Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB

Prof. Adolfo Bauchspiess
http://www.ene.unb.br/adolfo/ADL
160041 Análise Dinâmica Linear - 2º/2004

Sexta-Feira, 05 de novembro de 2004, 7^{30} - 10^{00}, Auditório ENE

Curso: Eng. ___________________Turma: ___

Nome:____Matrícula:______

1ª PROVA -RESOLUÇÃO

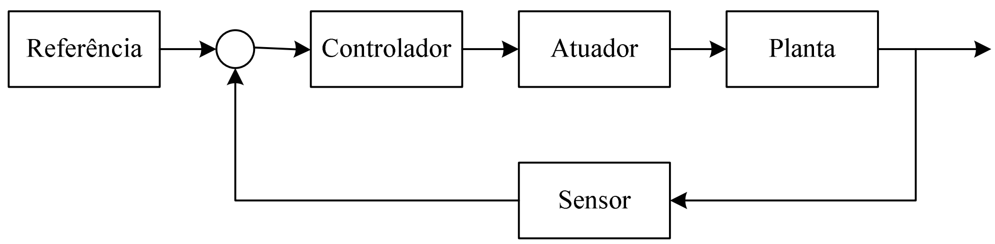
1ª Questão: 2,5 Pts

Considere o problema de manter a temperatura de “conforto” no auditório do ENE. Descreva de forma sucinta os seguintes elementos:

a) (0,4) Planta.
b) (0,3) Sensor.
c) (0,3) Atuador.
d) (0,3) Referência.
e) (0,3) Controlador.
f) (0,4) Perturbação.
g) (0,5) Utilizando estes elementos, apresente o diagrama de blocos correspondente.

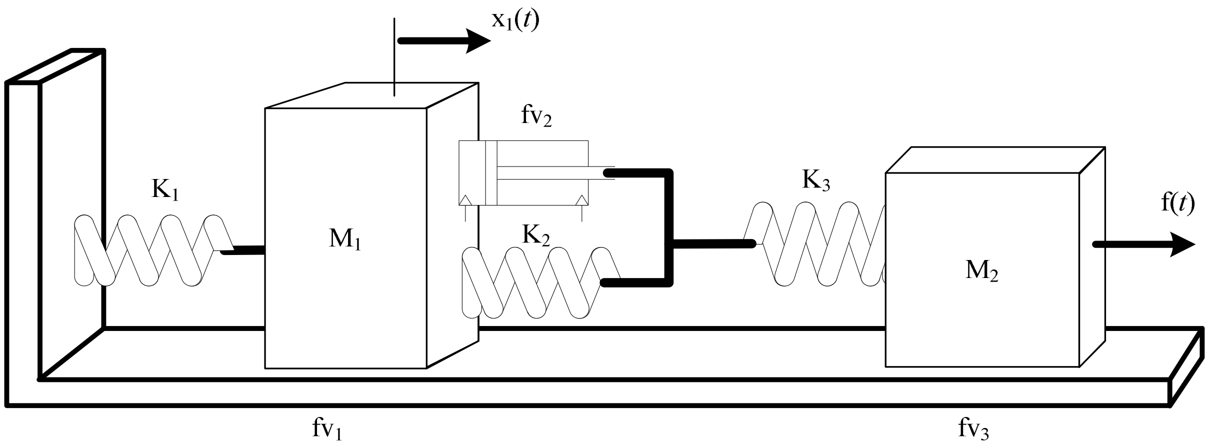
-----

a) Planta – O volume compreendido pelas paredes o piso e o teto do auditório do ENE.
b) Sensor – Há um sensor dentro do aparelho de ar condicionado. Ele mede a “temperatura de retorno” do ar como representativa da temperatura ambiente.
c) Atuador – O aparelho de ar condicionado. O compressor que impulsiona o gás pela serpentina e o ventilador que insufla o ar no ambiente. Em conjunto eles produzem a convecção de ar frio para dentro do auditório.
d) Referência – A referência é o seletor “Frio” do aparelho.
e) Controlador – Um termostato compara a temperatura de retorno do ar com a referência. De acordo com limites pré-estabelecidos liga e desliga o compressor. Se a potência do aparelho é insuficiente para atingir a temperatura de referência, então este fica continuamente ligado.
f) Perturbação – Entrada e saída de pessoas, chuva, ventos, nuvens, porta aberta etc.
g)



2ª Questão: 2,5 Pts Considere o sistema mecânico a seguir:
Com K_i - N/m, fv_j – N.s/m, M_k – kg (i=1:3, j=1,3, k=1,2).

a) (0,5) Quantos são os graus de liberdade? Justifique.
b) (1) Obtenha as equações de movimento.
c) (1) Qual a ordem da função de transferência $X_1(s)/F(s)$



-----
a) 3 Graus de Liberdade, pois as massas M_1, M_2 e a junção entre as molas podem se mover de forma independente.
b)

$$(M_1 s^2 + (fv_1 + fv_2)s + K_1 + K_2)X_1(s) - (fv_2 s + K_2)X_2(s) = 0$$

$$-(fv_2 s + K_2)X_1(s) + (fv_2 s + K_2 + K_3)X_2(s) - K_3 X_3(s) = 0$$

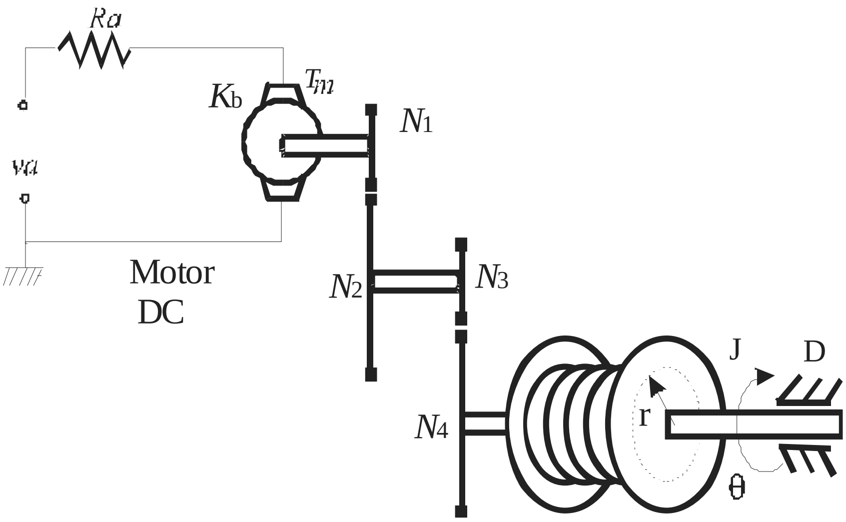
$$-K_2 X_2(s) + (M_2 s^2 + fv_3 s + K_3 X_3(s) = F(s)$$

c) Ordem da função de transferência

Com $M_1=M_2=K_1=K_2=K_3=fv_1=fv_2=fv_3=1$ obtêm-se uma função de transferência de 4ª ordem, devido ao cancelamento de um pólo com o zero em s=-1.
Para diversas combinações de parâmetros ocorre o cancelamento. Em geral, no entanto, não há cancelamento e a função é de 5ª ordem.

3ª Questão: 2,5 Pts Considere o seguinte sistema mecânico utilizado para acionar uma carga rotacional.
O motor de corrente contínua utiliza imã permanente para gerar o campo. R_a = 1 **Ω**, a indutância de armadura é desprezível. A tensão contra-eletromotriz é dada por $K_b\dot{\theta}_m$, com K_b = 1*V s/rad*. K_t = 1*N m/A*. O torque do motor T_m é transmitido à carga através de um trem de engrenagens (N_1=N_3=10; N_2=N_4=40). O mancal utilizado apresenta um coeficiente de atrito viscoso *D* = 1 *N m s/rad*. O momento de inércia do motor pode ser desprezado em relação ao momento de inércia da carga *J* (*kg m*^{2}).

a) (0,5) Escreva a equação que relaciona a tensão de entrada, v_a, e o torque motor T_m.
b) (0,5) Obtenha o torque do motor refletido no eixo da carga, *T*.
c) (0,5) Mostre a equação de movimento rotacional da carga em função do torque *T*.
d) (1,0) Calcule a função de transferência $\theta(s)/V_a(s)$.



-----

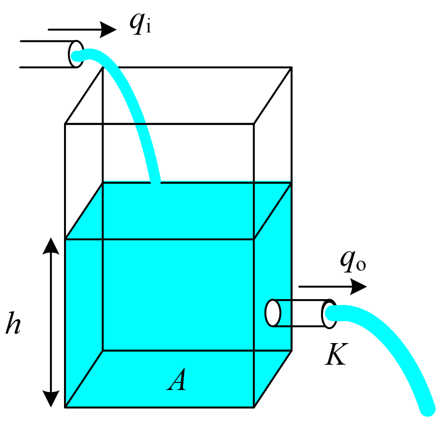
a) $\left.\begin{aligned} V_a(s) &= R_a I_a + K_b s\theta_m(s) \\ T_m &= K_t I_a \end{aligned}\right\} \rightarrow V_a(s) = R_a \dfrac{T_m}{K_t} + K_b s\theta_m(s) \;\; \rightarrow V_a(s) = T_m + s\theta_m(s)$

b) $T_m = \dfrac{N_1 N_3}{N_2 N_4} T \qquad \rightarrow T_m = \dfrac{1}{16} T$

c) $(Js^2 + Ds)\theta = T \qquad \rightarrow (Js^2 + s)\theta = T$

d) $V_a(s) = \dfrac{(Js^2 + s)\theta}{16} + s16\theta(s) = (\dfrac{J}{16}s^2 + (16 + 1/16)s)\theta(s)$

$$\boxed{\frac{\theta(s)}{V_a(s)} = \frac{16}{s(Js + 257)}}$$



4ª Questão: (2,5 pts) Em um sistema de nível de líquidos a variação da coluna de água, *h*, é função da diferença entre entrada e a saída de líquido: $A\dfrac{dh}{dt} = (q_i - q_o)$, onde *A* é a seção transversal do reservatório e q_i, q_o são as respectivas vazões volumétricas (cm^3/s). A vazão de saída, por sua vez, pela lei de Bernoulli, varia com a raiz quadrada da altura da coluna líquida: $q_o = K\sqrt{h}$, onde *K* é uma constante característica da válvula de saída ("perda de carga"). Desta forma a altura da coluna d'água neste sistema é descrita por uma equação diferencial não linear:

$$A\frac{dh}{dt} + K\sqrt{h} = q_i$$

a) (1,0) Obtenha o modelo linearizado deste sistema em torno do ponto de operação $h = \bar{h}$.

b) (0,5) Considerando agora $\bar{h} = 10cm$, $A = 125cm^2$ e $K = 50\,cm^{2,5}/s$, qual a vazão de entrada necessária para manter este nível em regime permanente?

c) (1,0) Qual a função de transferência (de pequenos sinais) neste ponto de operação?

----

a)

$$q_i = \bar{q}_i + \delta q_i; \qquad h = \bar{h} + \delta h$$

$$\frac{d(\bar{h} + \delta h)}{dt} = \frac{d\delta h}{dt}$$

$$f(h) = K\sqrt{h}$$

$$f(h) = f(\bar{h}) + \left.\frac{df}{dh}\right|_{h=\bar{h}}(h - \bar{h}) + \ldots \text{q}$$

$$f(h) \approx K\sqrt{\bar{h}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}(h - \bar{h})$$

$$A\frac{dh}{dt} + K\sqrt{h} = q_i$$

$$A\frac{d\delta h}{dt} + K\sqrt{\bar{h}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}\delta h = q_i$$

$$A\frac{d\delta h}{dt} + K\sqrt{\bar{h}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}\delta h = q_i$$

$$A\frac{d\delta h}{dt} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}\delta h = q_i - K\sqrt{\bar{h}} = q_i - \bar{q}_i = \delta q_i$$

Modelo Linearizado: $\boxed{A\dfrac{d\delta h}{dt} + \dfrac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}\delta h = \delta q_i}$

b) Em regime permanente $\boxed{\bar{q}_i = K\sqrt{\bar{h}} = 50\sqrt{10}\,\dfrac{cm^3}{s}}$

c) $\left(As + \dfrac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}\right)\delta H(s) = \delta Q_i(s) \quad \rightarrow \dfrac{\delta H(s)}{\delta Q_i(s)} = \dfrac{1}{As + \dfrac{K}{2\sqrt{\bar{h}}}} \quad \rightarrow \boxed{\dfrac{\delta H(s)}{\delta Q_i(s)} = \dfrac{1}{125s + \dfrac{25}{\sqrt{10}}}}$