2ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 1°/2019

1ª Questão: (2,0) Assinale **V**erdadeiro ou **F**also (na folha de respostas), justificando cada aspecto que considere incorreto. Itens considerados **V**erdadeiros não precisam ser justificados.

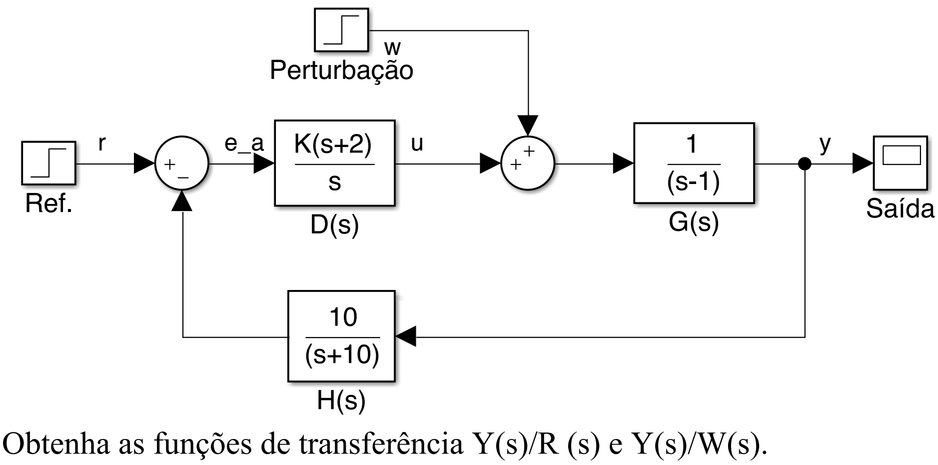
a) (0,5) Uma linha nula no arranjo de Routh-Hurwitz deve ser substituída pela derivada do polinômio auxiliar. O polinômio auxiliar é fator da equação característica. Como o polinômio auxiliar é par ou impar, esta condição significa que há polos simétricos em relação à origem do plano *s*. Se não há mudança de sinal na 1ª coluna do arranjo, devemos concluir que todos os polos do polinômio auxiliar estão sobre o eixo $j\omega$ e que o sistema é estável.

b) (0,5) O controlador Liga-Desliga é muito popular devido à sua simplicidade. A finalidade do intervalo diferencial é reduzir o número de chaveamentos, aumentando assim, a vida útil do equipamento. Apesar das oscilações, a variável controlada segue, na média, a referência.

c) (0,5) A finalidade do LGR é auxiliar o projeto sistemas de controle, mostrando a posição dos polos à medida em que se varia o ganho de malha, *K*. O projeto de um sistema de controle deve atender especificações no domínio do tempo, e.g., tempo de subida, tempo de acomodação, sobrepasso etc., que são mapeadas em *s* considerando a resposta de sistemas de 2ª ordem sem zeros. Apesar de não ser exato em relação à resposta no tempo, o LGR com as especificações de 2ª ordem sem zeros mapeadas, indicam, em conjunto com um simulador, como o ganho *K* deve variar no sentido de atender às especificações de projeto.

d) (0,5) Polos ou zeros no Semi-Plano Direito caracterizam um sistema de fase não-mínima. Nestes casos a condição de fase 0° do LGR deve ser utilizada para $K > 0$.

2ª Questão (4,4) Considere o seguinte sistema de controle, que é estável para $K > 9/7$.



a) (0,4) Obtenha as funções de transferência Y(s)/R (s) e Y(s)/W(s).

b) (1,5) Estabilidade relativa. Para quais valores de *K* todos os polos de malha fechada estarão à esquerda de $s = -1$?

c) (0,5) Para o menor valor de *K* que atende ao item anterior, assumindo-se uma “dinâmica domininante de 2ª ordem sem zeros”, qual o sobrepasso previsto para a operação em malha fechada?

d) (1,5) Preencha a tabela (folha de respostas) com os erros para degraus, rampas e parábolas unitárias, aplicados individualmente (princípio da superposição) em *r* e em *w*.

e) (0,5) Com $K = 5$, um dos polos de malha fechada encontra-se em $s_1 = -5$. Qual a parte real dos demais polos?

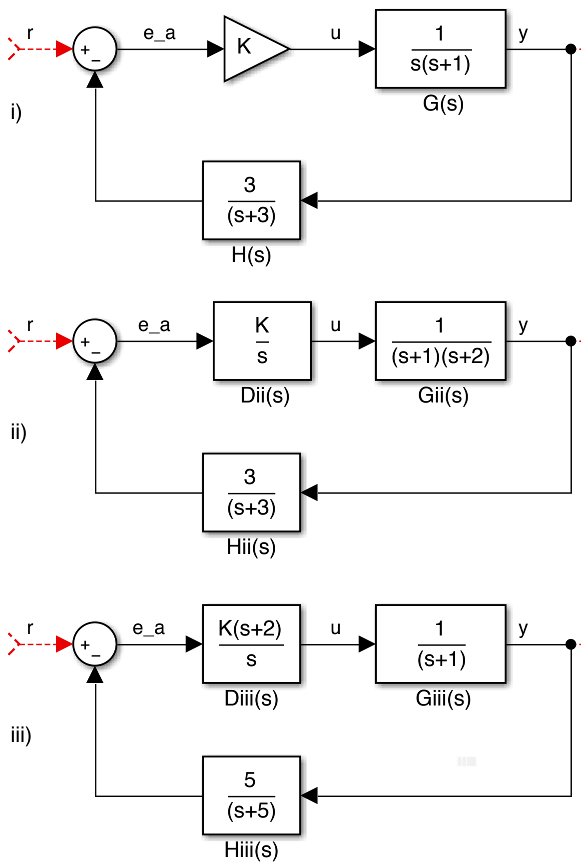
3ª Questão (3,6) Esboce o LGR$^+$ ($K > 0$) para os seguintes sistemas.

a) (0,6) Parte real do LGR$^+$.
b) (1,2) Assíntotas: ângulos e centroides.
c) (1,2) Pontos de ramificação.
d) (0,6) Complete o esboço do LGR. Indique, (→), o sentido crescente de K, para cada ramo.

Obs1: Não é preciso calcular K_{cr} nem ω_{cr} (interseções do LGR$^+$ com o eixo $j\omega$), porém, a posição aproximada de ω_{cr} (caso haja) deve ser assinalada, considerando-se as assíntotas e os respectivos pontos de ramificação.

Obs 2: Não é preciso esboçar o LGR$^-$ ($-\infty < K < 0^-$).

Obs 3: Alguns canditados a pontos de ramificação:
roots $\left(b\frac{da}{ds} - a\frac{db}{ds}\right)$ = [-2,7211 ± 1,248i; -0,5578];
= [-2,618; -1,5; -0,382];



-********-

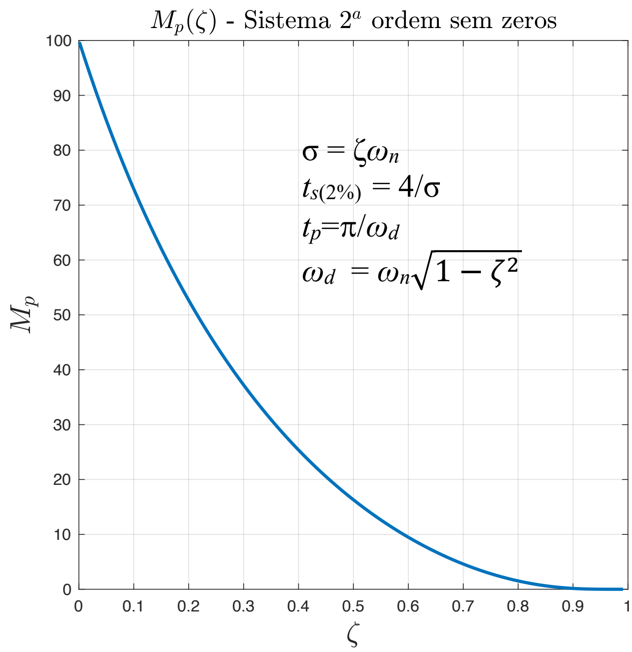
Formulário

$$1 + K\frac{b(s)}{a(s)} = 0$$

$$\alpha = \frac{\sum p\acute{o}los - \sum zeros}{n - m}$$

$$\theta = \frac{180°(2k+1)}{n - m}$$

$$\text{se } m < n - 1 \Rightarrow \sum_{MA} p_i = \sum_{MF} p_j$$



2ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 1°/2019

Nome: ______________________________ Matrícula: ____________

Curso: Eng. ____________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.**Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

CADERNO DE RESPOSTAS

1ª Questão: (2,0) V/F.

a) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

b) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

c) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

d) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

2ª Questão (4,4) Diagrama de Blocos.

a) (0,4) Y(s)/R(s) = Y(s)/W(s) =

b) (1,5) Estabilidade relativa (s = -1) K =

c) (0,5) Sobrepasso %, Mp =

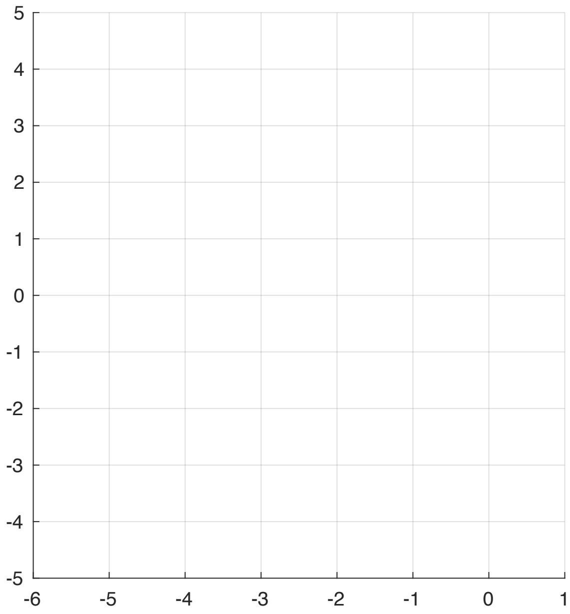
d) (1,5) $e_{ss} = (r-y)_{t\to\infty}$

Entrada\ Sinal	r	w
a) degrau e_{ss} =		
b) rampa e_{ss} =		
c) parábola e_{ss} =		

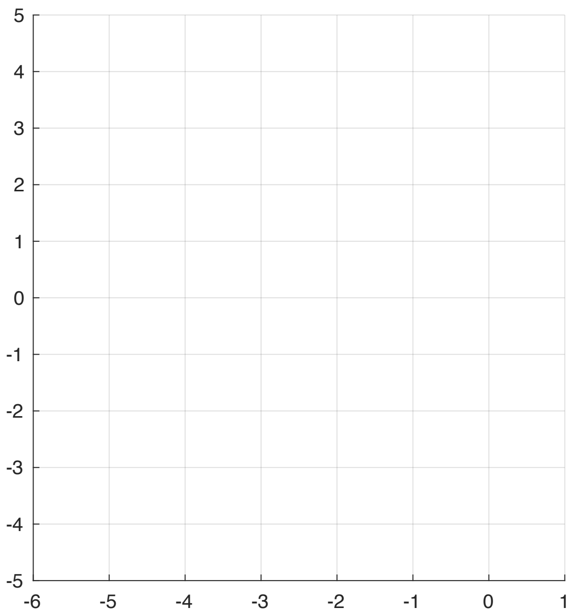
e) (0,5) $\mathrm{Re}\{s_2\} =$ $\mathrm{Re}\{s_3\} =$

3ª Questão LGR.	i)	ii)	iii)
a) (0,6) Parte real do LGR⁺.			
b) (1,2) Assíntotas: ângulos			
centroide			
c) (1,2) Pontos de ramificação			

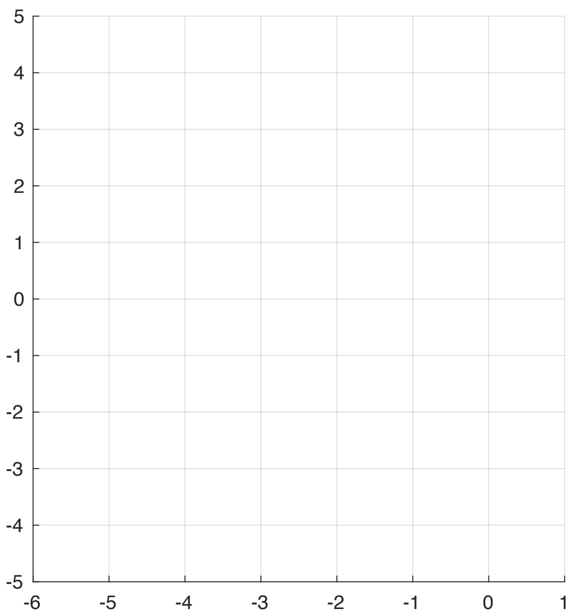
d)(0,2) Esboço i)



d)(0,2) Esboço ii)



d)(0,2) Esboço iii)



GABARITO

1ª Questão: (2,0)

a) F – Critério de Routh-Hurwitz: Se não há mudança de sinal na primeira csolula do arranjo, não há pólos no SPD. Polinômio auxilia pode ser par ou impar → simetria em relação à origem do plano s. Polos simples sobre o eixo $j\omega$ → criticamente estável. Polos multiplos sobre o eixo jω → sistema é instável.
Exemplos:
Eq. Característica $s^2P(s)$, dois polos na origem → instável.
Eq. Carac. com polinômio auxiliar par: $(s^2+1)^2P(s)$, polo duplo em $\pm j$, → instável.
Eq. Carac. com polinômio auxiliar impar: $s(s^2+1)^2P(s)$, polo duplo em $\pm j$, → instável.

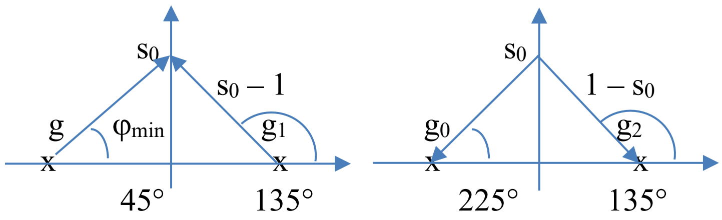
b) F - A média da variável controlada não segue a referência. Mesmo com um intervalo diferencial simétrico, os tempos em que o erro é positivo e negativo são diferentes (dinâmicas ascendente e descentente distintas –resposta depende do ponot de operação).

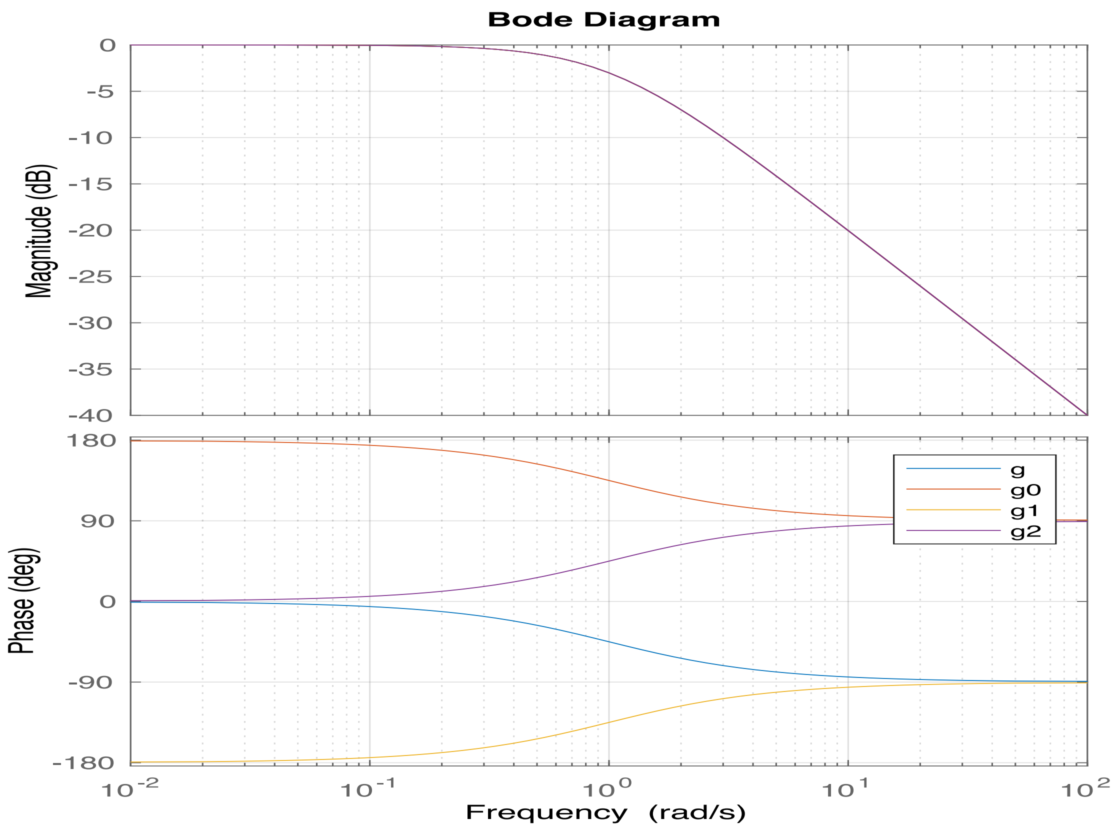
c) V – "Apesar de não ser exato em relação à resposta no tempo" - o tempo de acomodação t_s não é exato, é calculado pela envoltória da senóide amortecida.

d) F – Cada polo ou zero na forma (p_i - s) ou (z_j - s), acrescenta 180º à condição de fase. Polos ou zeros na forma (s - p_i) ou (s - z_j), não acrescentam fase à condição de fase

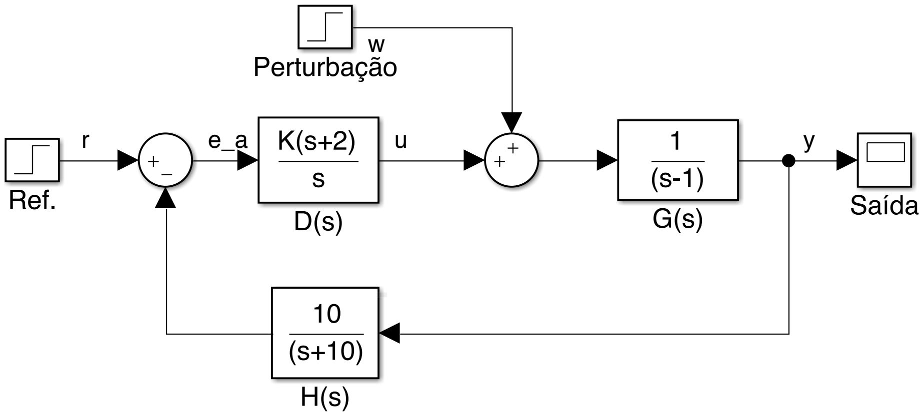
e) Fatores (p_i - s), (z_j - s), (s - p_i) e (s - z_j) estão todos no SPD e a presença de apenas um destes, já caractaeriza o o sistema como sendo de fase não-mínima.

$$\boldsymbol{g(s) = \frac{1}{s+1} \rightarrow Fase\ mínima}$$
$$\boldsymbol{g0(s) = \frac{-1}{s+1} \rightarrow Fase\ não - míni}$$
$$\boldsymbol{g1(s) = \frac{1}{s-1} \rightarrow Fase\ não - míni}$$
$$\boldsymbol{g2(s) = \frac{-1}{s-1} \rightarrow Fase\ não - míni}$$





2ª Questão (4,4)



a) (0,4)

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K(s+2)}{s(s-1)}}{1+\frac{10K(s+2)}{s(s-1)(s+10)}} \quad \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)(s+10)}{s(s-1)(s+10)+10K(s+2)} \quad \boxed{\frac{y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}}$$

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{\frac{1}{(s-1)}}{1+\frac{10K(s+2)}{s(s-1)(s+10)}} \quad \boxed{\frac{y(s)}{W(s)} = \frac{s(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}}$$

b) (1,5) $s = \hat{s} - 1;\ s^2 = \hat{s}^2 - 2\hat{s} + 1;\ s^3 = \hat{s}^3 - 3\hat{s}^2 + 3\hat{s} - 1;$

Eq. Carac. em $\hat{s}^3$:

$\hat{s}^3 - 3\hat{s}^2 \quad + 3\hat{s} - 1$

$+9\hat{s}^2 \quad - 18\hat{s} + 9$

$+10(K-1)\hat{s} - 10K + 10$

+20K

$\hat{s}^3 + 6\hat{s}^2 + (10K - 25)\hat{s} + 10K + 18 = 0$

Routh-Hurwitz

$$\begin{array}{lll} \hat{s}^3 & 1 & 10K - 25 \\ \hat{s}^2 & 6 & 10K + 18 \\ \hat{s}^1 & \multicolumn{2}{l}{\dfrac{60K - 150 - 10K - 18}{6}} \\ \hat{s}^0 & 10K + 18 & \end{array}$$

$50K - 168 > 0 \qquad \boxed{K > 3{,}36}$

10K+18>0 $\qquad K > -1{,}8$

$\boxed{K > 3{,}36}$

c) (0,5)

$(j\hat{\omega})^3 + 6(j\hat{\omega})^2 + (10K - 25)j\hat{\omega} + 10K + 18 = 0$

$-j\hat{\omega}^3 + (33{,}6 - 25)j\hat{\omega} = 0$

$-6\hat{\omega}^2 + 33{,}6 + 18 = 0$

$\hat{\omega} = \sqrt{8{,}6} = 2{,}9326$

atand(1/2.5496) = 18,8291º; sin(18,8291) = 0,3227 = $\zeta \rightarrow$ do gráfico $\rightarrow$ Mp = 33,72%

d) (1,5)

$E = R - Y$

$\frac{y(s)}{R(s)} = \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K} = T(s);$

Degrau: $E = \frac{1}{s} - T(s)\frac{1}{s};\quad e = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{s} - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s}\right) = \lim_{s\to 0}\left(1 - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\right) = 1 - \frac{20K}{20K} = 0$

Rampa: $E = \frac{1}{s^2} - T(s)\frac{1}{s^2}; e = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{s^2} - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s^2}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{s} - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s}\right)$

$$e = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^3 + 9s^2 + 10(K-1)s + \cancel{20K} - Ks^2 - 12Ks - \cancel{20K}}{s^3 + 9s^2 + 40s + 100}\frac{1}{s}\right)$$

$$e = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + (9-K)s - 2K - 10}{s^3 + 9s^2 + 10(K-1)s + 20K}\right) = \frac{-2K-10}{20K} = -0{,}1 - 0{,}5/K$$

Parábola: $E = \frac{1}{s^3} - T(s)\frac{1}{s^3} = e = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{1}{s^3} - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s^3}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{1}{s^2} - \frac{K(s+2)(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s^2}\right)$

$$e = \lim_{s\to 0}\left(\frac{s^2 + (9-K)s - 2K - 10}{s^3 + 9s^2 + 10(K-1)s + 20K}\frac{1}{s}\right) = -\infty$$

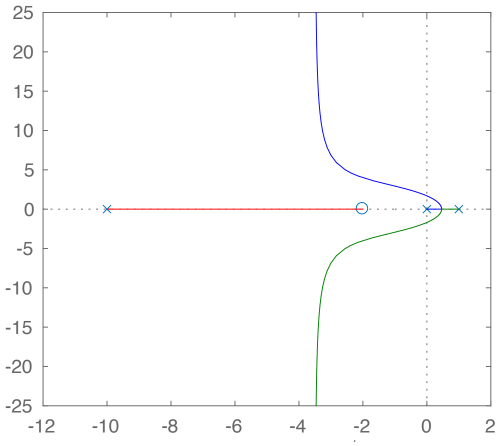
$\frac{Y(s)}{W(s)}$: $e = r - y =$ -y

Degrau: $y = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{s(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s}\right) = 0.$

Rampa: $y = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{s(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s^2}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\right) = \frac{10}{20K} = \frac{0{,}5}{K}.$

Parábola: $y = \lim_{s\to 0} s\left(\frac{s(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s^3}\right) = \lim_{s\to 0}\left(\frac{(s+10)}{s^3+9s^2+10(K-1)s+20K}\frac{1}{s}\right) = \infty.$

Entrada\ Sinal	r	pt	w	pt
a) degrau $e_{ss} =$	0	0,1	0	0,1
b) rampa $e_{ss} =$	$-0{,}1 - 0{,}5/K$	0,5	−0,5/K	0,4
c) parábola $e_{ss} =$	$-\infty$	0,2	-∞	0,2



e) se $m < n - 1 \Rightarrow \sum_{MA} p_i = \sum_{MF} p_j$; s_1 = -5. n=3; m=1; Esboço do LGR mostra dois ramos tendendo para as assíntotas em ±90º. Então os dois polos restantes são complexos conjugados.

$$-10 + 0 + 1 = -5 - 2\,\sigma$$

$$\sigma = -4/2 = -2$$

3ª Questão (3,6) LGR.

i) $MA = \frac{3}{s(s+1)(s+3)}$ $\quad MF = \frac{\frac{K}{s(s+1)}}{1+\frac{3K}{s(s+1)(s+3)}} = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+3)+3K} = \frac{K(s+3)}{s^3+4s^2+3s+3K}$

ii) $MA = \frac{3}{s(s+1)(s+2)(s+3)}$ $\quad MF = \frac{\frac{K}{s(s+1)(s+2)}}{1+\frac{3K}{s(s+1)(s+2)(s+3)}} = \frac{K(s+3)}{s(s+1)(s+2)(s+3)+3K} = \frac{K(s+3)}{s^4+6s^3+11s^2+6s+3K}$

iii) $MA = \frac{5(s+2)}{s(s+1)(s+5)}$ $\quad MF = \frac{\frac{K(s+2)}{s(s+1)}}{1+\frac{5K(s+2)}{s(s+1)(s+5)}} = \frac{K(s+2)(s+5)}{s(s+1)(s+5)+5K(s+2)} = \frac{K(s+3)}{s^3+6s^2+5(K+1)s+10K}$

c: i) $a = s^3 + 4s^2 + 3s; b = 3; b\frac{da}{ds} - a\frac{db}{ds} = 3(3s^2 + 8s + 3) \rightarrow s_1 =$- 2.2153; $\boxed{s_2 = - 0.4514}$

	i)	ii)	iii)
a) (0,6) Parte real do LGR$^+$.	(-∞,-3] U [-1,0]	[-3,-2] U [-1,0]	[-5,-2] U [-1,0]
b) (1,2) Assíntotas: ângulos	±60º e 180º	±45º e ±135º	±90º
centroide	$\frac{0\ -1\ -3}{3} = -4/3$	$\frac{0-1-2-3}{4} = -3/2$	$\frac{0-1-5+2}{3-1} = -2$
c) (1,2) Pontos de ramificação	-0,4514	-2,618 e -0,382	-0,5578

a) (0,6) Esboço