

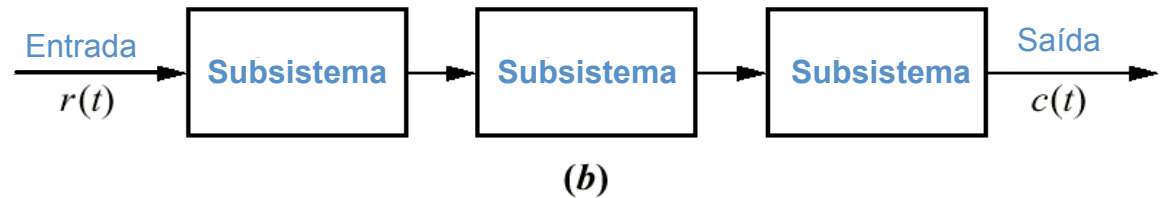
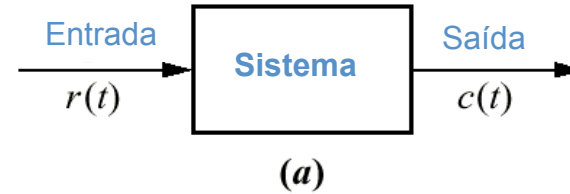
Capítulo 2

Modelagem no Domínio de Frequência

Fig. 2.1

a. Representação em diagrama de blocos de um sistema;

b. representação em diagrama de blocos de uma interconexão de subsistemas



Nota: A notação, $r(t)$, para a entrada significa entrada de referência.
A notação, $c(t)$, para a saída significa variável controlada.

Tabela 2.1

Tabela de transformadas de Laplace

Item no.	$f(t)$	$F(s)$
1.	$\delta(t)$	1
2.	$u(t)$	$\frac{1}{s}$
3.	$tu(t)$	$\frac{1}{s^2}$
4.	$t^n u(t)$	$\frac{n!}{s^{n+1}}$
5.	$e^{-at} u(t)$	$\frac{1}{s+a}$
6.	$\text{sen } \omega t u(t)$	$\frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
7.	$\text{cos } \omega t u(t)$	$\frac{s}{s^2 + \omega^2}$

Tabela 2.2

Teoremas da Transformada de Laplace

Item no.	Teorema	Nome
1.	$\mathcal{L}[f(t)] = F(s) = \int_{0-}^{\infty} f(t)e^{-st} dt$	Definição
2.	$\mathcal{L}[kf(t)] = kF(s)$	Teorema da linearidade
3.	$\mathcal{L}[f_1(t) + f_2(t)] = F_1(s) + F_2(s)$	Teorema da linearidade
4.	$\mathcal{L}[e^{-at}f(t)] = F(s + a)$	Teorema do deslocamento de frequência
5.	$\mathcal{L}[f(t - T)] = e^{-sT}F(s)$	Teorema do retardo
6.	$\mathcal{L}[f(at)] = \frac{1}{a}F\left(\frac{s}{a}\right)$	Teorema da escala
7.	$\mathcal{L}\left[\frac{df}{dt}\right] = sF(s) - f(0-)$	Teorema da derivação
8.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^2f}{dt^2}\right] = s^2F(s) - sf(0-) - \dot{f}(0-)$	Teorema da derivação
9.	$\mathcal{L}\left[\frac{d^nf}{dt^n}\right] = s^nF(s) - \sum_{k=1}^n s^{n-k}f^{k-1}(0-)$	Teorema da derivação
10.	$\mathcal{L}\left[\int_{0-}^t f(\tau) d\tau\right] = \frac{F(s)}{s}$	Teorema da integração
11.	$f(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} sF(s)$	Teorema do valor final ¹
12.	$f(0+) = \lim_{s \rightarrow \infty} sF(s)$	Teorema do valor inicial ²

¹Para que este teorema forneça resultados finitos corretos, todas as raízes do denominador de $F(s)$ devem ter parte real negativa e nenhuma delas pode estar situada na origem.

²Para que este teorema seja válido, $f(t)$ deve ser contínua ou ter, no máximo, uma descontinuidade em degrau em $t = 0$ (isto é, não pode apresentar impulsos ou suas derivadas em $t = 0$)

Fig. 2.2

Diagrama de Blocos de uma Função de Transferência

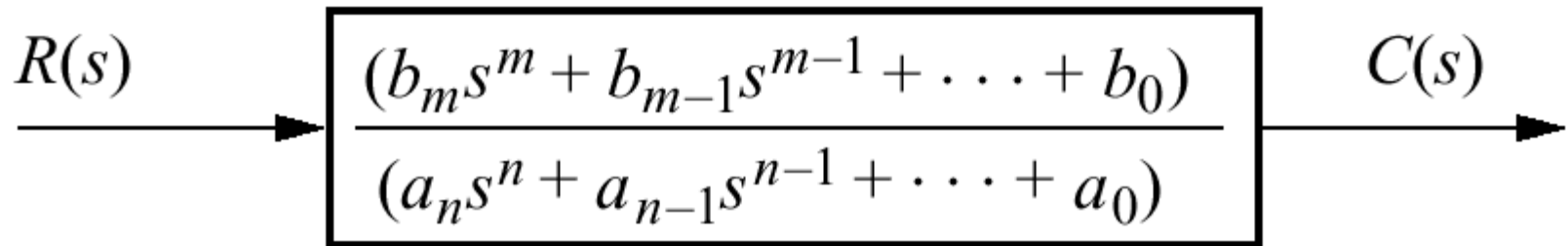
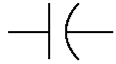

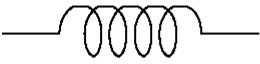


Tabela 2.3

Relações Tensão-corrente, Tensão-carga, e Impedâncias de capacitores, resistores e indutores

Componente	Tensão-corrente	Corrente-tensão	Tensão-carga	Impedância $Z(s) = V(s)/I(s)$	Admitância $Y(s) = I(s)/V(s)$
 Capacitor	$v(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau$	$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$	$v(t) = \frac{1}{C} q(t)$	$\frac{1}{Cs}$	Cs
 Resistor	$v(t) = Ri(t)$	$i(t) = \frac{1}{R} v(t)$	$v(t) = R \frac{dq(t)}{dt}$	R	$\frac{1}{R} = G$
 Indutor	$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau$	$v(t) = L \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$	Ls	$\frac{1}{Ls}$

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $v(t) = V$ (volts), $i(t) = A$ (ampères), $q(t) = Q$ (coulombs), $C = F$ (farads), $R = \Omega$ (ohms), $G = \text{S}$ (mhos), $L = H$ (henries)

:

Fig. 2.3
Circuito RLC

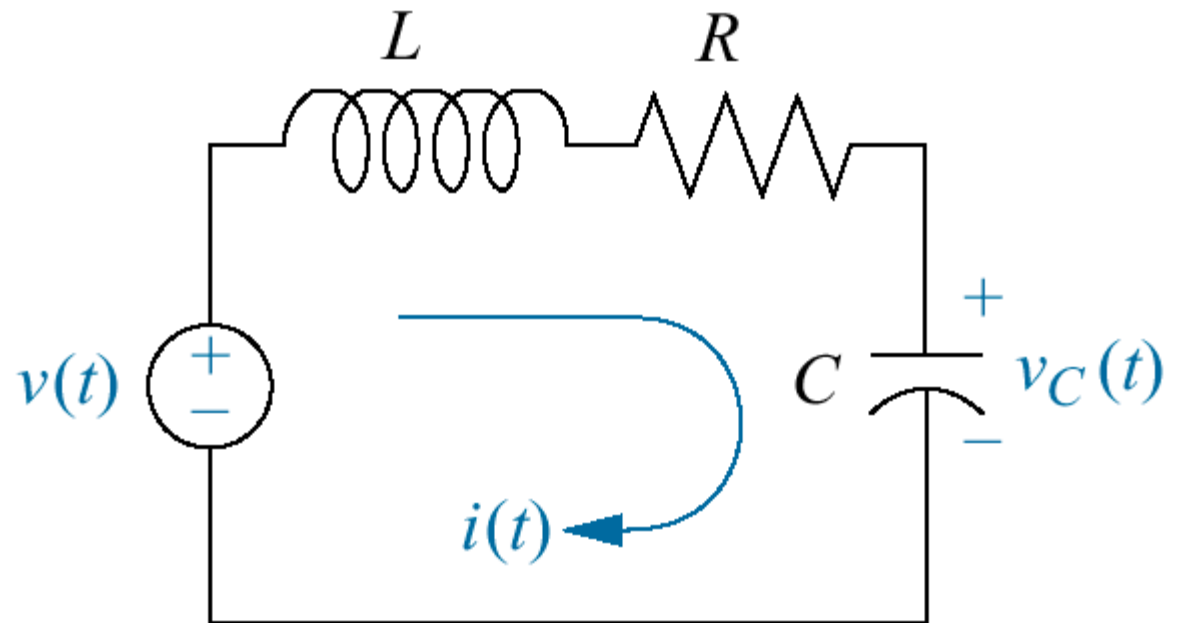


Fig. 2.4

Diagrama de blocos de um circuito elétrico RLC série

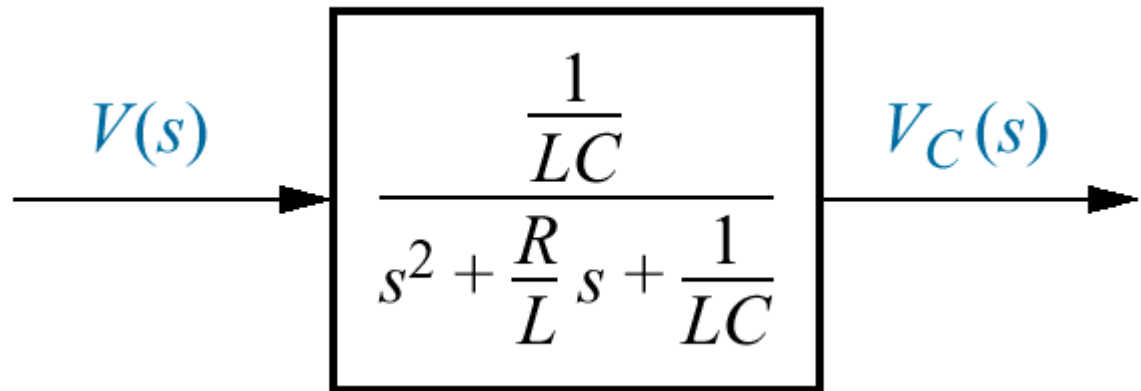


Fig. 2.5

Circuito transformado no domínio de Laplace

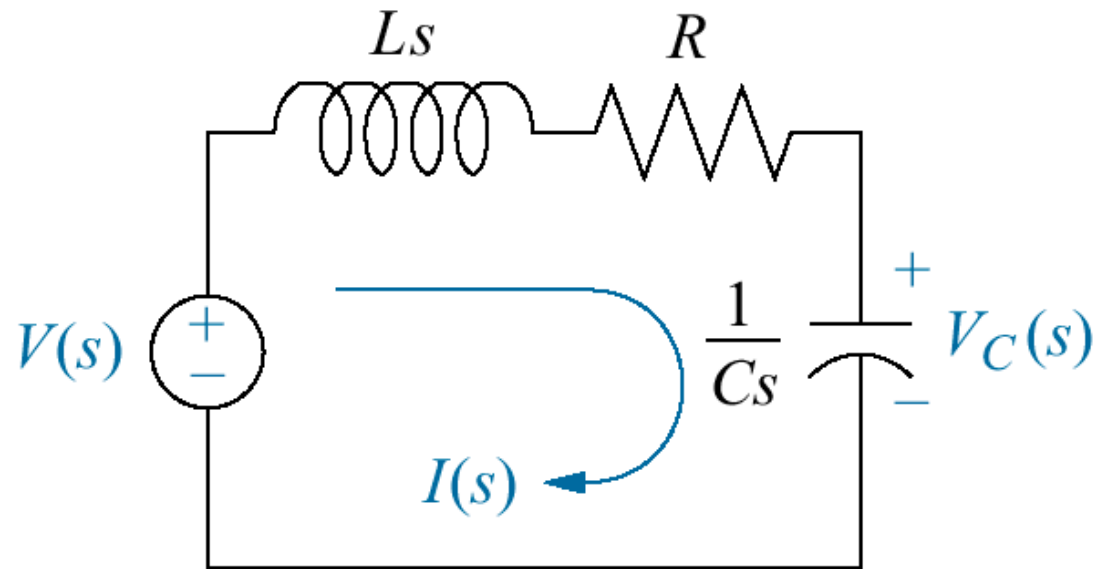
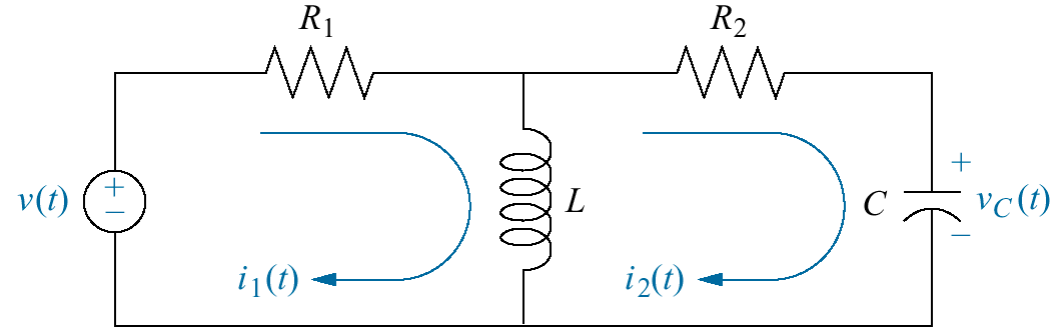


Fig. 2.6

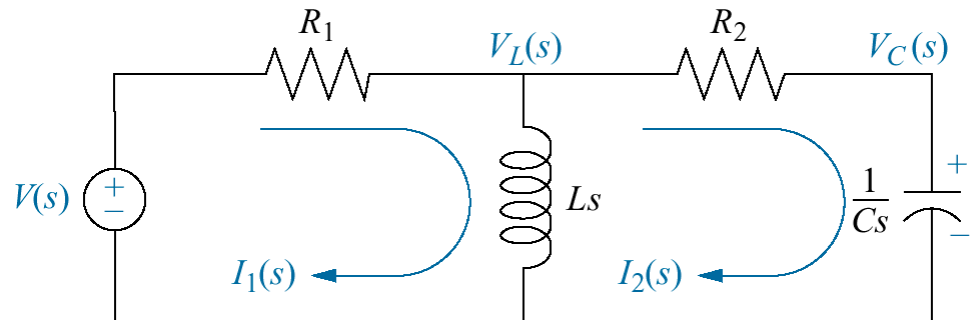
a. Circuito elétrico com duas malhas;

b. circuito elétrico com duas malhas transformado no domínio de Laplace;

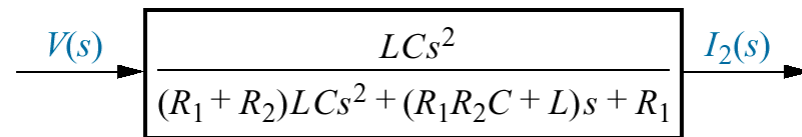
c. diagrama de blocos



(a)



(b)



(c)

Fig. 2.7

Diagrama de blocos
do circuito da Fig. 2.6

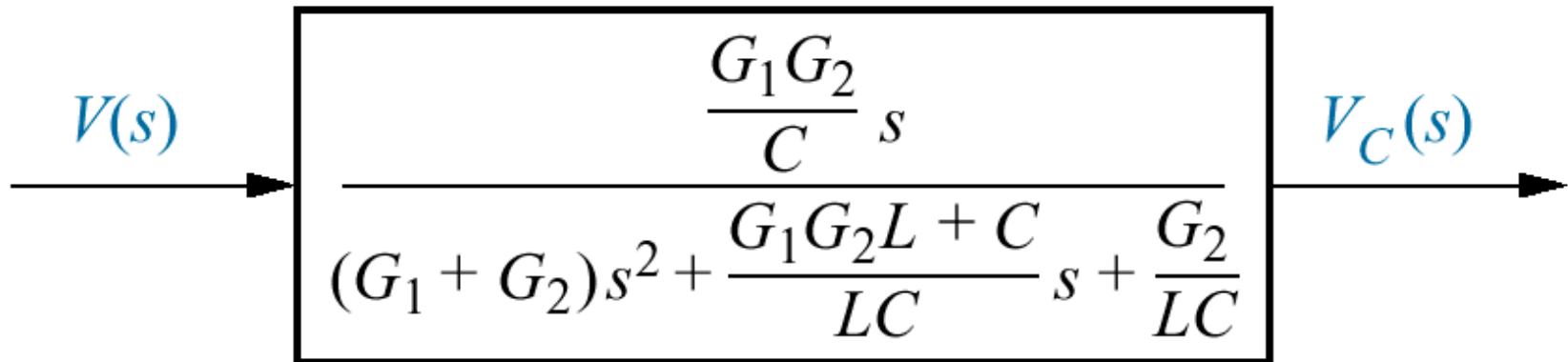


Fig. 2.8

Circuito transformado
pronto para análise
nodal

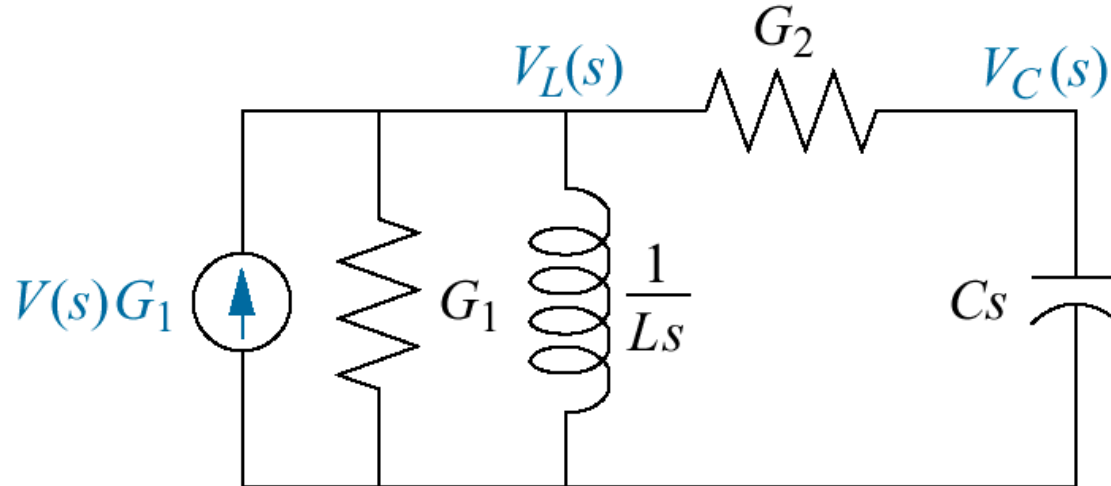


Fig. 2.9
Circuito elétrico de
três malhas

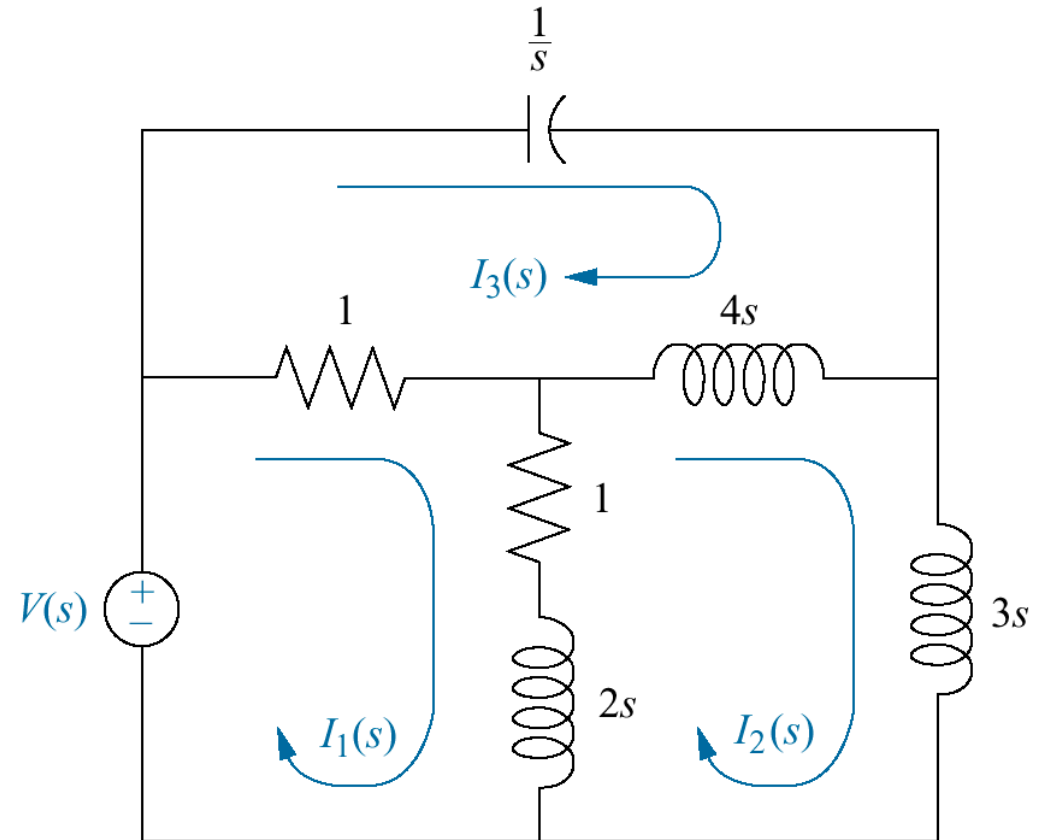


Fig. 2.10

a. Amplificador operacional;

b. esquema de um amplificador operacional inversor de sinal;

c. amplificador operacional inversor de sinal configurado para implementar uma função de transferência.

Usualmente, o ganho A do amplificador é omitido.

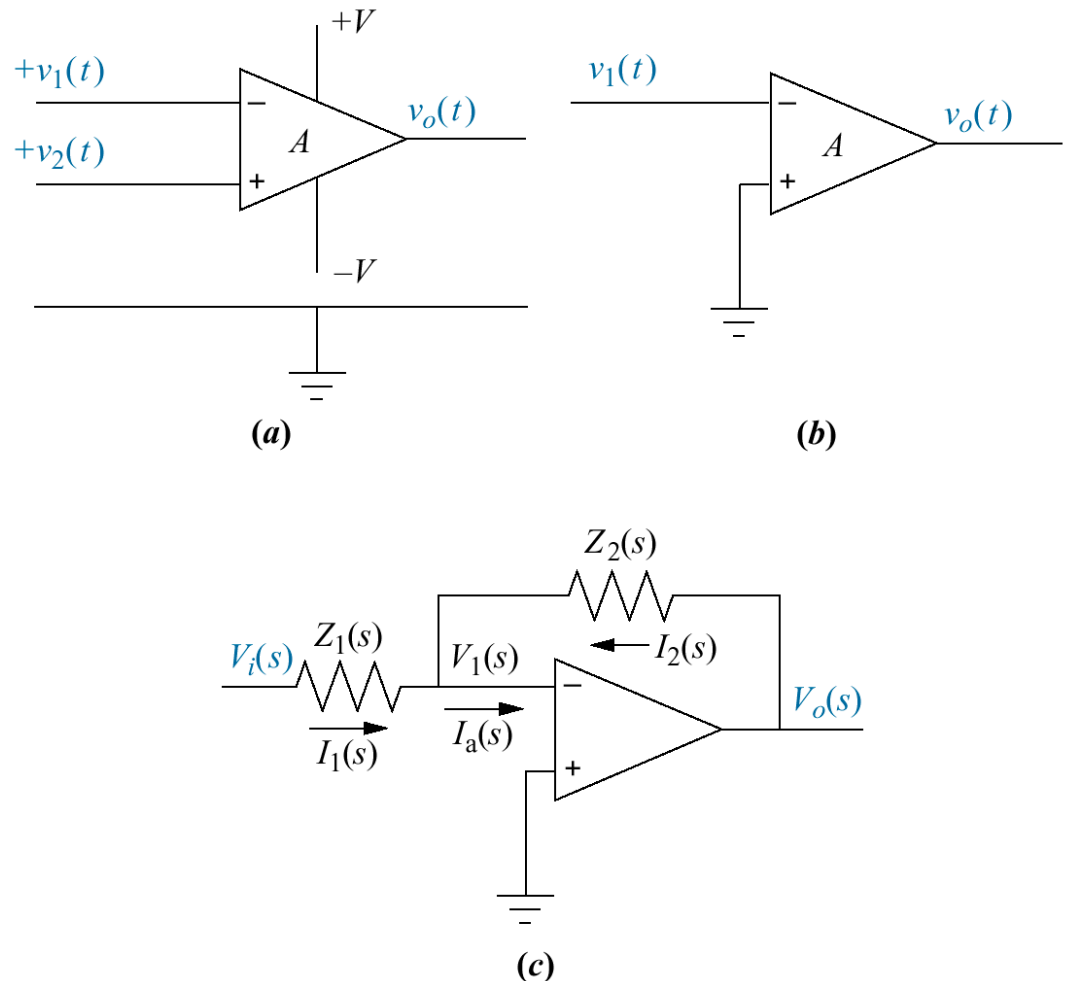


Fig. 2.11
 Circuito do
 amplificador
 operacional inversor
 de sinal para o
 Exemplo 2.14

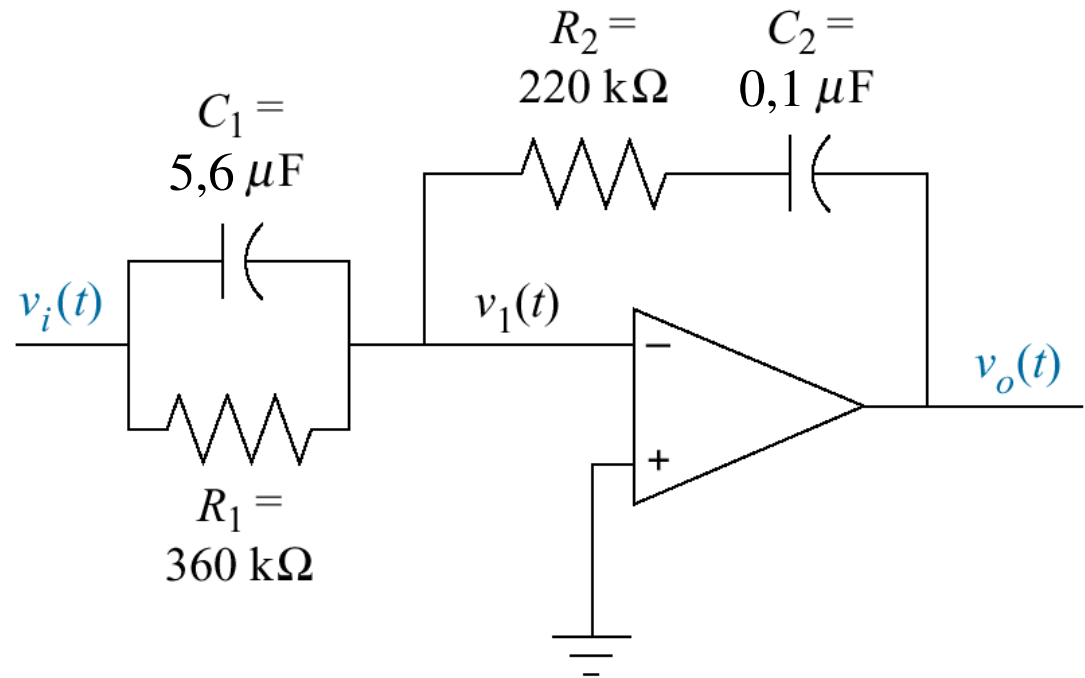


Fig. 2.12
Circuito geral do
amplificador
operacional
não-inversor

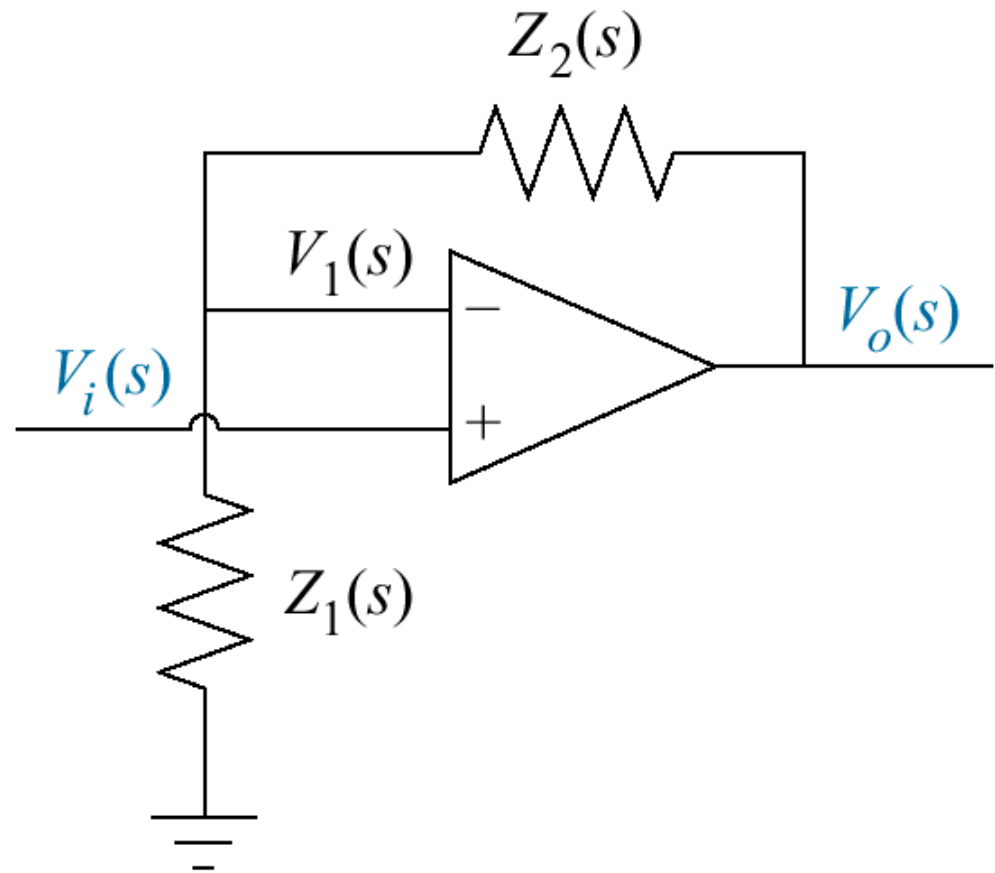


Fig. 2.13

Circuito do amplificador operacional não-inversor para o Exemplo 2.15

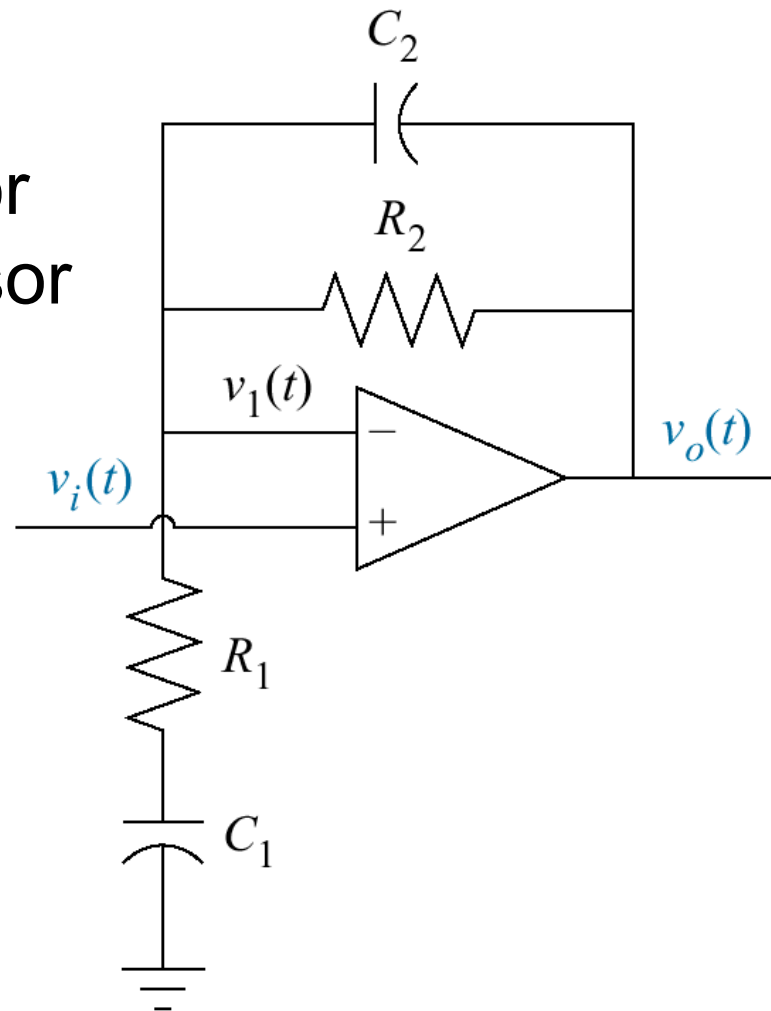


Fig. 2.14

Circuito elétrico para
o Exercício de
Avaliação 2.6

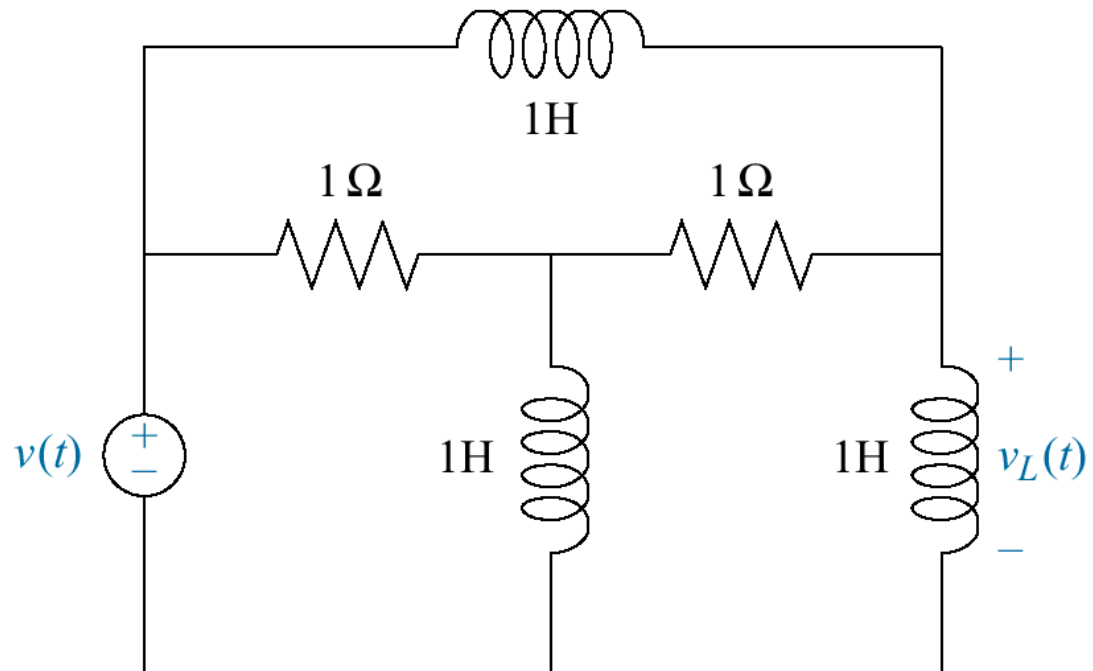
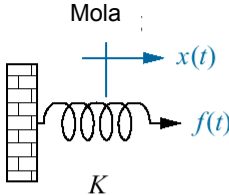
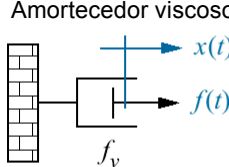
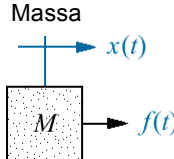


Tabela 2.4

Relações força-velocidade, força-deslocamento, e impedância de translação de molas, amortecedores e massas

Componente	Força-velocidade	Força-deslocamento	Impedância $Z_m(s)=F(s)/X(s)$
 <p>Mola K</p>	$f(t) = K \int_0^t v(\tau) d\tau$	$f(t) = Kx(t)$	K
 <p>Amortecedor viscoso f_v</p>	$f(t) = f_v v(t)$	$f(t) = f_v \frac{dx(t)}{dt}$	$f_v s$
 <p>Massa M</p>	$f(t) = M \frac{dv(t)}{dt}$	$f(t) = M \frac{d^2x(t)}{dt^2}$	$M s^2$

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $f(t) = N$ (newtons), $x(t) = m$ (metros), $v(t) = m/s$ (metros/segundo), $K = N/m$ (newtons/metro), $f_v = N \cdot s / m$ (newton-segundo / metro), $M = kg$ (quilogramas = newton.segundo² / metro).

Fig. 2.15

- a. Sistema massa, mola e amortecedor;
 b. diagrama de blocos

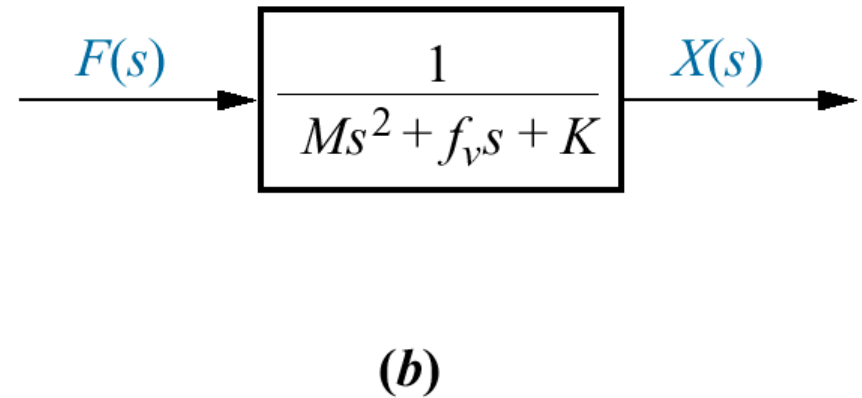
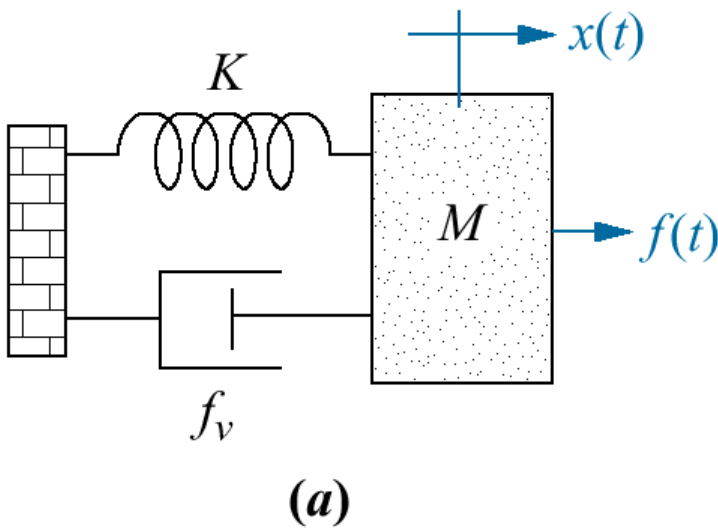
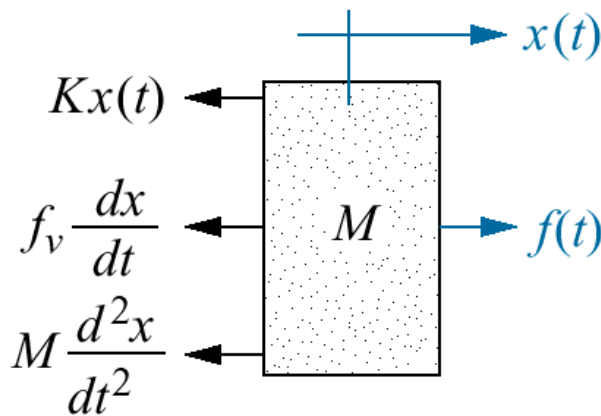


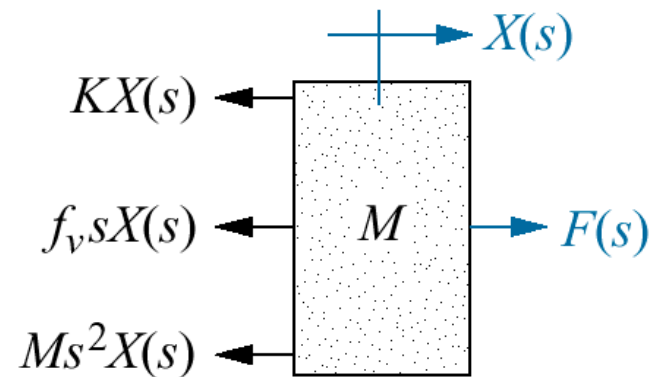
Fig. 2.16

a. Diagrama de corpo livre do sistema massa, mola e amortecedor;

b. diagrama de corpo livre transformado no domínio de Laplace



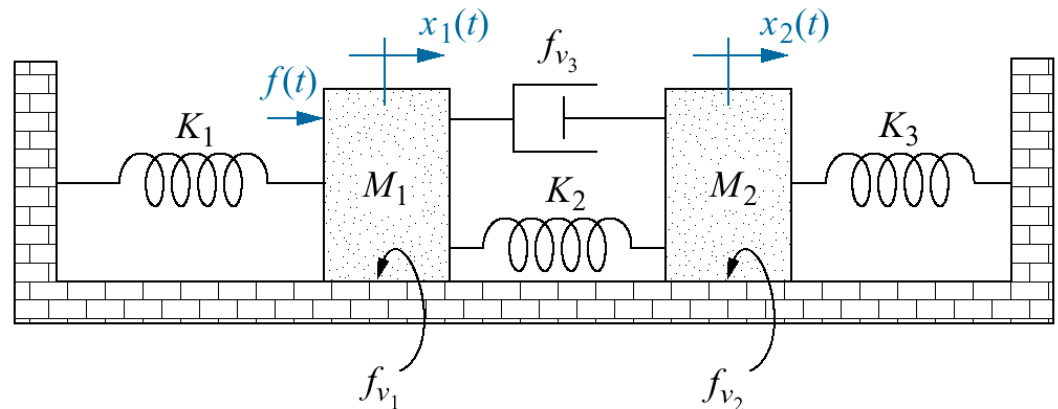
(a)



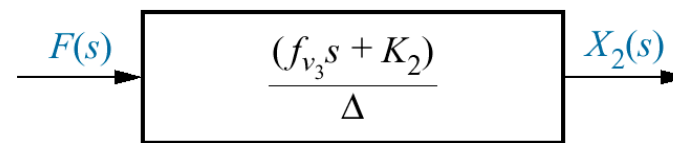
(b)

Fig. 2.17

a. Sistema mecânico em translação com dois graus de liberdade;
b. diagrama de blocos



(a)



(b)

Fig. 2.18

- a.** Forças atuando sobre M_1 devidas somente ao movimento de M_1 ;
- b.** forças atuando sobre M_1 devidas somente ao movimento de M_2
- c.** todas as forças atuando sobre M_1 .

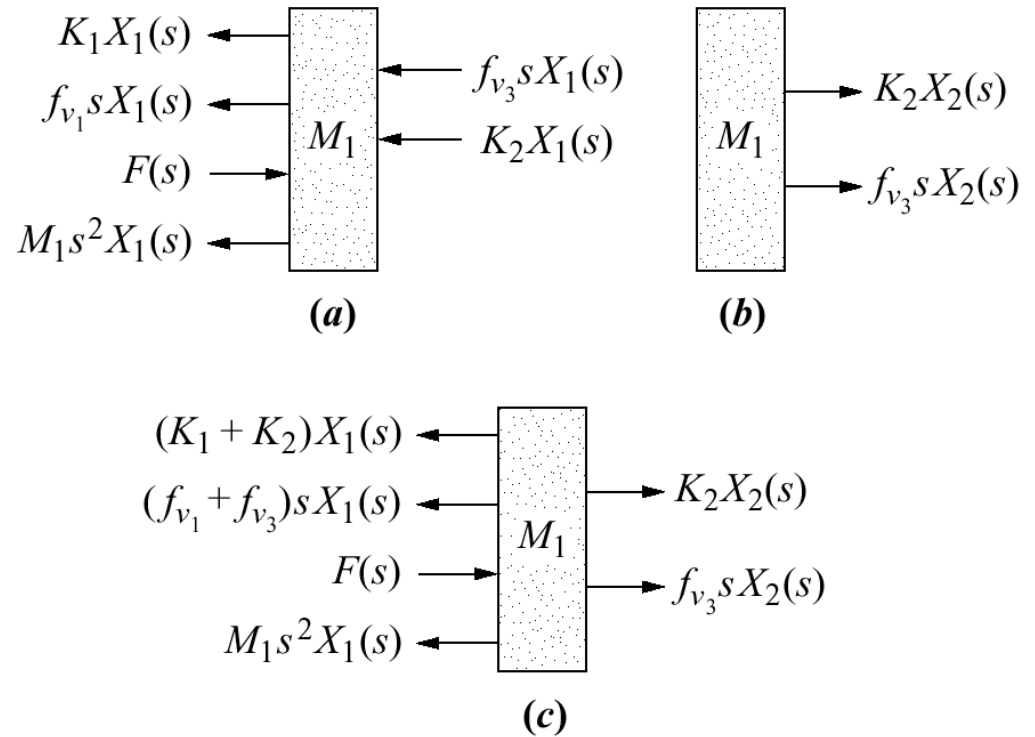


Fig. 2.19

- a. Forças atuando sobre M_2 devidas somente ao movimento de M_2 ;
- b. forças atuando sobre M_2 devidas somente ao movimento de M_1
- c. todas as forças atuando sobre M_2 .

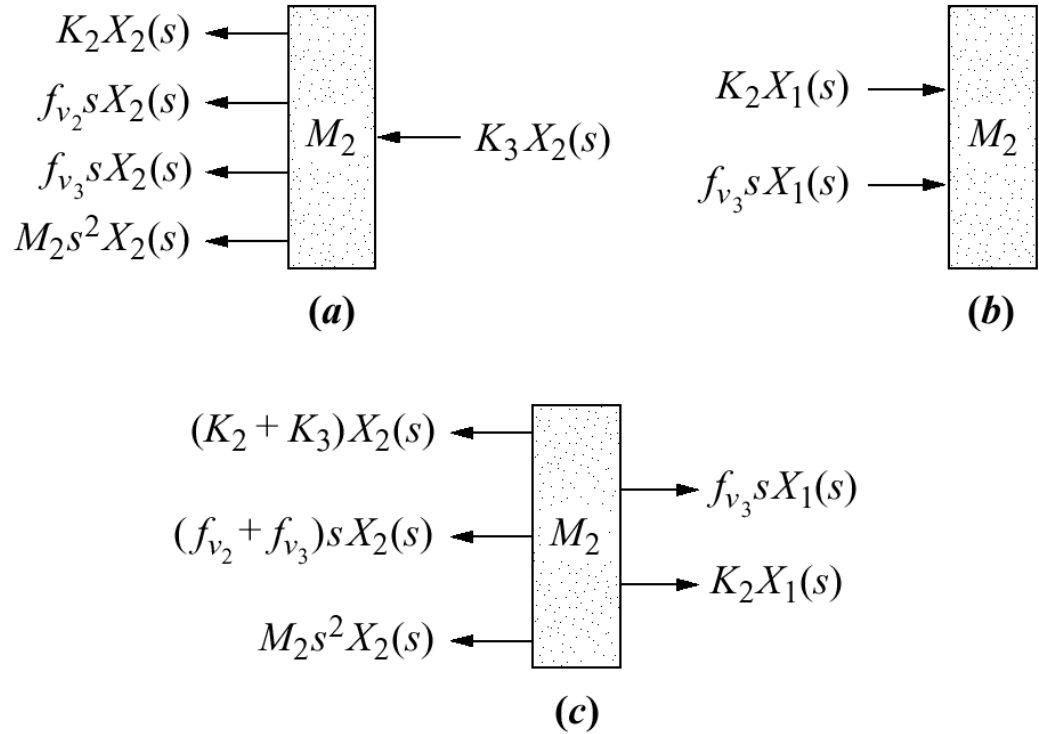


Fig. 2.20
 Sistema mecânico em
 translação com três graus de
 liberdade

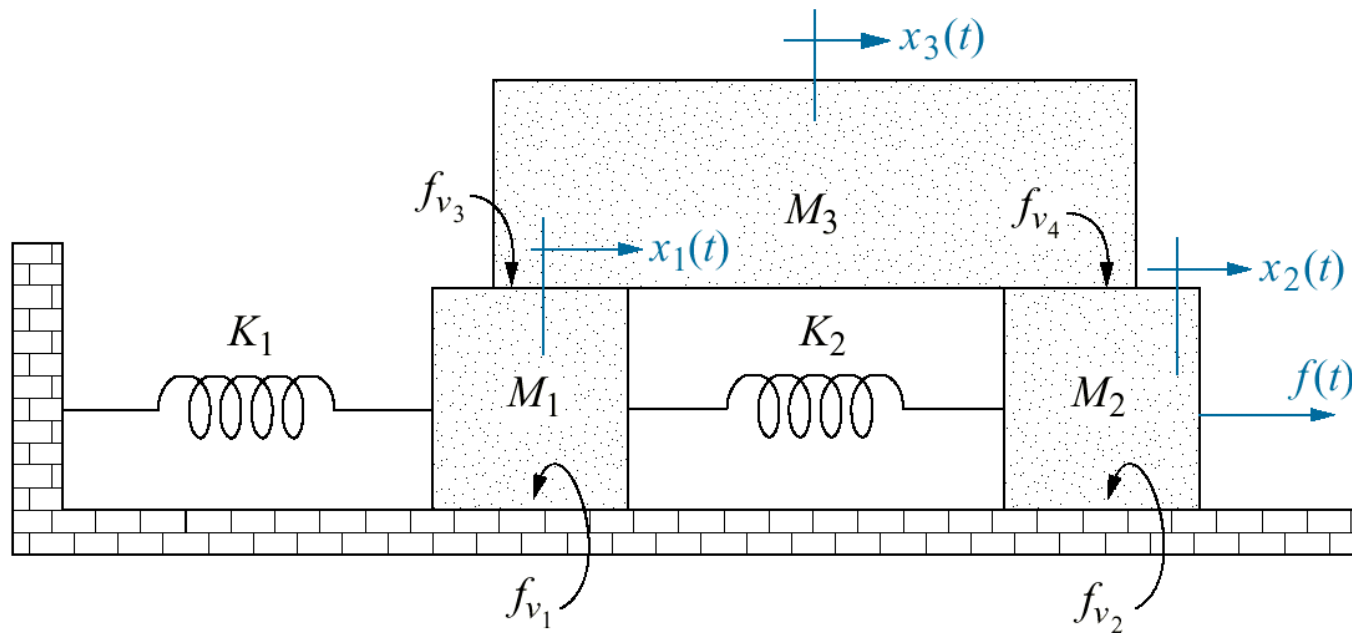


Fig. 2.21

Sistema mecânico em translação do Exercício de Avaliação 2.8

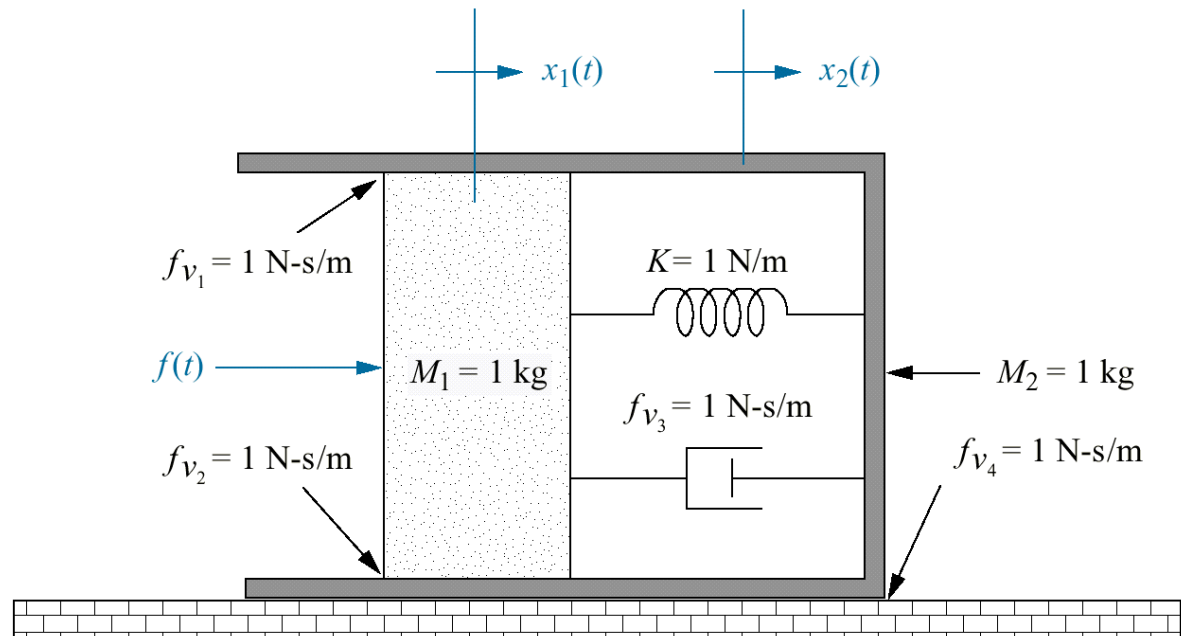


Tabela 2.5

Relações torque-velocidade angular, torque-deslocamento angular, e impedância de rotação de molas, amortecedores viscosos e inércia

Componente	Torque - velocidade angular	Torque - deslocamento angular	Impedância $Z_m(s) = T(s) / q(s)$
<p>Mola K</p>	$T(t) = K \int_0^t \omega(\tau) d\tau$	$T(t) = K\theta(t)$	K
<p>Amortecedor viscoso D</p>	$T(t) = D\omega(t)$	$T(t) = D \frac{d\theta(t)}{dt}$	Ds
<p>Inércia J</p>	$T(t) = J \frac{d\omega(t)}{dt}$	$T(t) = J \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$	Js^2

Nota: Os seguintes conjuntos de símbolos e unidades são usadas ao longo deste livro: $T(t) = \text{N.m}$ (newton.metro), $\theta(t) = \text{rad}$ (radianos), $\omega(t) = \text{rad/s}$ (radianos /segundo), $K = \text{N.m/rad}$ (newton.metro / radiano), $D = \text{N.m.s/rad}$ (newton.metro.segundo/ radiano), $J = \text{kg.m}^2$ (quilograma.metro² = newton.metro.segundo² / radiano).

Fig. 2.22

a. Sistema físico;

b. esquema;

c. diagrama de blocos

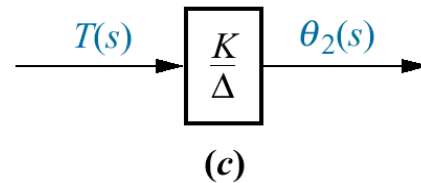
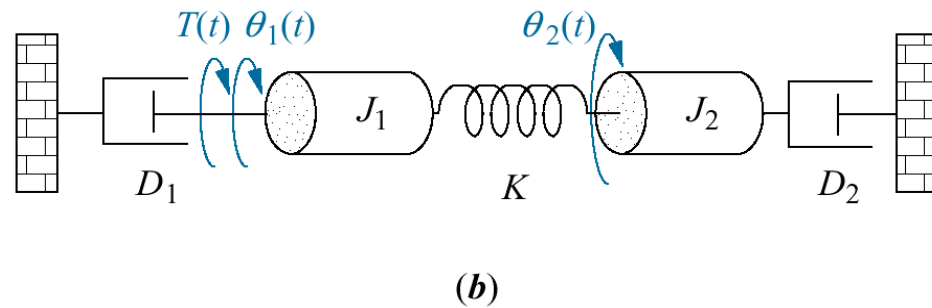
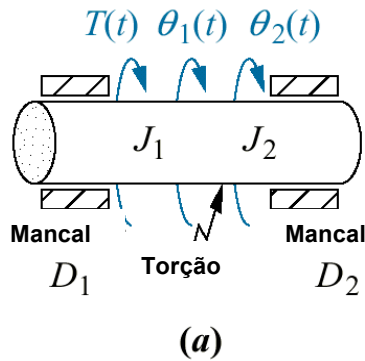


Fig. 2.23

a. Torques sobre J_1 devidos somente ao movimento de J_1 ;
b. torques sobre J_1 devidos somente ao movimento de J_2 ;
c. diagrama final de corpo livre para J_1

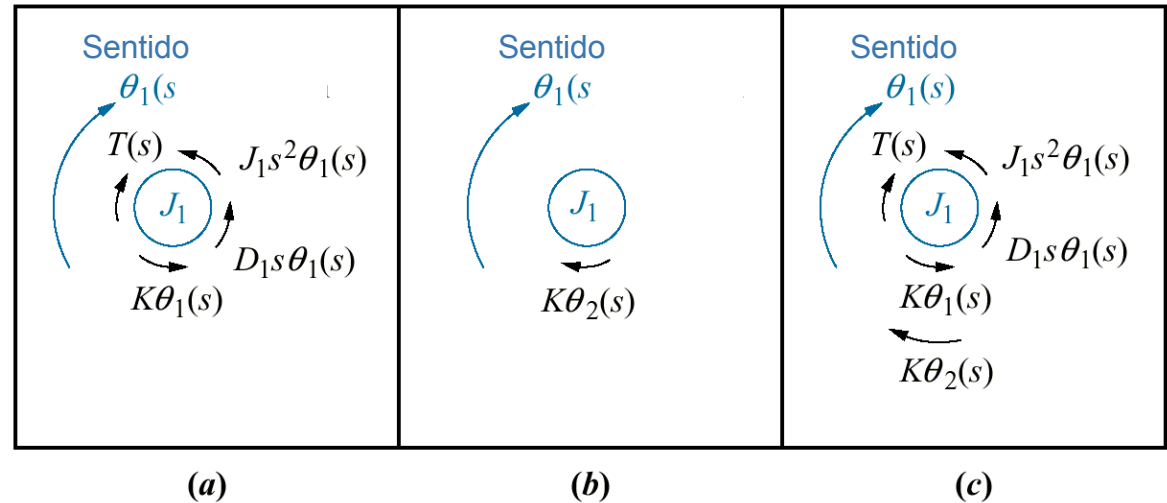


Fig. 2.24

a. Torques sobre J_2 devidos somente ao movimento de J_2 ;
b. torques sobre J_2 devidos somente ao movimento de J_1 ;
c. diagrama final de corpo livre para J_2

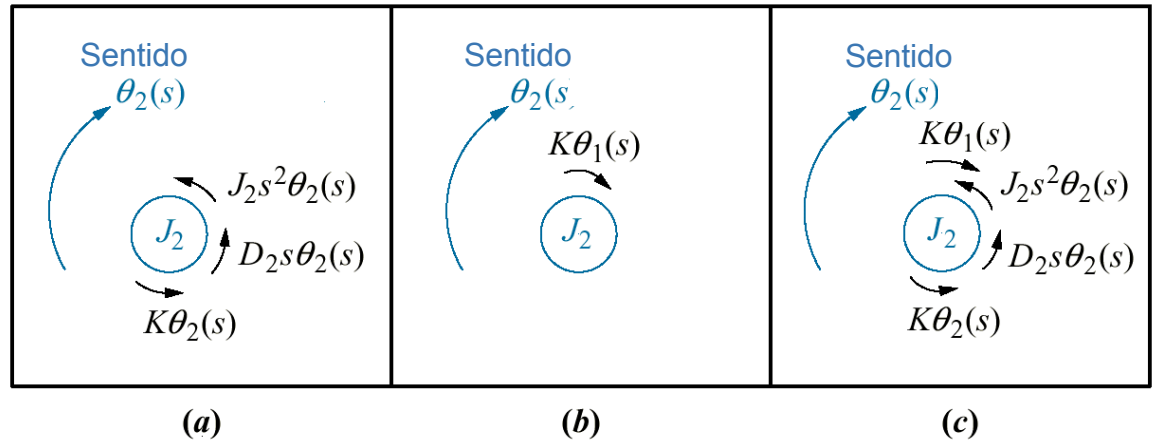


Fig. 2.25

Sistema mecânico em rotação com três graus de liberdade

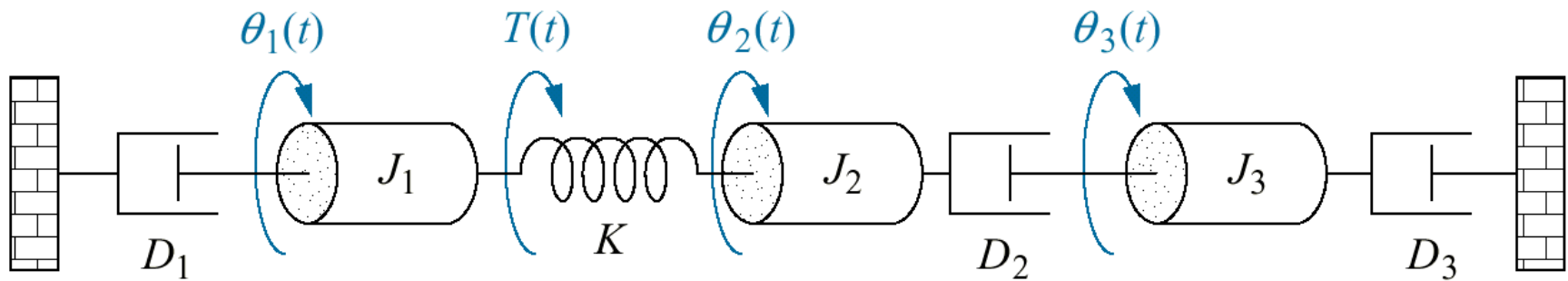


Fig. 2.26

Sistema mecânico em rotação
para o Exercício de Avaliação 2.9

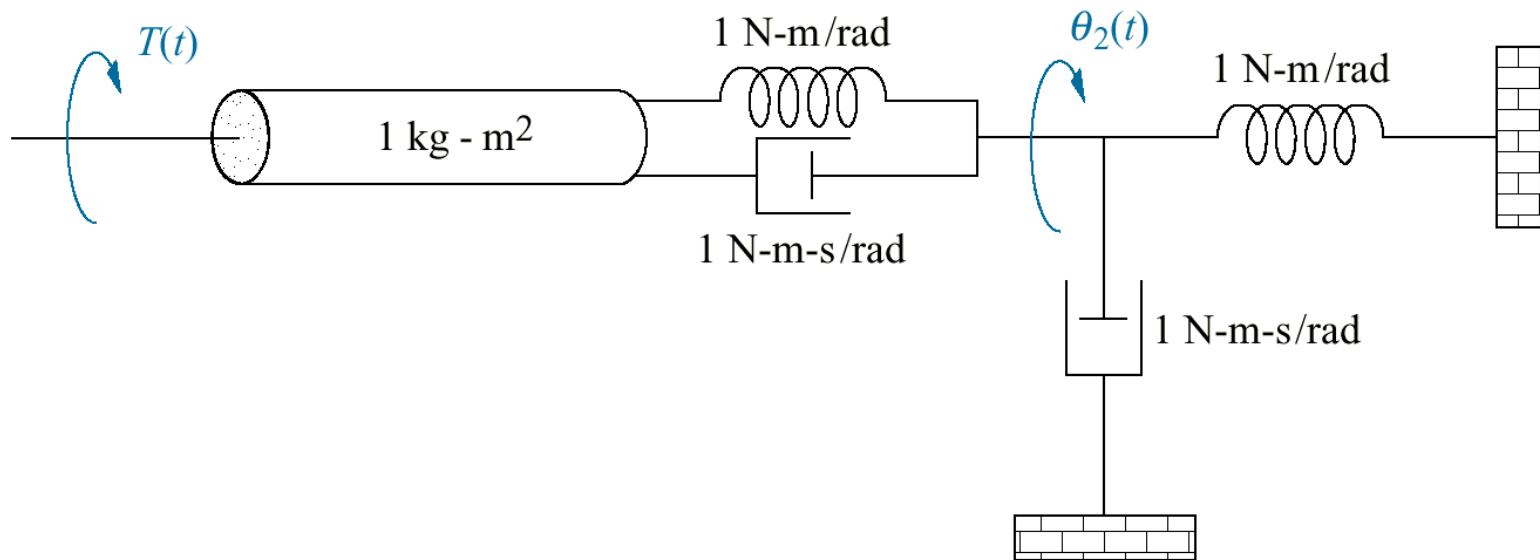


Fig. 2.27
 Sistema de
 engrenagens

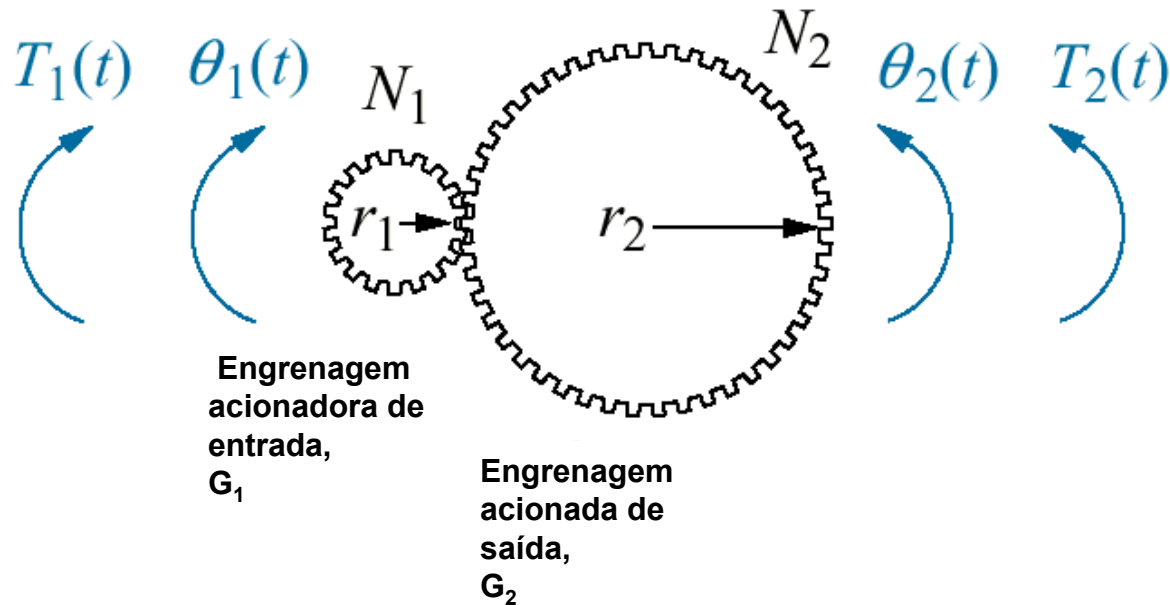


Fig. 2.28

Funções de transferência

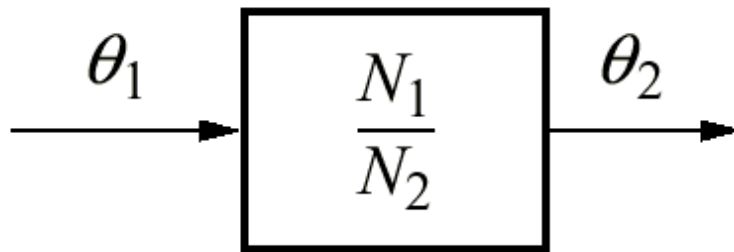
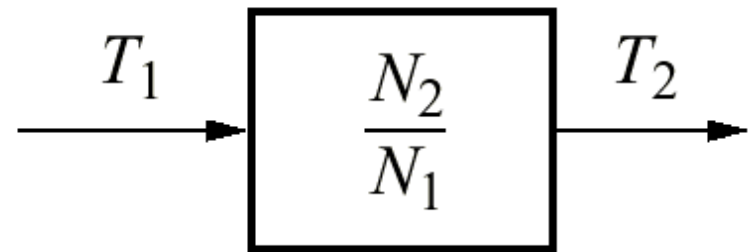
a. entre deslocamentos angulares de engrenagens sem perdas e**b.** entre torques de engrenagens sem perdas**(a)****(b)**

Fig. 2.29

a. Sistema em rotação acionado por engrenagens;
b. sistema equivalente referido à saída após reflexão do torque de entrada;
c. sistema equivalente referido à entrada após reflexão das impedâncias

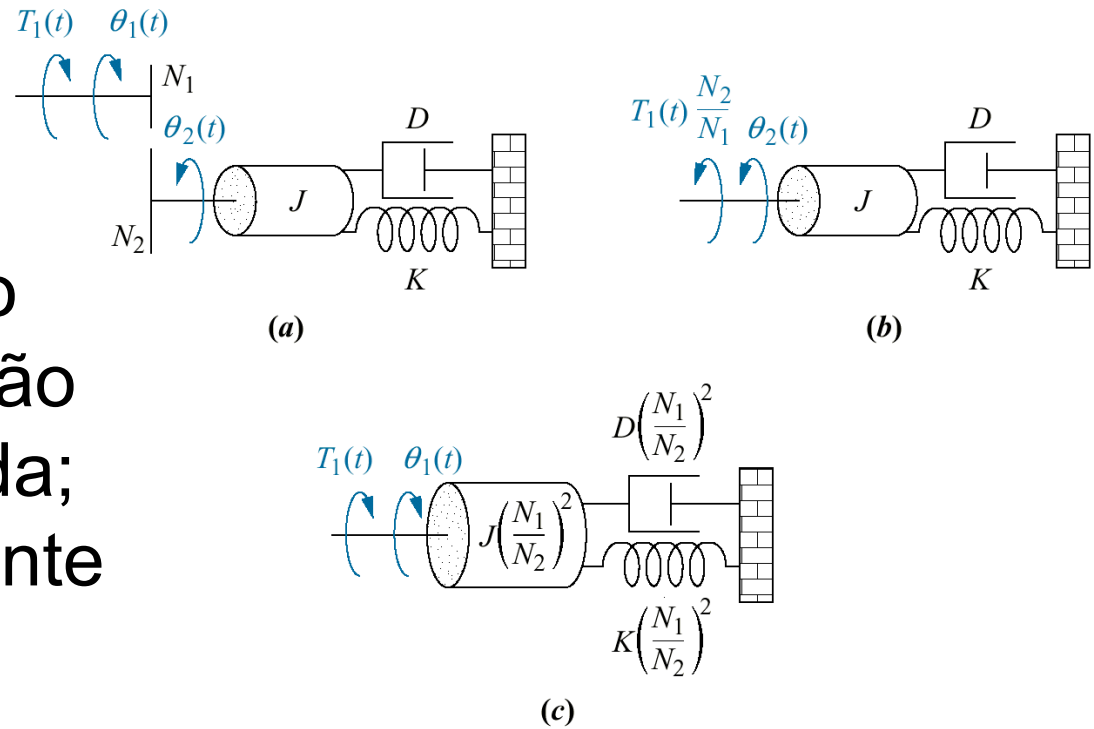


Fig. 2.30

a. Sistema mecânico em rotação com engrenagens;

b. sistema depois de referir torques e impedâncias ao eixo de saída;

c. diagrama de blocos

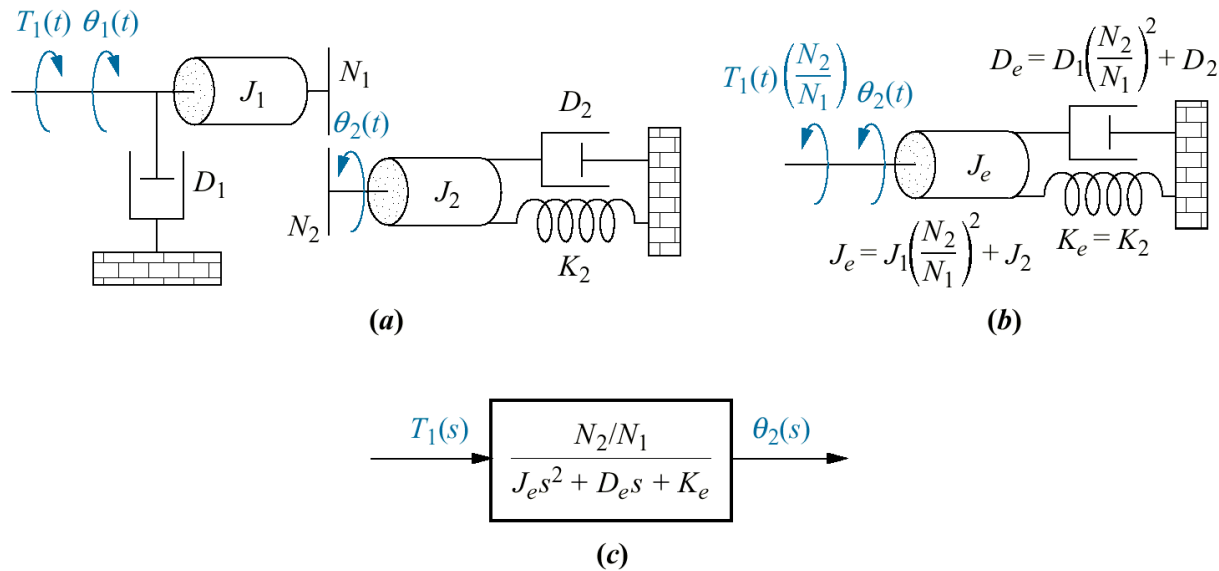


Fig. 2.31

Trem de engrenagens

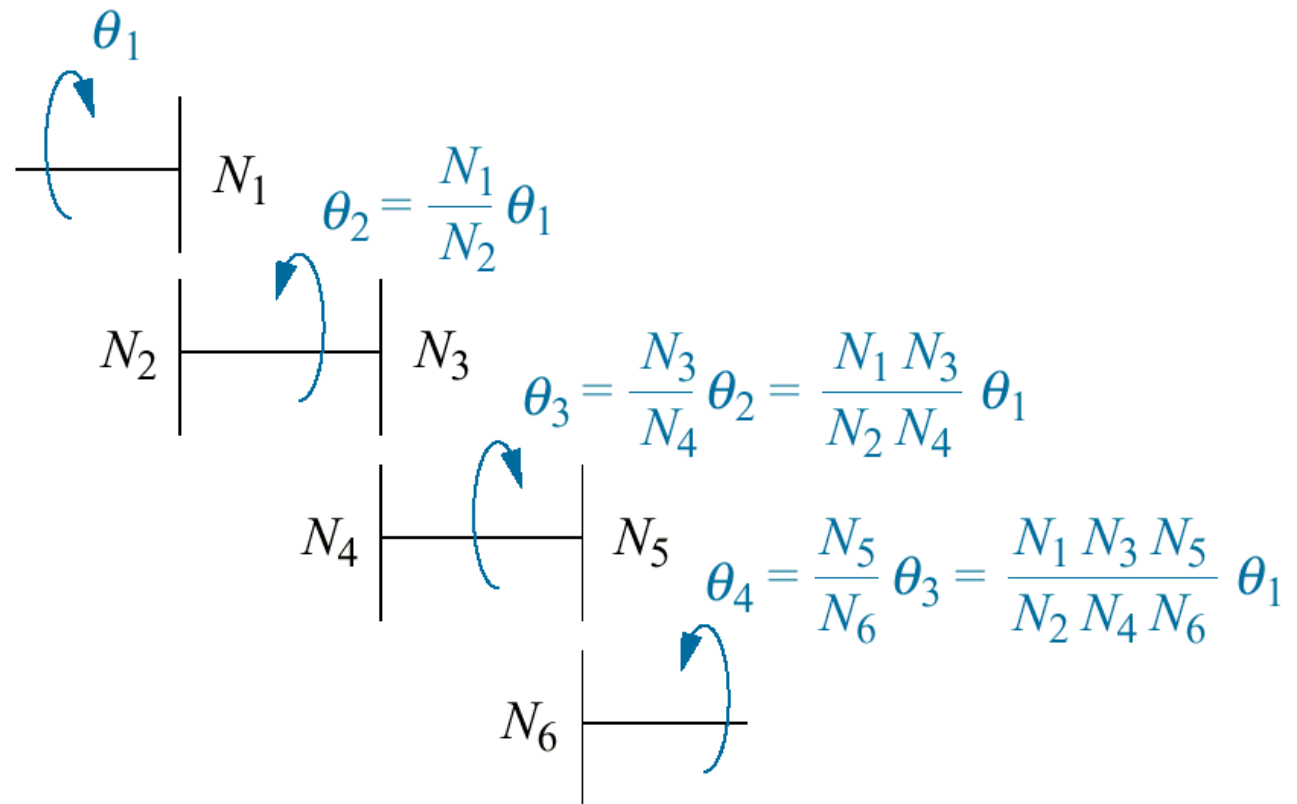


Fig. 2.32

- a. Sistema usando um trem de engrenagens;
- b. sistema equivalente referido à entrada;
- c. diagrama de blocos

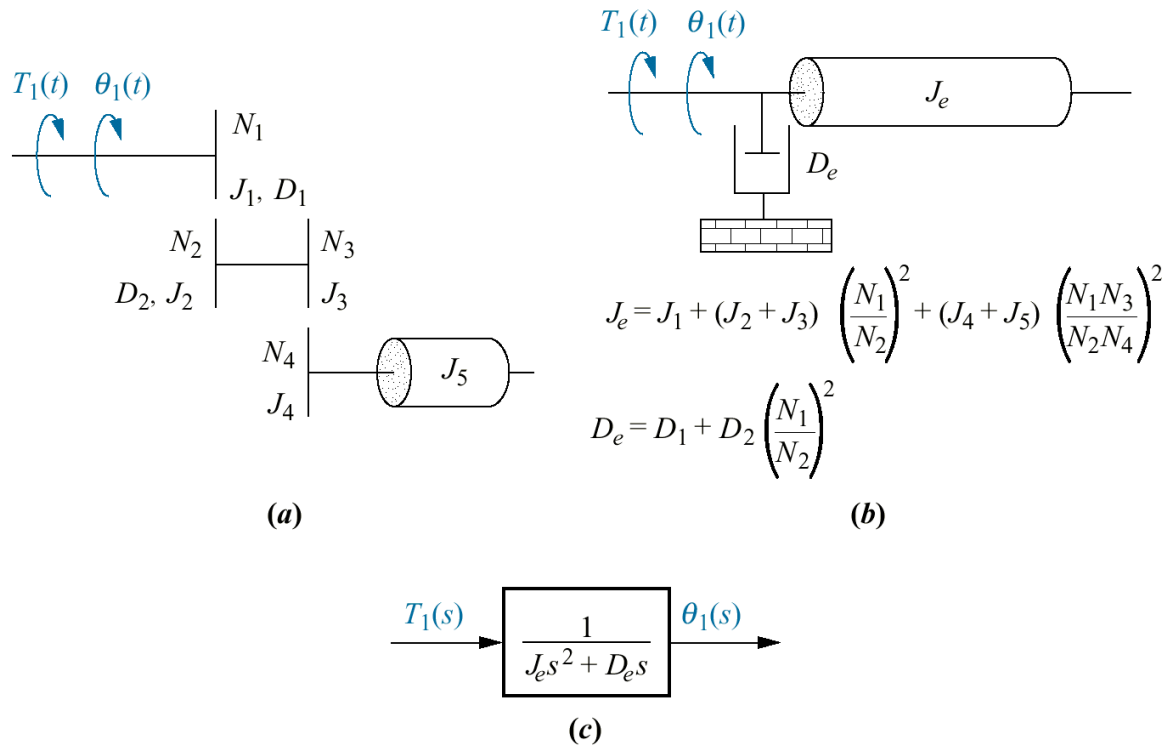


Fig. 2.33

Sistema mecânico em rotação com engrenagens do Exercício de Avaliação 2.10

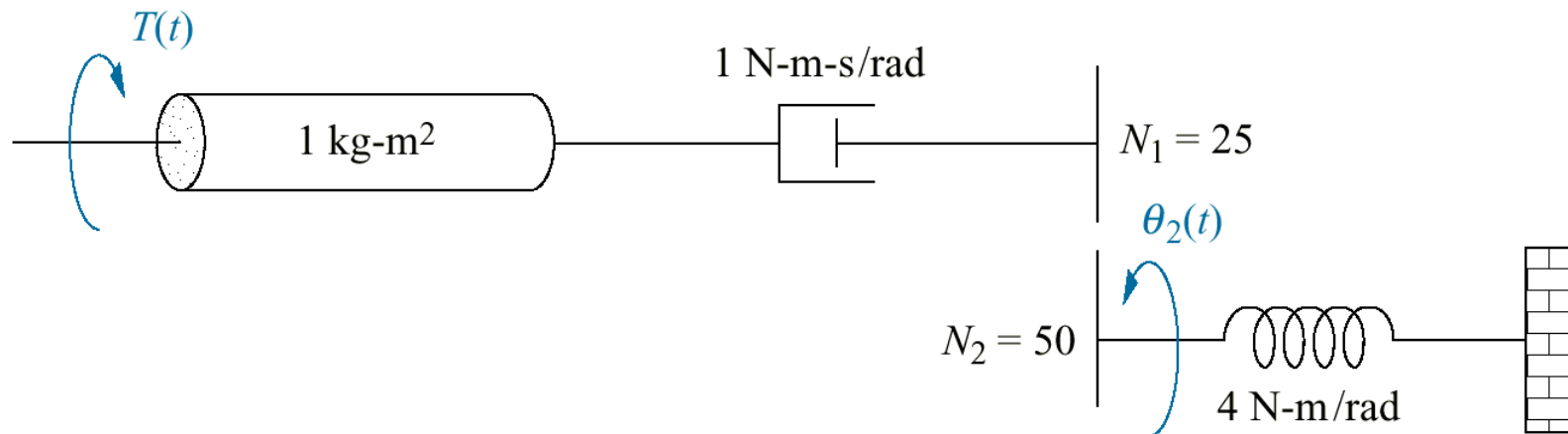
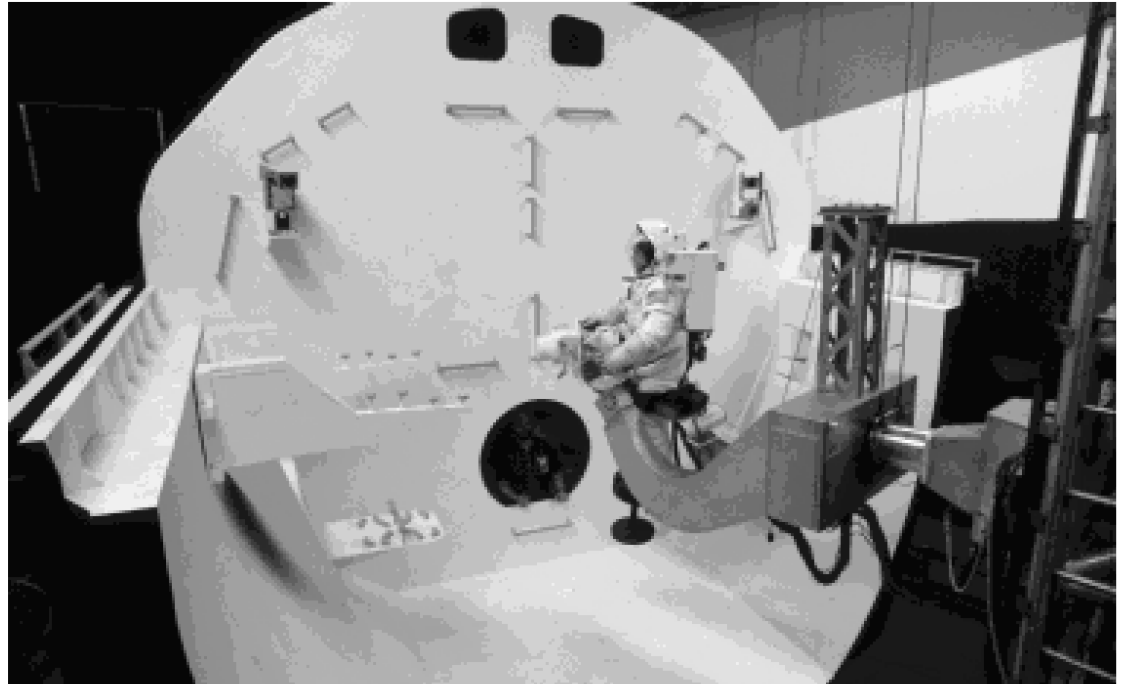


Fig. 2.34

Braço robótico de simulador de vôo da NASA com componentes do sistema de controle eletromecânico



© Debra Lex.

Fig. 2.35

Motor CC:

a. esquema;

b. diagrama de blocos

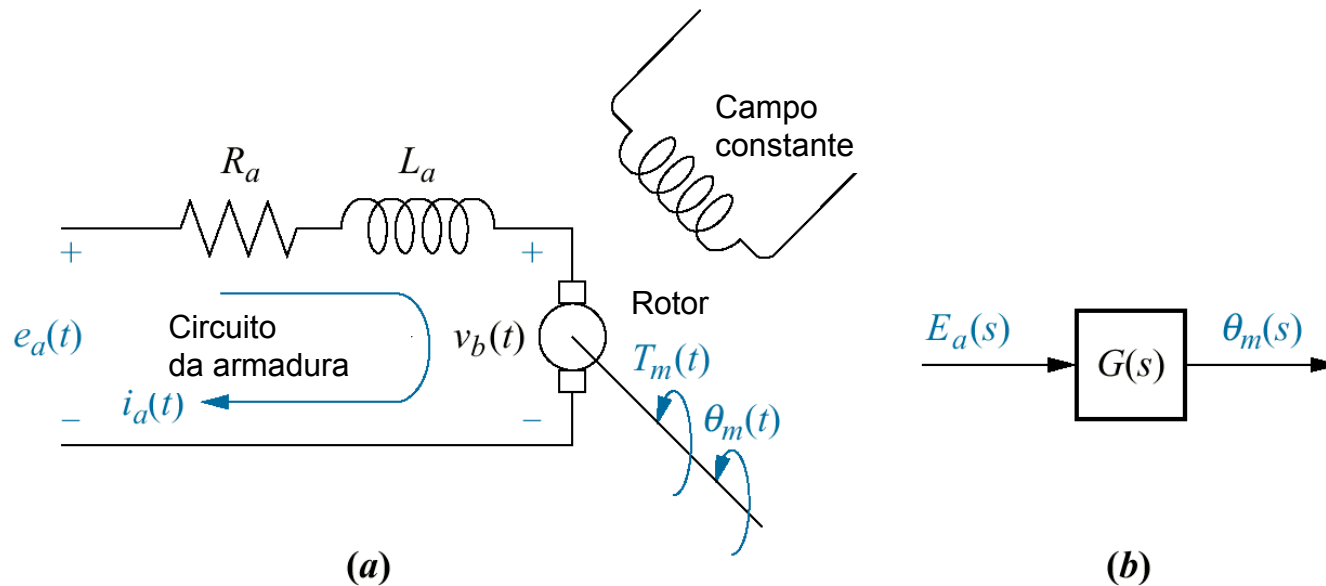


Fig. 2.36

Carregamento mecânico típico equivalente de um motor

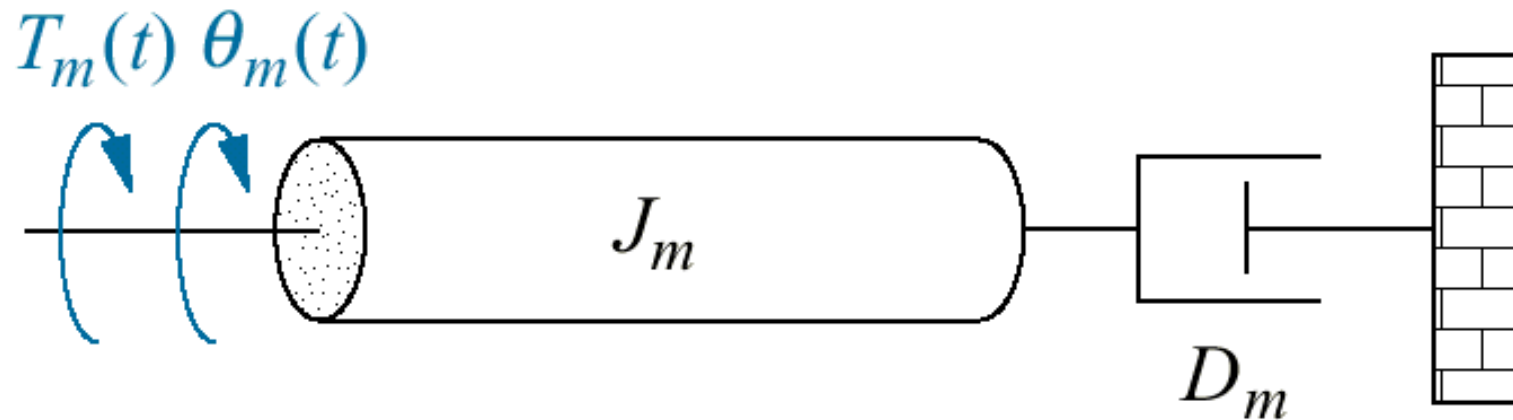


Fig. 2.37

Motor CC acionando uma carga mecânica em rotação

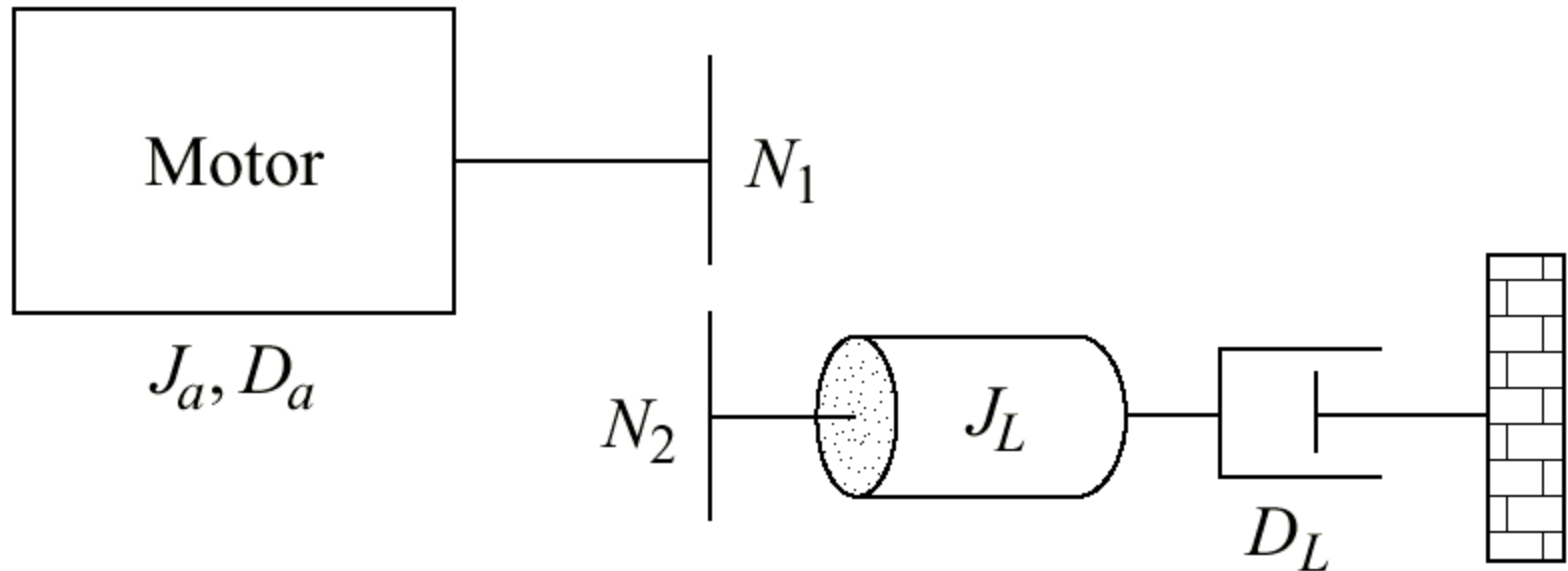


Fig. 2.38

Curvas de torque-velocidade tendo como parâmetro a tensão de armadura e_a

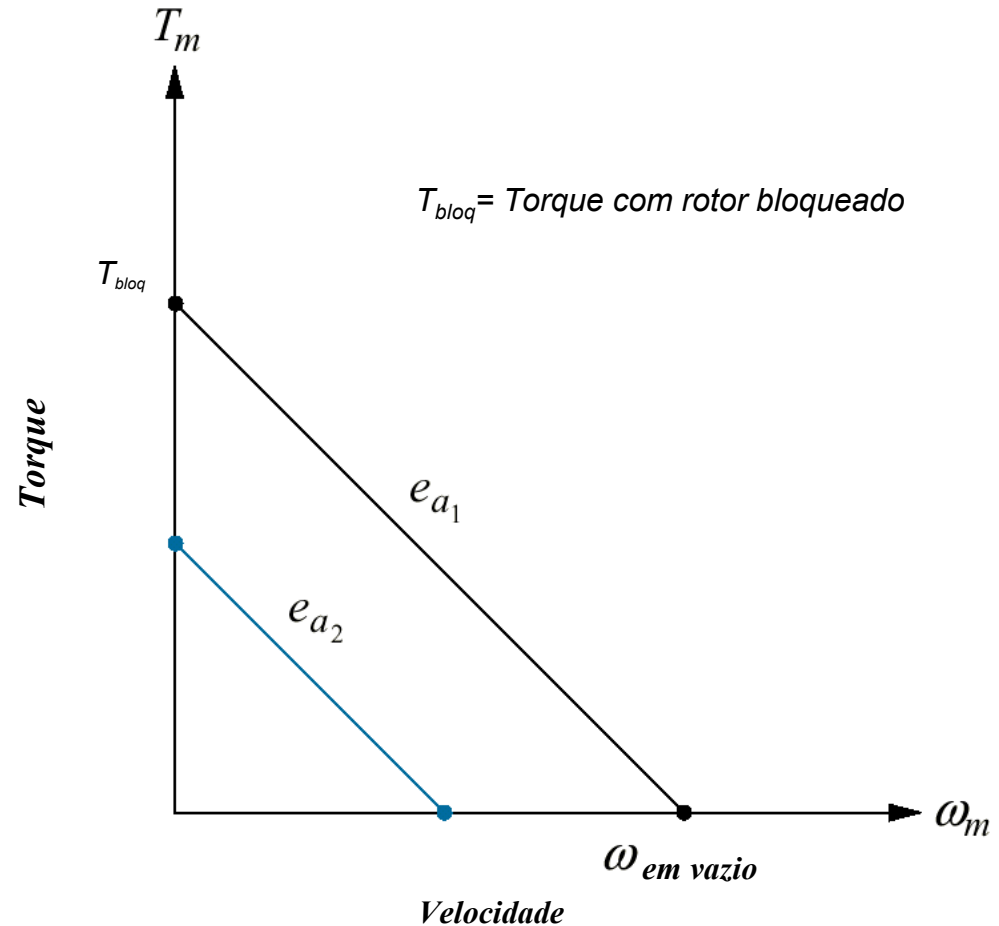


Fig. 2.39

a. Motor CC e carga;

b. curva torque-
velocidade;

c. diagrama de blocos

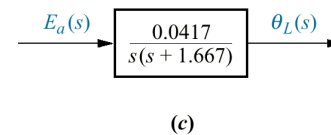
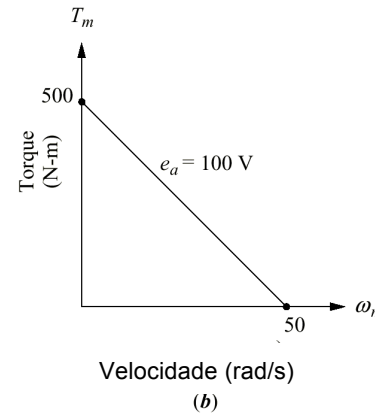
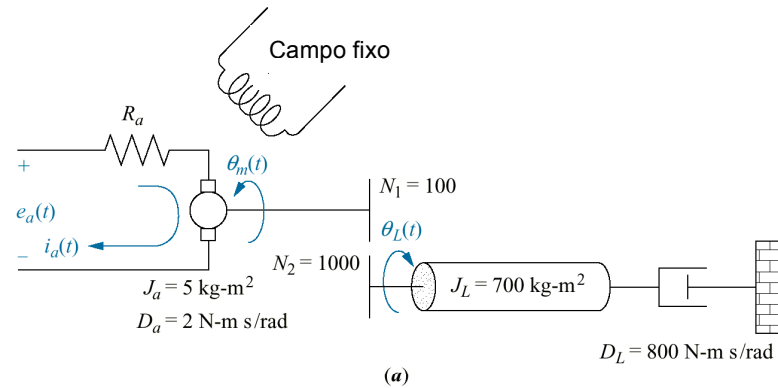


Fig. 2.40

Sistema eletromecânico para o Exercício de Avaliação 2.11

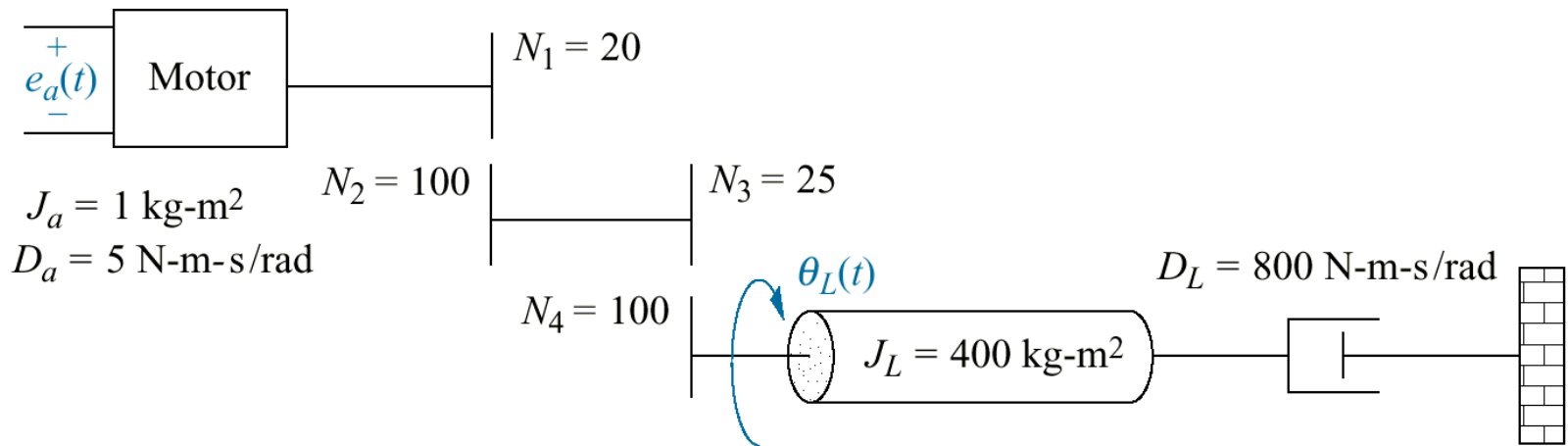


Fig. 2.41

Desenvolvimento de um análogo série:

a. sistema mecânico;

b. representação

elétrica desejada;

c. análogo série;

d. parâmetros para o análogo série

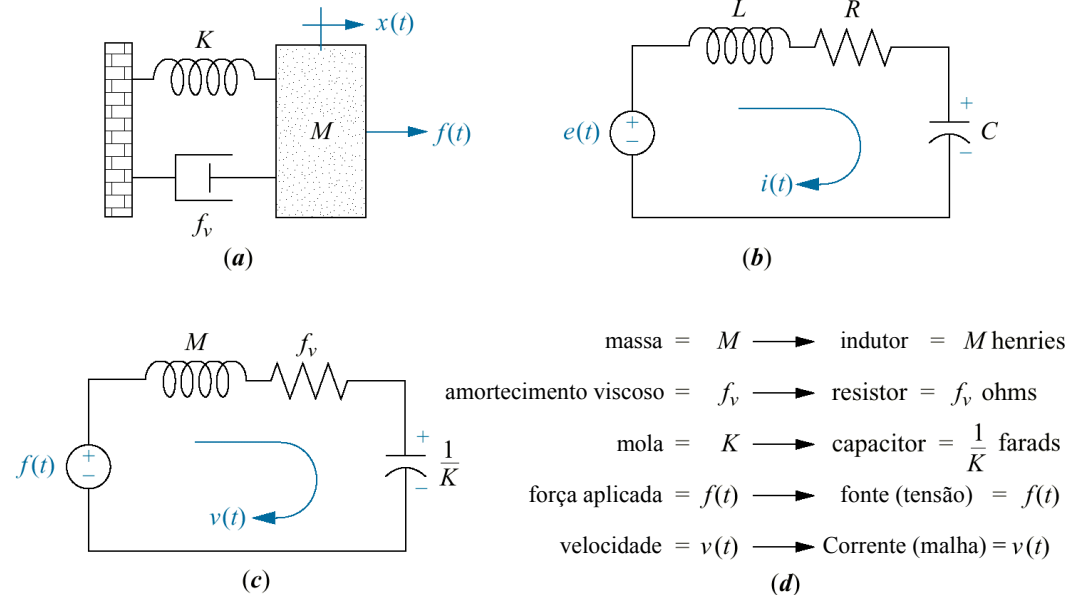


Fig. 2.42

Análogo série do sistema mecânico da Fig. 2.17(a)

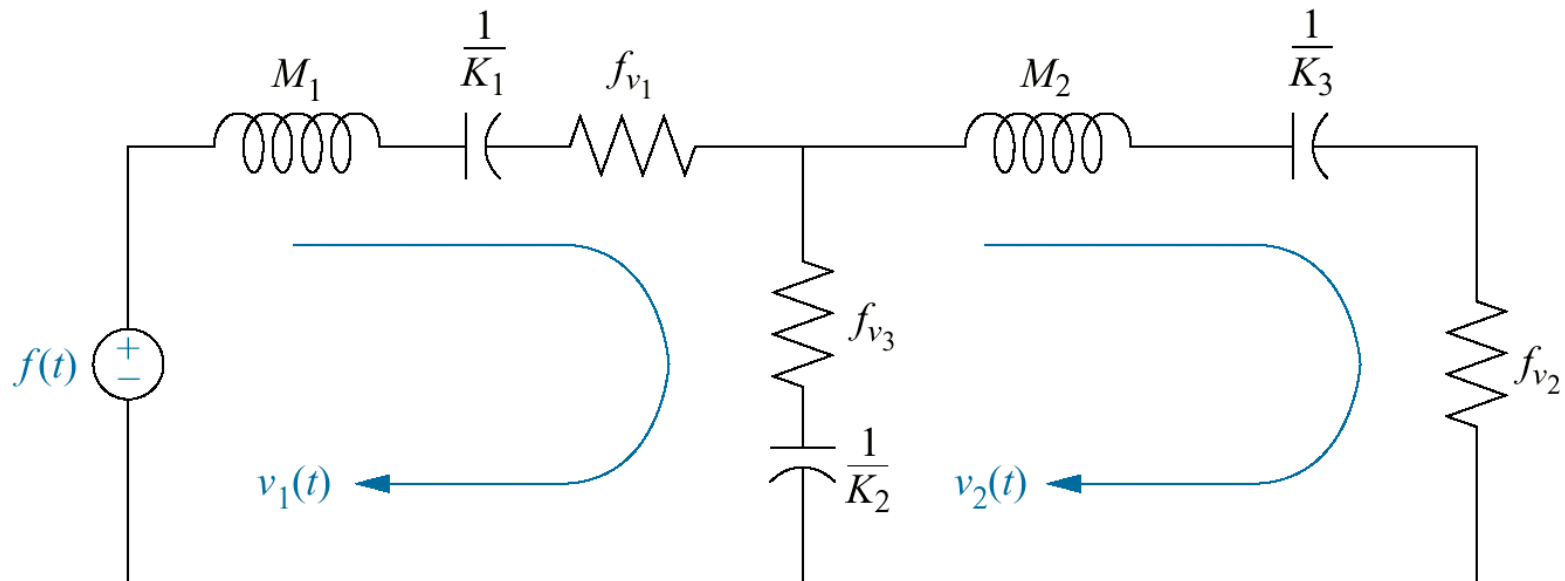


Fig. 2.43

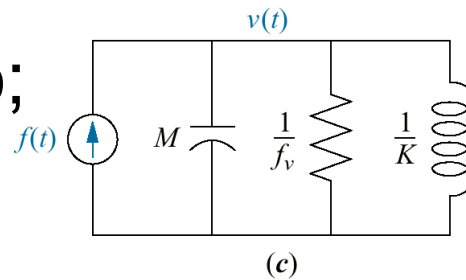
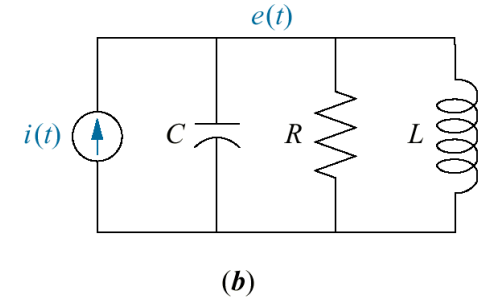
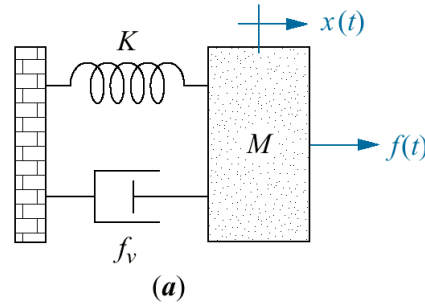
Desenvolvimento de análogo paralelo:

a. sistema mecânico;

b. representação elétrica desejada;

c. análogo paralelo;

d. parâmetros do análogo paralelo



- massa = M → capacitor = M farads
 - amortecedor viscoso = f_v → resistor = $\frac{1}{f_v}$ ohms
 - mola = K → indutor = $\frac{1}{K}$ henries
 - força aplicada = $f(t)$ → fonte (corrente) = $f(t)$
 - velocidade = $v(t)$ → tensão de nó = $v(t)$
- (d)

Fig. 2.44

Análogo paralelo do sistema mecânico da Fig. 2.17(a)

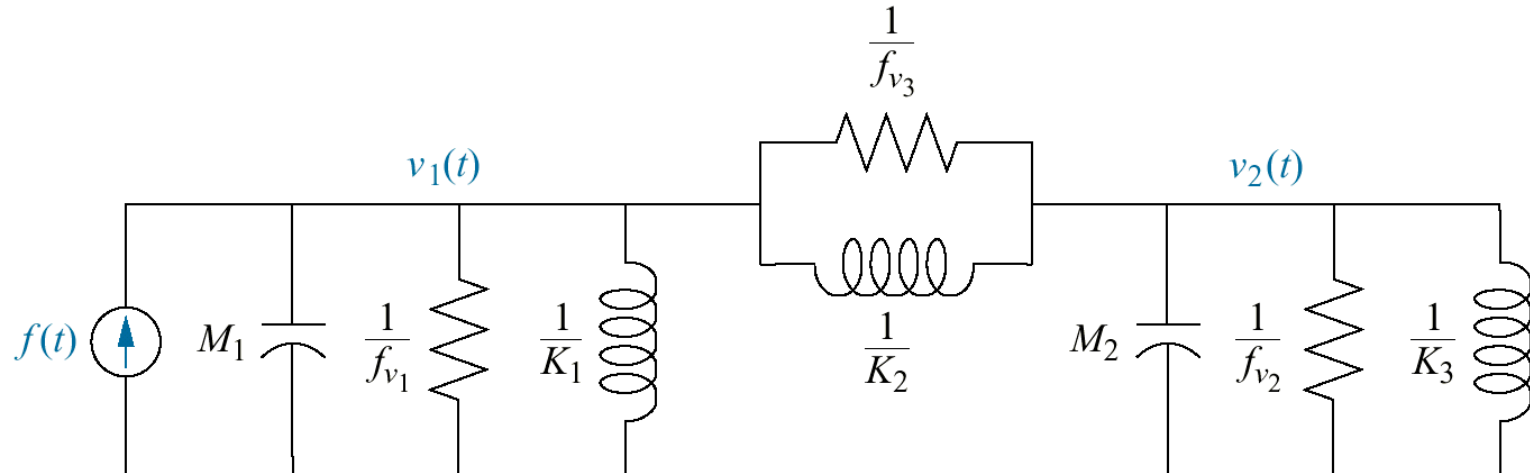
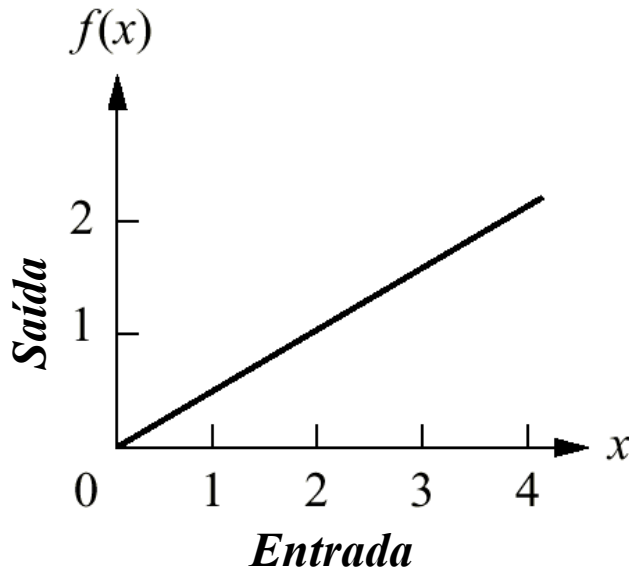


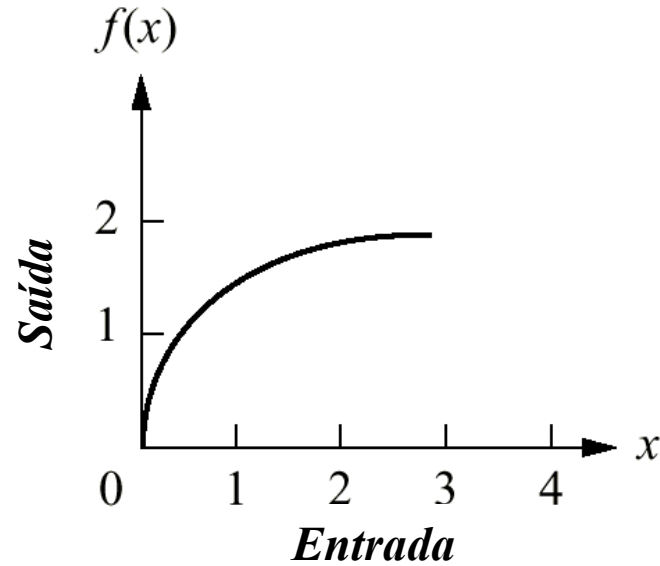
Fig. 2.45

a. Sistema linear;

b. sistema não-linear



(a)

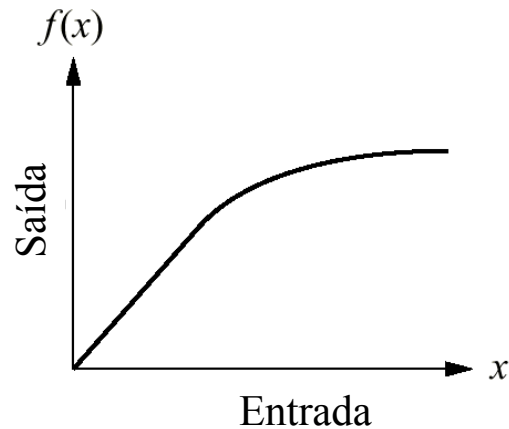


(b)

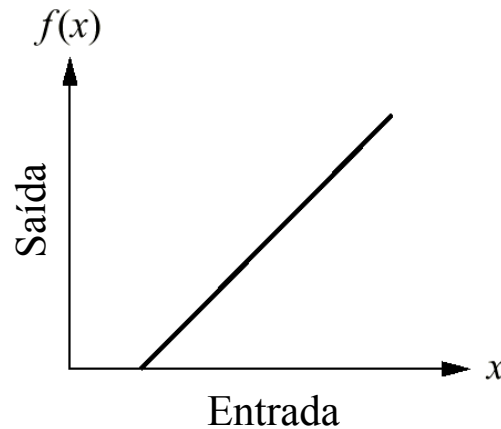
Fig. 2.46

Algumas não-linearidades físicas

Saturação de amplificador



Zona morta de motor



Folga de engrenagens

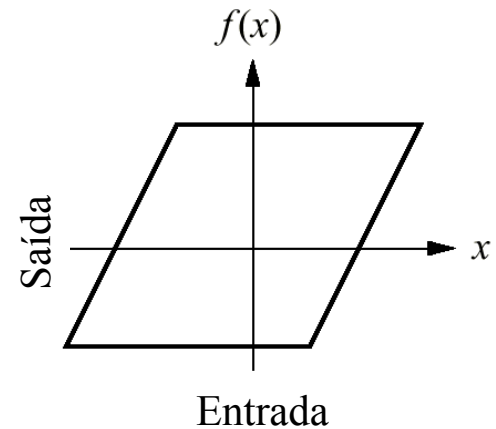


Fig. 2.47
 Linearização
 em torno de um
 ponto A

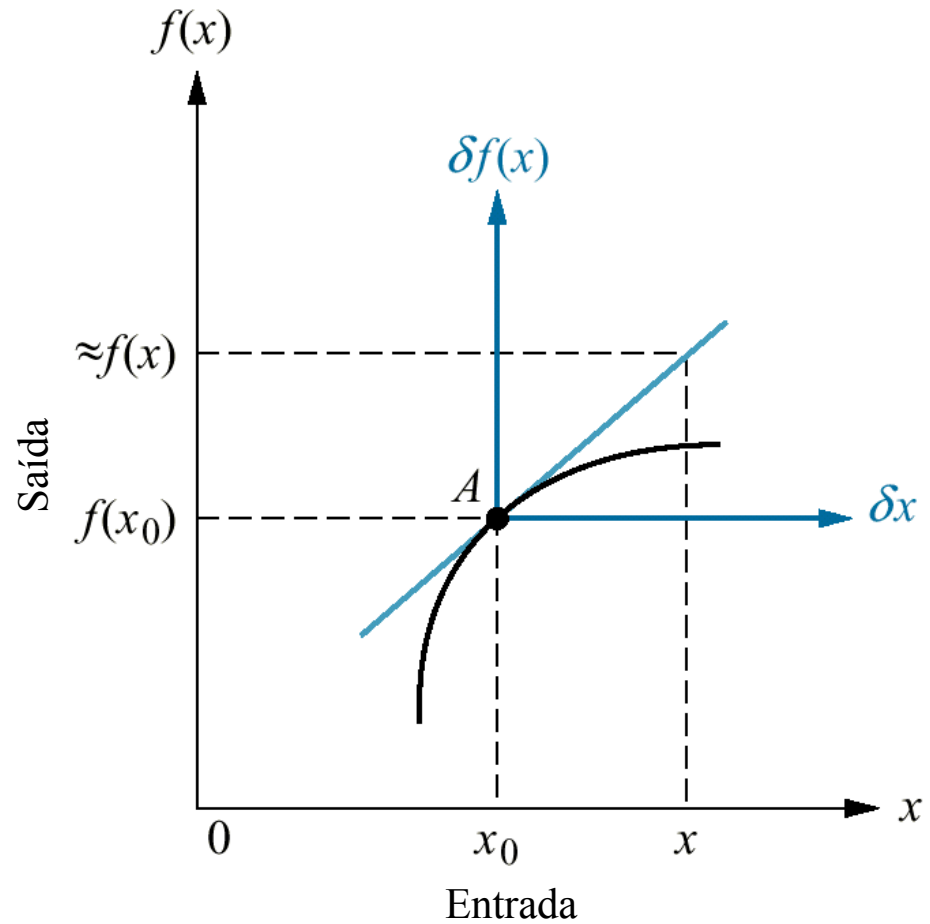


Fig. 2.48
 Linearização
 de $5 \cos x$
 em torno de
 $x = \pi/2$

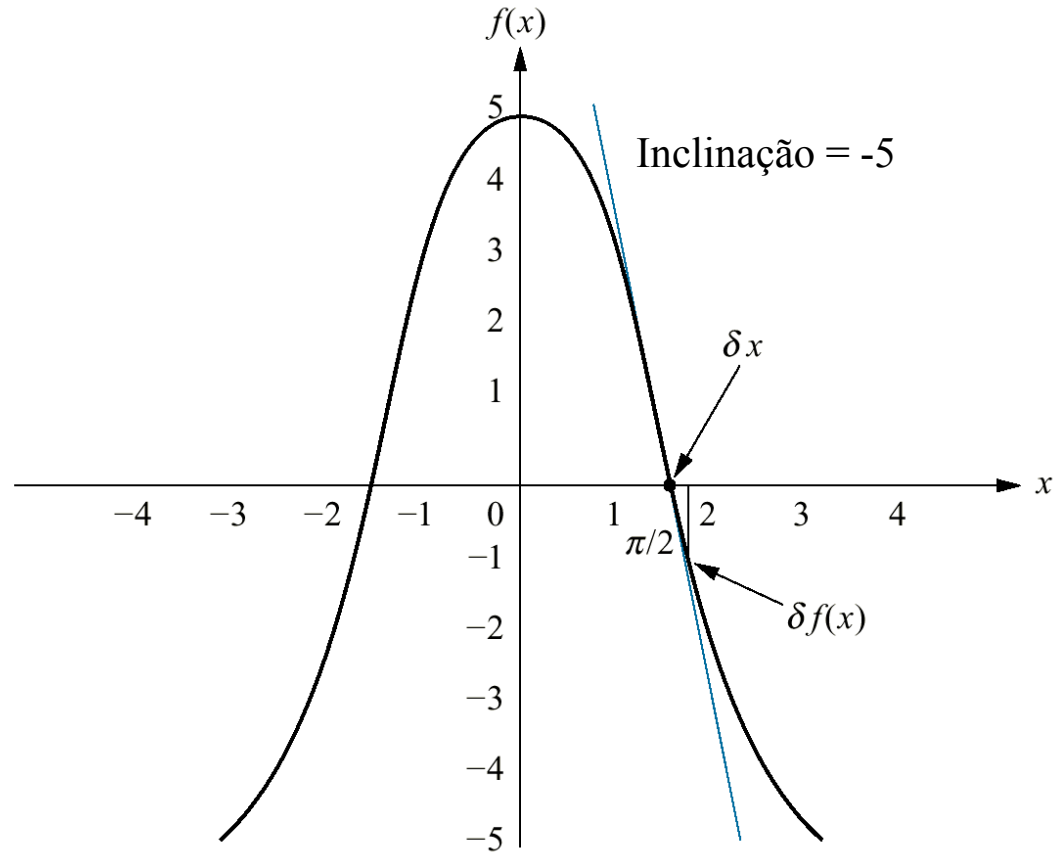


Fig. 2.49

Circuito elétrico não-linear

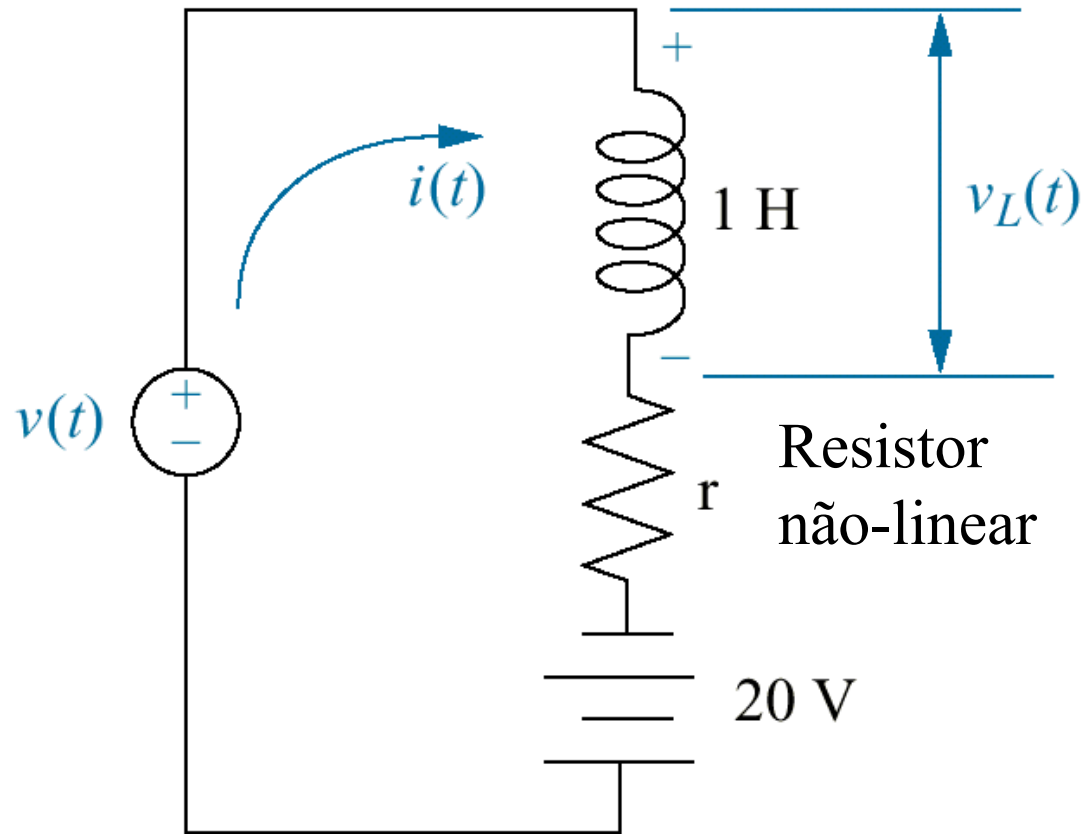


Fig. 2.50

Circuito elétrico não-linear para o Exercício de Avaliação 2.13

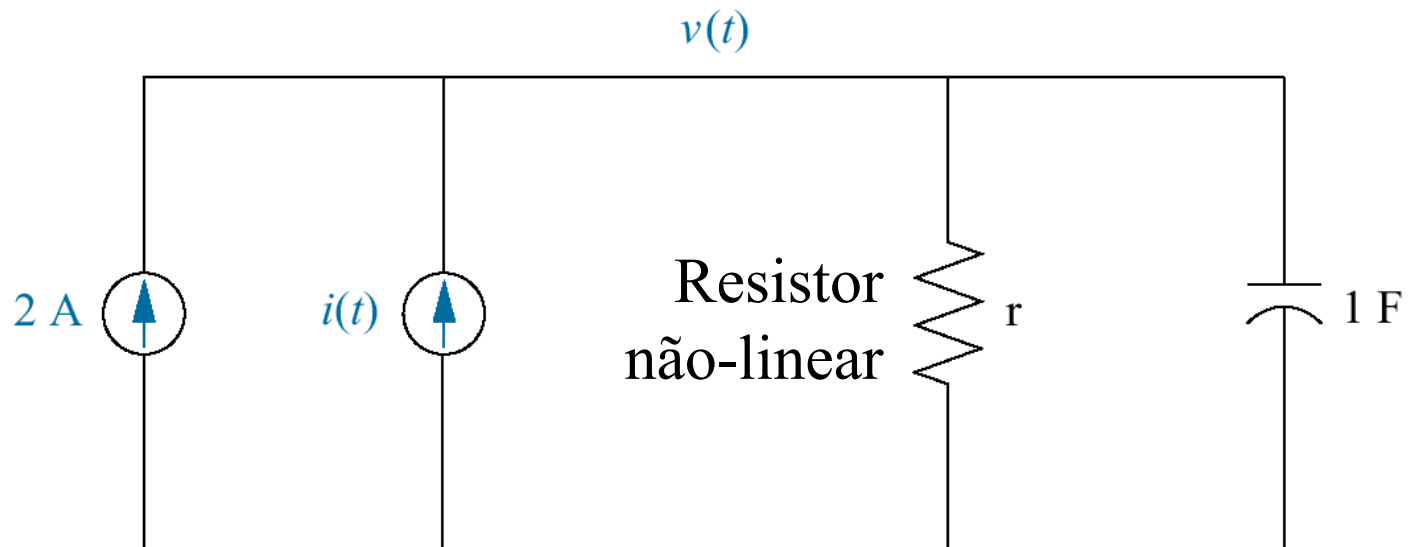


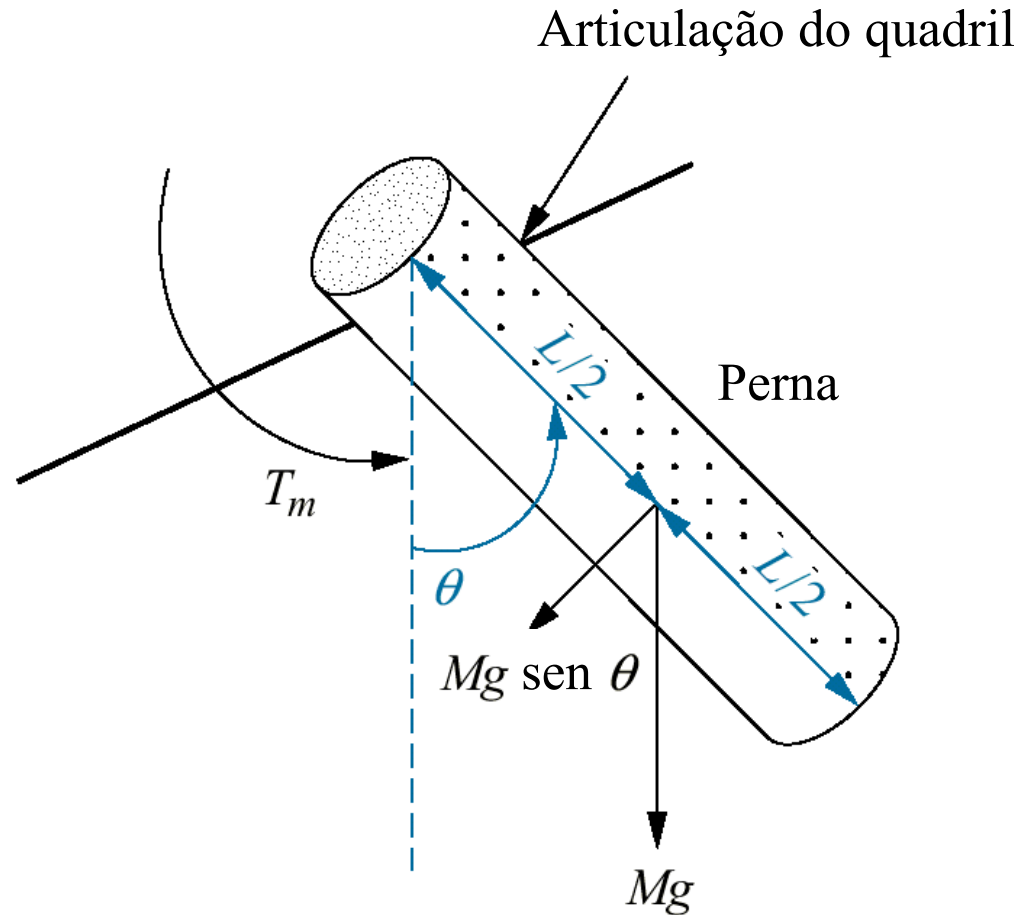
Tabela 2.6

Subsistemas do sistema de controle de posição de uma antena em azimute

Subsistema	Entrada	Saída
Potenciômetro de entrada	Rotação angular desejada $\theta_i(t)$	Tensão para o pré-amplificador $v_i(t)$
Pré-amplificador	Tensão dos potenciômetros $v_e(t) = v_i(t) - v_o(t)$	Tensão do amplif. de potência $v_p(t)$
Amplificador de Potência	Tensão do pré-amplificador $v_p(t)$	Tensão aplicada ao motor $e_a(t)$
Motor	Tensão do amplif. de potência $e_a(t)$	Rotação angular da carga $\theta_o(t)$
Potenciômetro de saída	Rotação angular da carga $\theta_o(t)$	Tensão aplicada ao pré-amplif. $v_o(t)$

Fig. 2.51

Modelo cilíndrico de uma perna humana



© 1996 McGraw-Hill, Inc.

Fig. 2.52

Diagrama de corpo livre do modelo da perna

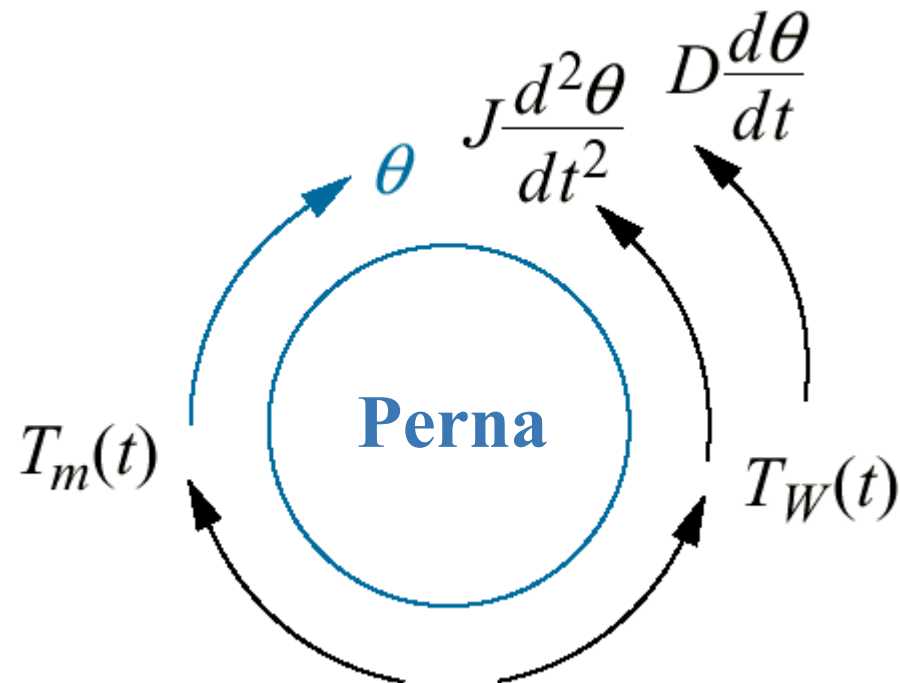


Fig. 2.53

Circuito elétrico não-linear

