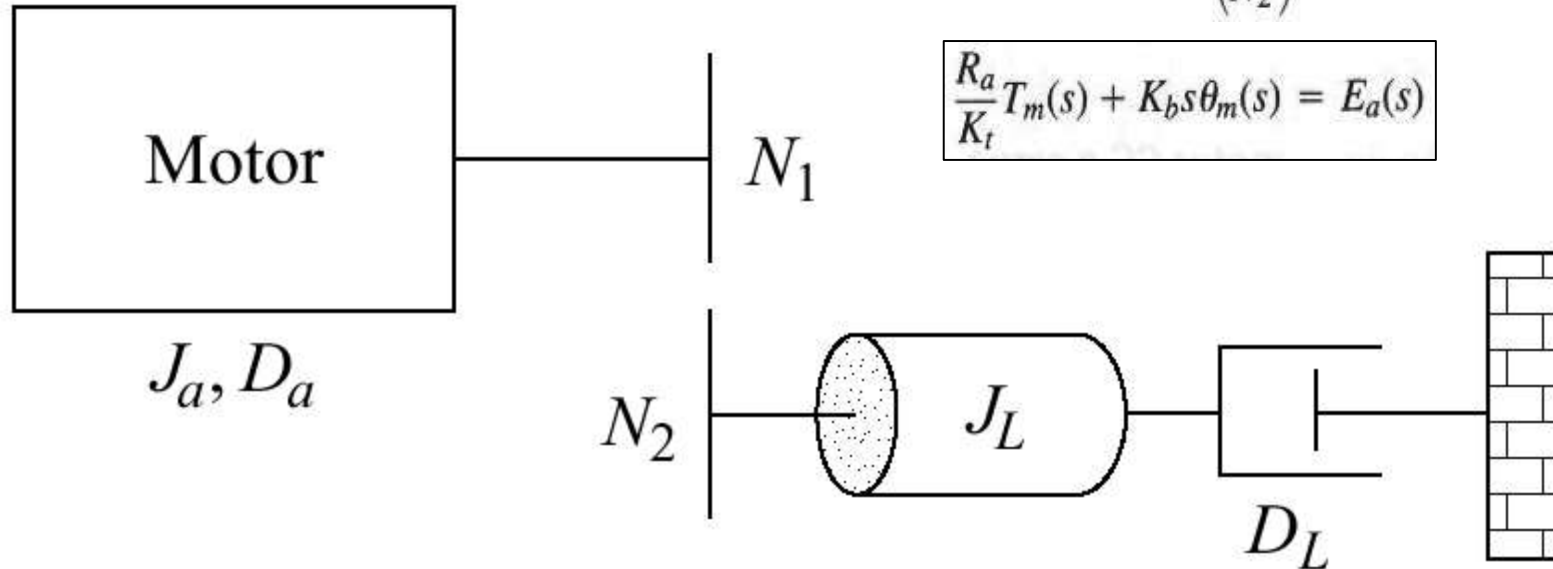
Fig. 2.37

Reflexão das cargas
para o lado do Motor

$$J_m = J_a + J_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$$D_m = D_a + D_L \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(s) + K_b s \theta_m(s) = E_a(s)$$



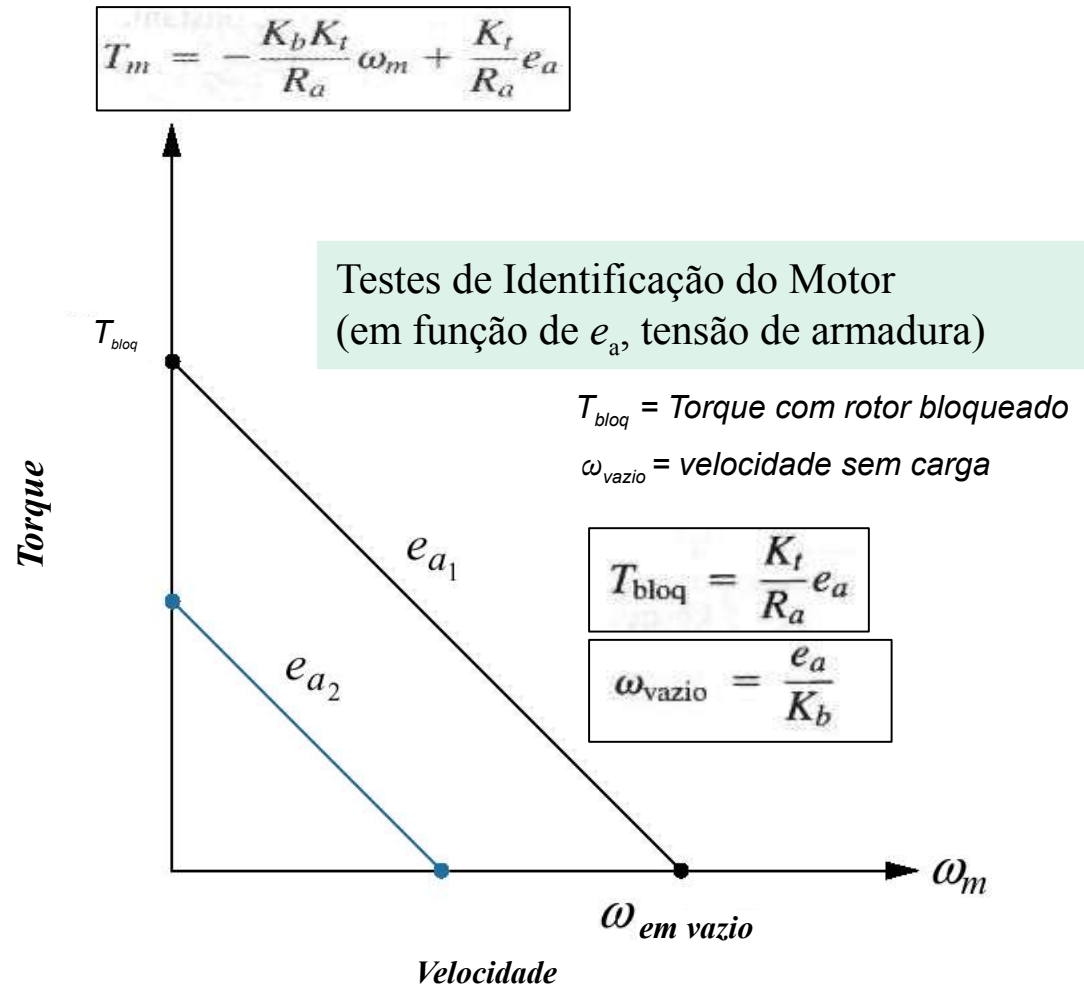
Motor CC - Curvas Torque x Velocidade

$$\frac{R_a}{K_t} T_m(s) + K_b s \theta_m(s) = E_a(s)$$

Considerando que em **regime permanente** a **velocidade** ω_m é constante,

$$\frac{R_a}{K_t} T_m + K_b \omega_m = e_a$$

Fig. 2.38
Curvas de torque-velocidade tendo como parâmetro a tensão de armadura e_a



Motor CC com Carga

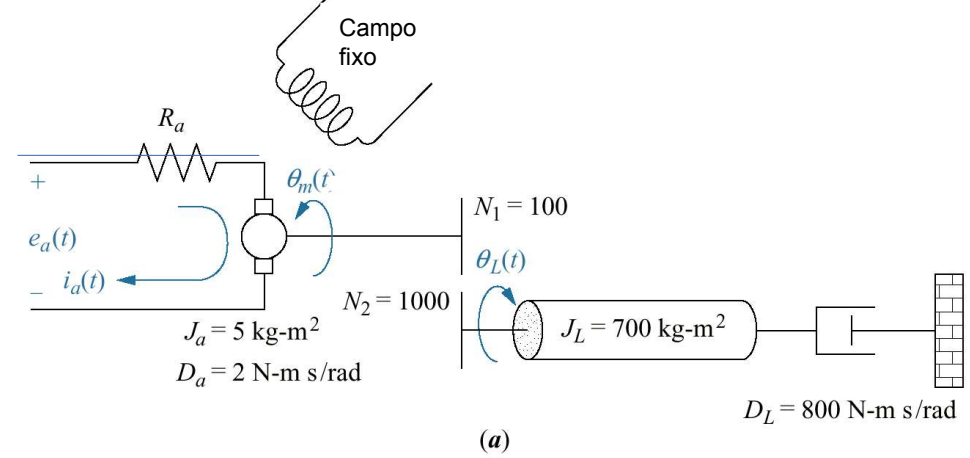
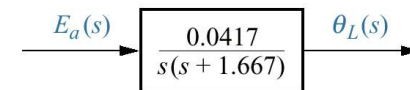
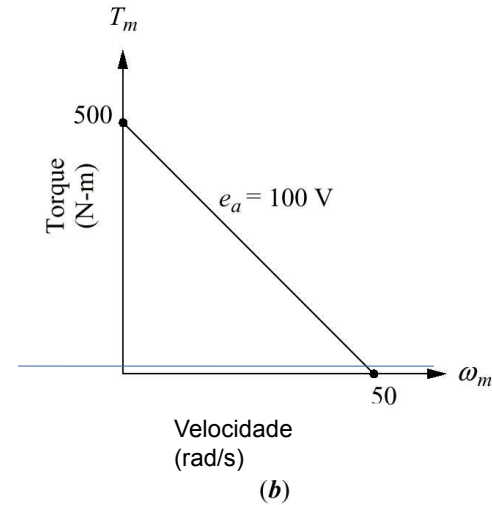


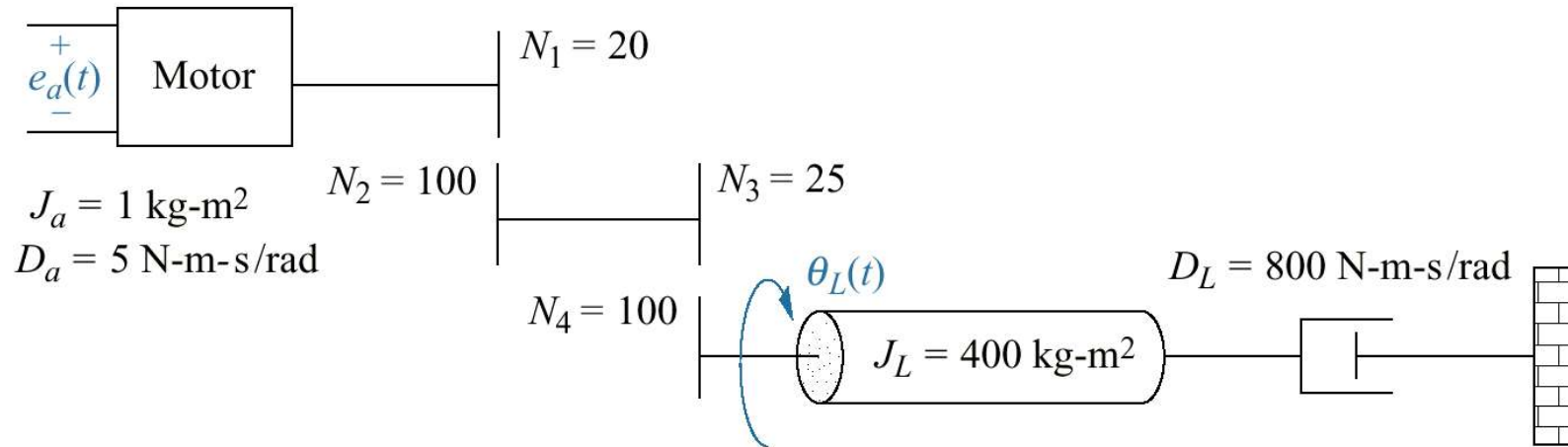
Fig. 2.39
 a. Motor CC e carga;
 b. curva torque-velocidade;
 c. diagrama de blocos



Sistema Eletromecânico

Fig. 2.40

Sistema eletromecânico
para o Exercício de
Avaliação 2.11

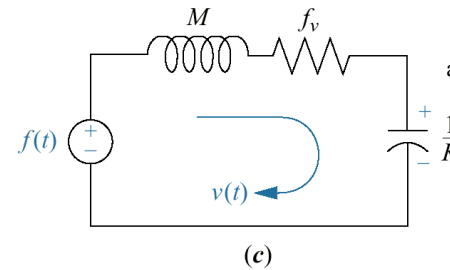
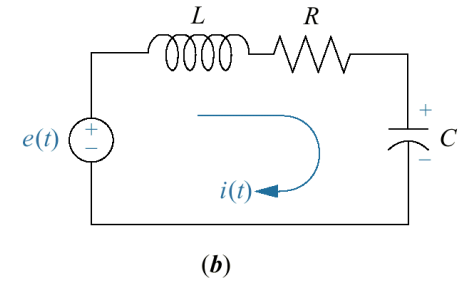
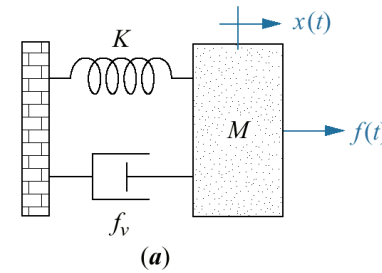


2.9 Circuitos Elétricos Análogos

Fig. 2.41

Desenvolvimento de um análogo série:

- sistema mecânico;
- representação elétrica desejada;
- análogo série;
- parâmetros para o análogo série



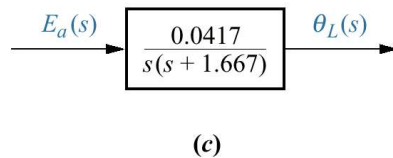
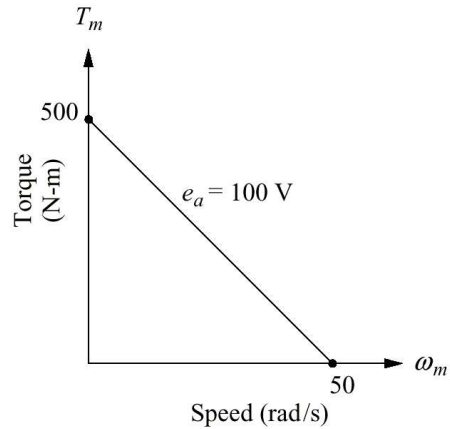
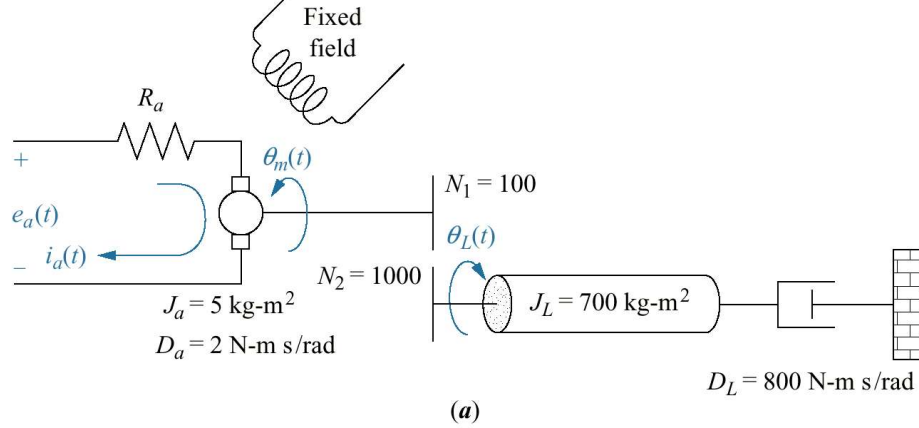
massa = M $\longrightarrow$ indutor = M henries
 amortecimento viscoso = f_v $\longrightarrow$ resistor = f_v ohms
 mola = K $\longrightarrow$ capacitor = $\frac{1}{K}$ farads
 força aplicada = $f(t)$ $\longrightarrow$ fonte (tensão) = $f(t)$
 velocidade = $v(t)$ $\longrightarrow$ Corrente (malha) = $v(t)$

(d)

Ver video DigTwin.mp4
sobre aplicações de sistemas análogos!

”Você não precisa conhecer todos os processos que existem, se entender a 'dinâmica', saberá o que esperar de todos!!

polos, zeros,
estabilidade,
erro em regime,
sensibilidade,
margem de
ganho



$$R_a I_a + K_b s \dot{\Theta}(s) = E_a(s)$$

$$\left\{ s^2 \left(\frac{N_a}{N_b} \right)^2 J_L + s \left(\frac{N_1}{N_2} \right)^2 D_L + s^2 J_a + s D_a \right\} \Theta_m = T_m$$

$$T_m = K_t I_a$$

