1ª Prova - Controle de Sistemas Dinâmicos – 128601 - 1°/2019

1ª Questão: (2,0) Assinale **V**erdadeiro ou **F**also (na folha de respostas), justificando cada aspecto que considere incorreto. Itens considerados **V**erdadeiros não precisam ser justificados.

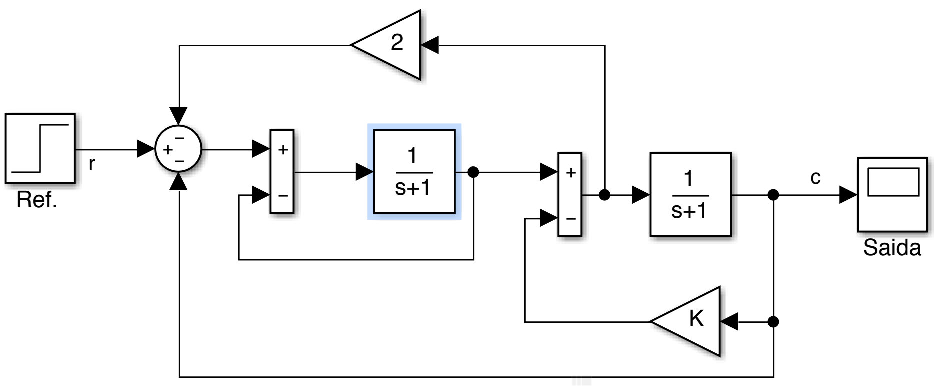
a) (0,5) Uma geladeira é um exemplo de controle em malha fechada. Apesar de, em geral, nós os usuários da geladeira, não sabermos o valor da variável controlada, um sinal de erro é utilizado para ligar/desligar o compressor.

b) (0,5) A sensibilidade de uma função de transferência em função de um parâmetro, S_K^T, mede a variação relativa de T em relação à variação relativa de K. Uma sensibilidade baixa significa que variações do sinal de entrada são bem rejeitadas pela malha de controle.

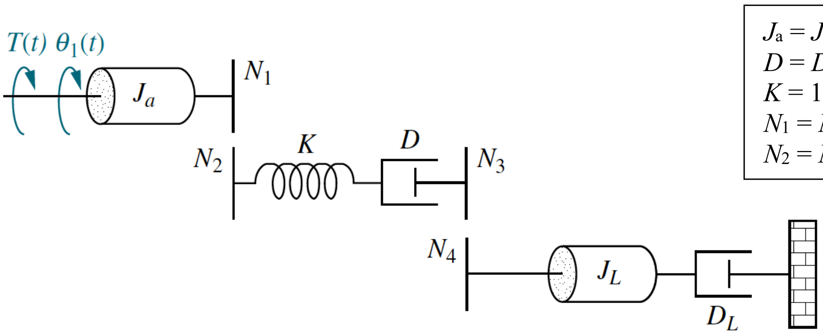
c) (0,5) Álgebra de diagrama de blocos pode ser aplicada a sistemas com múltiplas entradas e múltiplas saídas enquanto a regra de Mason só prevê sistemas SISO, $C(s)/R(s) \; = \sum T_i \Delta_i \,/\, \Delta$.

d) (0,5) Sistemas não lineares, como processos de nível de líquido, podem ser simulados em ambientes computacionais,e.g., Simulink™, utilizando-se algoritmos de integração numérica adequados. Como não vale o princípio da superposição, não podemos utilizar álgebra de diagramas de blocos. Nem mesmo em subsistemas desta simulação.

2ª Questão (2,0) Calcule K para que C(s)/R(s) apresente uma resposta subamortecida com um sobrepaso de 10%. Com este K, qual o tempo de acomodação de c(t) a um degrau unitário de r(t)?



3ª Questão (3,0) Considere o sistema de acionamento rotacional a seguir. Obtenha $\frac{\theta_1(s)}{T(s)}$.



$J_a = J_L = 1$ kg-m^2
$D = D_L = 1$ N-m-s/rad
$K = 1$ N-m/rad
$N_1 = N_3 = 10$
$N_2 = N_4 = 20$

4ª Questão: (3,0) Considere o processo de nível ao lado.

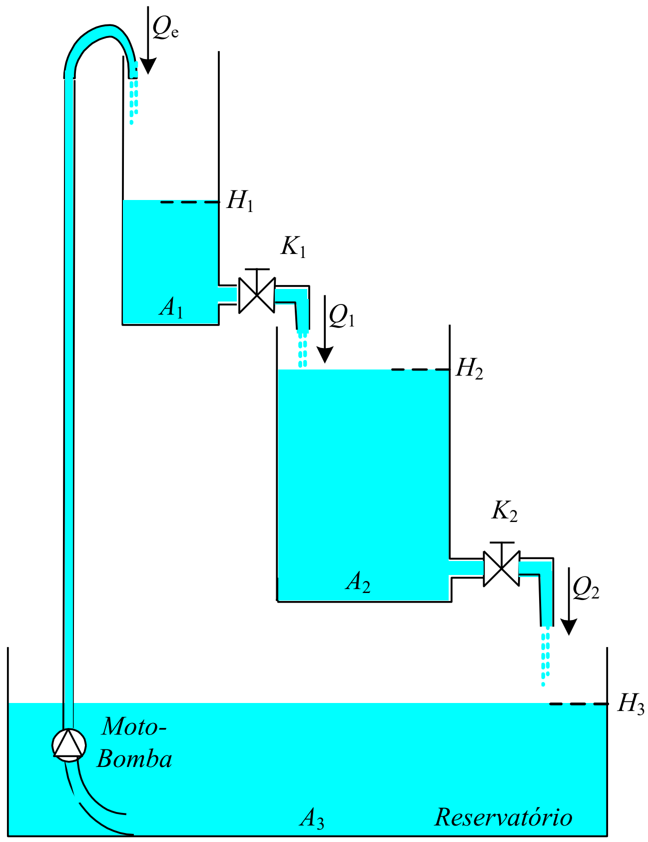
Assuma:
- Conservação de massa. Líquido imcompressível.
- Fluxo turbulento, vazão volumétrica,

$$Q_j[m^3/s] = K_j\sqrt{H_j};\;\; j = 1,2.$$

- Em regime permanente

$$Q_i(t) = \bar{Q}_i + q_i(t); i = e, 1, 2;$$
$$H_j(t)[m] = \bar{H}_j + h_j(t); j = 1, 2, 3;$$

- Seção transversal $A_j[m^2]$, j = 1,2,3, constantes.
- Parâmetro das válvulas $K_j[m^{2,5}/s]$, j = 1,2, constantes.



a) (2,0) Obtenha a função de transferência de pequenos sinais $H_2(s)/Q_e(s)$, nível do tanque 2 em relação à vazão de entrada.
b) (0,5) Para a vação de entrada $\bar{Q}_e$= 10; com K_1= 5; K_2=2; A_1 = 1; A_2 = 2; A_3= 5;
Quais os níveis $\bar{H}_1 e\ \bar{H}_2$ no ponto de operação?
c) (0,5) Para os valores em b), qual o modo dominante da resposta deste processo?

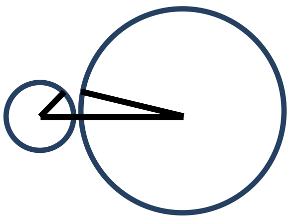
-********-

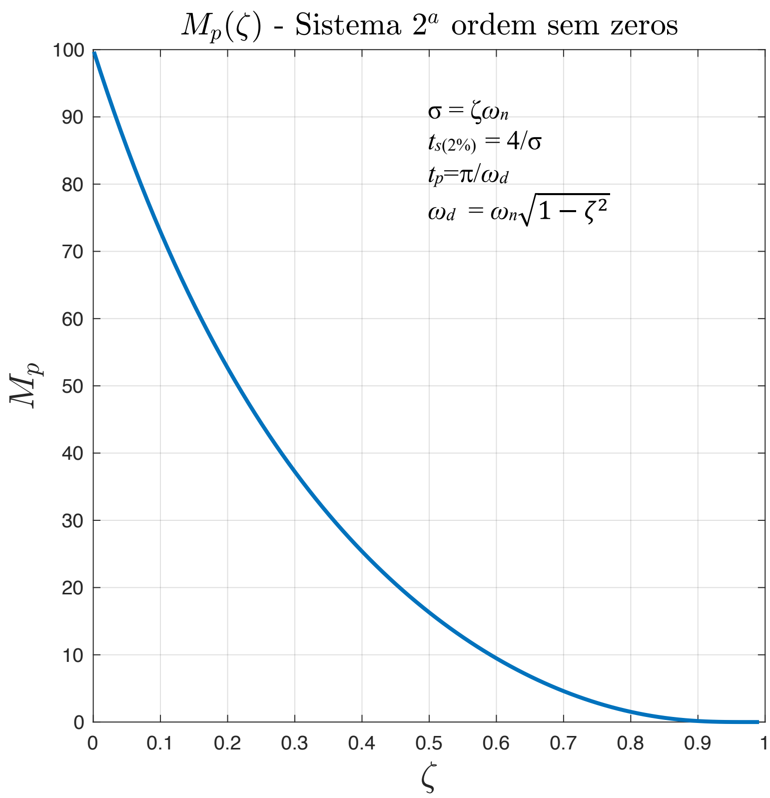
Formulário

Conservação da Energia:
$T_1\theta_1 = T_2\theta_2$

Deslocamentos lineares:
$\theta_1 r_1 = \theta_2 r_2$

Dentes de engrenagem:
$$\frac{2\pi r_1}{2\pi r_1} = \frac{N_1}{N_2}$$





1ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 1°/2019

Nome: ____ Matrícula: ______________

Curso: Eng. ________________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.**Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

CADERNO DE RESPOSTAS

1ª Questão: (2,0) V/F.

a) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

b) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

c) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

d) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

2ª Questão (2,0) Diagrama de Blocos.

a) (1,0) C(s)/R(s) =

b) (0,5) K =

c) (0,5) t_s =

3ª Questão (3,0) Modelagem.

$$\frac{\Theta_1(s)}{T(s)} =$$

4ª Questão: (3,0) Linearização.

a) (2,0) $H_2(s)/Q_e(s)$ =

b) (0,5) $\overline{H}_1 =$ $\overline{H}_2 =$

c) (0,5) Modo dominante $= exp\ (t\ /$ $)$

GABARITO

1ª Questão: (2,0)

a) V

e) F - “Uma sensibilidade baixa significa que variações do sinal de entrada são bem rejeitadas pela malha de controle”. É falso que o objetivo de uma malha de controle é rejeitar o sinal de entrada. Deve-se rejeitar perturbações. Uma baixa sensibilidade significa que a função de transferência é pouco afetada pela variação do parâmetro. Pode ser aplicada a Y(s)/R(s) ou a Y(s)/W(s).

b) F – Mason pode ser aplicado para sistemas MIMO.

c) F - Álgebra de diagramas de blocos pode ser aplicada às partes lineares da simulação.

2ª Questão (2,0)

a) (1,0) - Por algebra de Diagrama de blocos:

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{(s+2)(s+K+1)}}{1+\frac{2s+3}{(s+2)(s+K+1)}} \qquad \boxed{\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2+(5+K)s+5+2K}}$$

- Por Mason, incorporando a realimentação da 1ª malha:

Caminho direto: $\frac{1}{(s+1)(s+2)}$; $\Delta = 1$

$$L_1 = -\frac{K}{s+1}; L_2 = -\frac{1}{(s+1)(s+2)}; L_3 = -\frac{2}{s+2}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{\frac{1}{(s+1)(s+2)}}{1+\frac{K}{s+1}+\frac{1}{(s+1)(s+2)}+\frac{2}{s+2}}$$

$$= \frac{1}{(s+1)(s+2)+K(s+2)+1+2(s+1)}$$

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{1}{s^2+3s+2+Ks+2K+1+2s+2}$$

$$= \frac{1}{s^2+(5+K)s+5+2K}$$

b) ~~(0,5)~~ (1,0)

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{A\omega_n^2}{s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2};$$

$M_p = 10\% \to \zeta = 0,6;\quad \omega_n^2 = 5+2K; 1,2\omega_n = 5+K;$

$1,44\omega_n^2 = 25+10K+K^2$

$1,44(5+2K) = 25+10K+K^2$

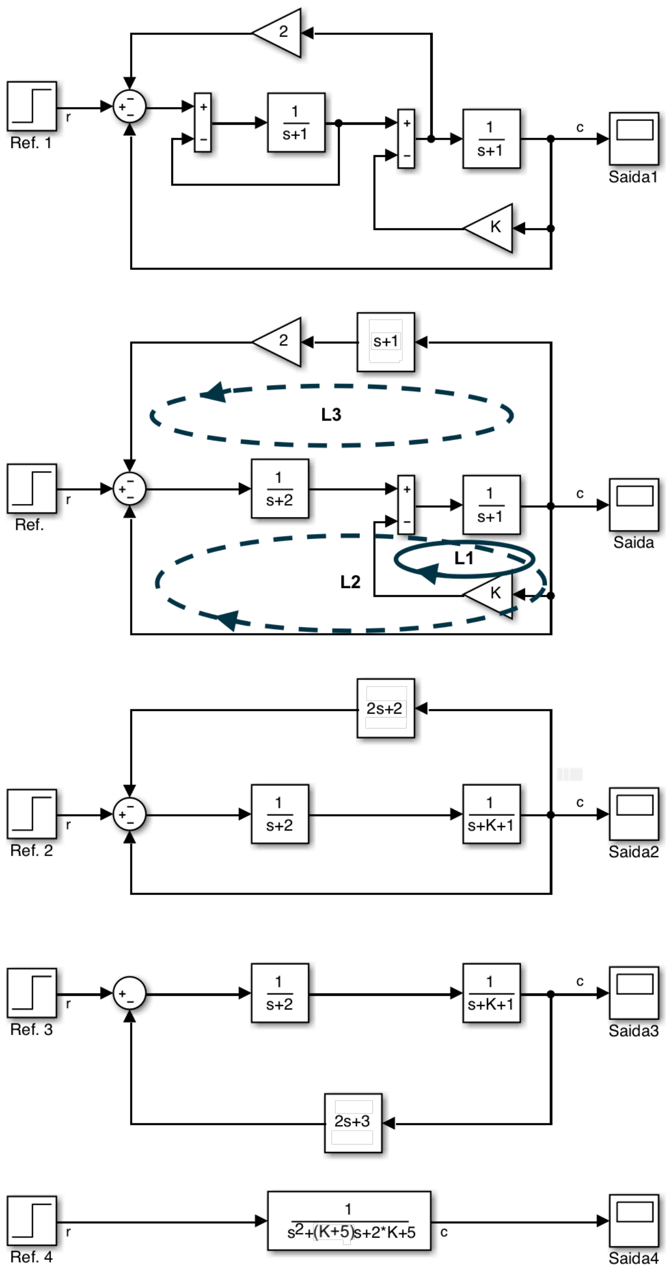
$K^2+7,12K+17,8 = 0$

$\boxed{K = -3,56 \pm 2,2642i}$

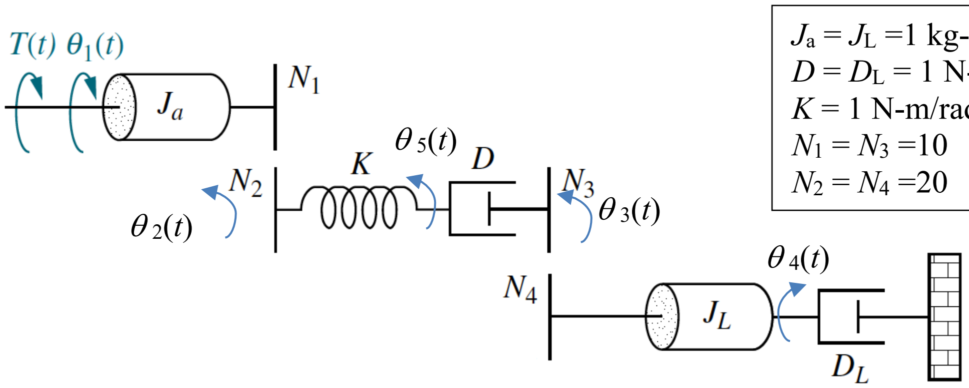
$\to$ *não é possível obter* 10% *de sobrepasso com K real.*

c) ~~(0,5)~~

A equação $ts = 4/\sigma$ considera uma resposta sub-amortecida e assim não pode ser usada aqui.



3ª Questão (3,0) Considere o sistema de acionamento rotacional a seguir. Obtenha $\frac{\Theta_1(s)}{T(s)}$.



$J_a = J_L = 1$ kg-m²
$D = D_L = 1$ N-m-s/rad
$K = 1$ N-m/rad
$N_1 = N_3 = 10$
$N_2 = N_4 = 20$

Dos Conceitos de Modelagem:
- Através de engrenagens $\theta_1(t)$ é proporcional a $\theta_2(t)$, bem como $\theta_4(t)$ é proporcional a $\theta_3(t)$.
- Os graus de liberdade são $\theta_2(t)$, $\theta_3(t)$ e $\theta_5(t)$ → 3 equações de impedâncias mecânicas.
- Dois cilindros independentes (momentos de inércia) → sistema de 4ª ordem.

$$\left[s^2 J_a\left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 + K\right]\theta_2 - K\theta_5 = T_2 \quad \text{(i)}$$
$$-K\theta_2 + [sD + K]\theta_5 - sD\theta_3 = 0 \quad \text{(ii)}$$
$$-sD\theta_5 + \left[(s^2 J_L + sD_L)\left(\frac{N_3}{N_4}\right)^2 + sD\right]\theta_3 = 0 \quad \text{(iii)}$$

Valores numéricos:

$$[4s^2 + 1]\theta_2 - \theta_5 = T_2 \quad \text{(i)}$$
$$-\theta_2 + [s + 1]\theta_5 - s\theta_3 = 0 \quad \text{(ii)}$$
$$-s\theta_5 + [0{,}25s^2 + 1{,}25s]\theta_3 = 0 \quad \text{(iii)}$$

$de\ iii)\quad \theta_5 = [0{,}25s + 1{,}25]\theta_3$

$de\ ii)\quad -\theta_2 + [s + 1]\theta_5 - s\theta_3 = 0 \qquad -\theta_2 + [s + 1][0{,}25s + 1{,}25]\theta_3 - s\theta_3 = 0 \qquad \theta_2 = [0{,}25s^2 + 0{,}5s + 1{,}25]\theta_3$

$de\ i)\quad [4s^2 + 1]\theta_2 - [0{,}25s + 1{,}25]\theta_3 = T_2 \qquad [4s^2 + 1]\theta_2 - \frac{[0{,}25s + 1{,}25]}{[0{,}25s^2 + 0{,}5s + 1{,}25]}\theta_2 = T_2$

$$\frac{[0{,}25s^2 + 0{,}5s + 1{,}25][4s^2 + 1] - [0{,}25s + 1{,}25]}{[0{,}25s^2 + 0{,}5s + 1{,}25]}\theta_2 = T_2$$

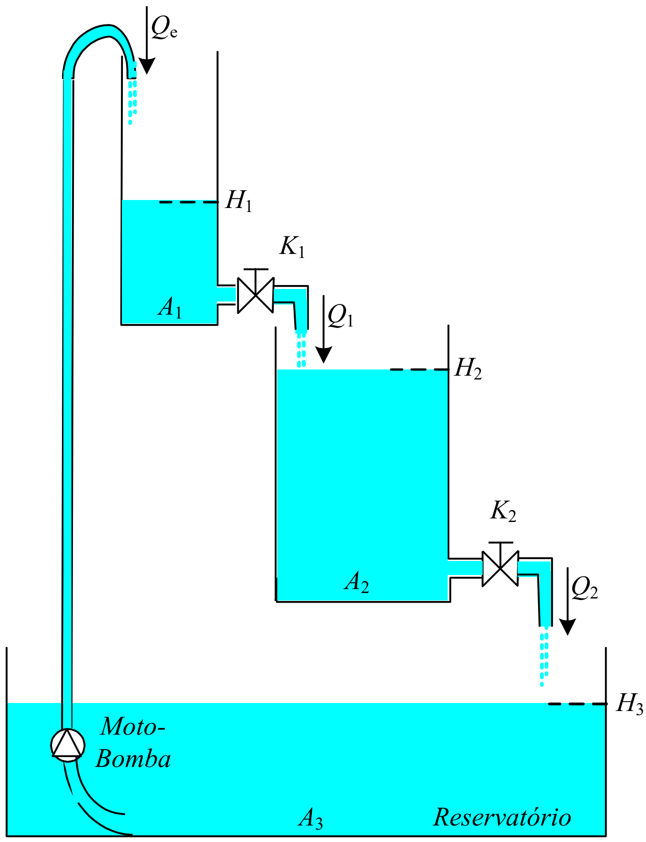
$$\frac{\theta_2}{T_2} = \frac{0{,}25s^2 + 0{,}5s + 1{,}25}{s^4 + 2s^3 + 5{,}25s^2 + 0{,}25s}$$

$\theta_2 = \theta_1\frac{N_1}{N_2};\quad T_2 = T_1\frac{N_2}{N_1}$ $\qquad \boxed{\frac{\theta_1}{T_1} = \frac{s^2 + 2s + 5}{s^4 + 2s^3 + 5{,}25s^2 + 0{,}25s}}$

4ª Questão: (3,0) Para o processo de nível a seguir, considere:

- conservação de massa. Líquido imcompressível.
- fluxo turbulento, vazão volumétrica, $Q_j[m^3/s] = K_j\sqrt{H_j};\ \ j = 1,2.$
- em regime permanente $Q_i(t) = \bar{Q}_i + q_i(t); i = e, 1, 2;\ H_j(t)[m] = \bar{H}_j + h_j(t); j = 1,2;$
-Seção transversal A_j[m²], e parâmetro das válvulas K_j[m^{2,5}/s];j = 1,2,são constantes.

a) (2,0) Obtenha a função de transferência de pequenos sinais $H_2(s)/Q_e(s)$, nível do tanque 2 em relação à vazão de entrada.
b) (0,5) Para Q_e= 10; K_1= 5; K_2=2; A_1 = 1; A_2 = 2; Quais os níveis $\bar{H}_1 e\ \bar{H}_2$.
c) (0,5) Para os valores do item b), qual o modo dominante deste processo?



Balanço de vazão

$$A_1\frac{dH_1}{dt} = Q_e - K_1\sqrt{H_1}$$
$$A_2\frac{dH_2}{dt} = K_1\sqrt{H_1} - K_2\sqrt{H_2}$$

Modelo linearizado

$$A_1\frac{dh_1}{dt} = q_e - ah_1$$
$$A_2\frac{dh_2}{dt} = ah_1 - bh_2$$
$$a = \frac{K_1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}; b = \frac{K_2}{2\sqrt{\bar{H}_2}}$$

Transformada de Laplace

$$A_1sH_1(s) = Q_e(s) - aH_1(s)$$
$$A_2sH_2(s) = aH_1(s) - bH_2(s)$$

Linearização

$$\sqrt{H_1} = \sqrt{\bar{H}_1} + \frac{1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}h_1$$

$$A_1\frac{dh}{dt} = q_e + \overline{Q_e} - K_1\sqrt{\bar{H}_1} - \frac{K_1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}h_1$$
$$A_2\frac{dh_2}{dt} = K_1\sqrt{\bar{H}_1} + \frac{K_1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}h_1 - K_2\sqrt{\bar{H}_2} - \frac{K_2}{2\sqrt{\bar{H}_2}}h_2$$

$$A_1\frac{dh}{dt} = q_e - \frac{K_1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}h_1$$
$$A_2\frac{dh_2}{dt} = \frac{K_1}{2\sqrt{\bar{H}_1}}h_1 - \frac{K_2}{2\sqrt{\bar{H}_2}}h_2$$

$$\overline{Q_e} = K_1\sqrt{\bar{H}_1} = K_2\sqrt{\bar{H}_2}$$

$$(A_1s + a)H_1(s) = Q_e(s)$$
$$-aH_1(s) + (A_2s + b)H_2(s) = 0$$

$$H_2(s) = \frac{\begin{vmatrix} A_1s+a & Q_e(s) \\ -a & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_1s+a & 0 \\ -a & A_2s+b \end{vmatrix}}$$

$$\boxed{\frac{H_2(s)}{Q_e(s)} = \frac{a}{A_1A_2s^2 + (A_2a + A_1b)s + ab}}$$

b) Q_e= 10; K_1= 5; K_2=2; A_1 = 1; A_2 = 2; Obtem-se os níveis $\boxed{\bar{H}_1 = (\frac{Q_e}{K_1})^2 = 4; \bar{H}_2 = (\frac{Q_e}{K_2})^2 = 25.}$

$$a = \frac{5}{4}; b = \frac{2}{10}; 2s^2 + (2a + b)s + ab = 2s^2 + \left(\frac{5}{2} + \frac{2}{10}\right)s + \frac{1}{4} = 2s^2 + 2{,}7s + 0{,}25$$

$$= 2(s + 1{,}25)(s + 0{,}1) => y(t) = 1 + K_1e^{-t/0{,}8} + K_2e^{-t/10}$$

c) $\boxed{Modo\ dominante: K_2e^{-t/10}}$