GABARITO

1ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 2°/2019

1ª Questão: (2,0) Assinale **V**erdadeiro ou **F**also (na folha de respostas), justificando cada aspecto que considere incorreto. Itens considerados **V**erdadeiros não precisam ser justificados.

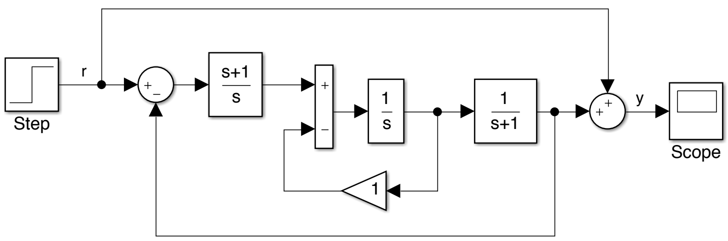
a) (0,5) O objetivo de um sistema de controle é seguir referências e rejeitar perturbações. O detetor de erro em conjunto com um integrador permite seguir os tipos mais comuns de referências, mesmo na presença de saturação do atuador.
b) (0,5) Sobrepasso, M_p, tempo de subida, t_r, e tempo de acomodação, t_s, são especificações dinâmicas, e dependem da posição dos pólos em malha fechada. Já o erro em regime permanente, pode ser calculado através dos coeficientes de erro, e não depende modos do sistema.
c) (0,5) Álgebra de diagrama de blocos e regra de Mason fornecem, necessariamente, o mesmo resultado para uma função de transferência. A excessão é quando houver um caminho direto entre entrada e saída. Este caminho direto não será dividido pelo Δ (determinante) da regra de Mason.
d) (0,5) Se um sistema de 2ª ordem apresenta sobre-passo na resposta ao degrau significa que tem polos complexos conjugados.

---

a) F – Se houver saturação não será possível garantir que um determinado sinal será seguido. Os coeficientes de erro, não levam em conta uma eventual saturação.

b) F – Os coeficientes de erro só podem ser utilizados se a realimentação for unitária. O erro depende dos modos de forma indireta. Por exemplo, $K_p = \lim_{s\to 0} G(s) = \lim_{s\to 0} \frac{K(s+z)}{(s+p_1)(s+p_2)} = \frac{Kz}{p_1 p_2}$; modos $e^{-p_1 t} e\ e^{-p_2 t}$. K_p e modos dependem dos polos. Difrentes modos levam a diferentes erros em regime permanente.

c) F – Não há exceção. Mason ou álgebra de blocos sempre fornecem o mesmo resultado. Um caminho entre entrada e saída, que não passa pelos nós com dinâmica, não incluirá Δ.

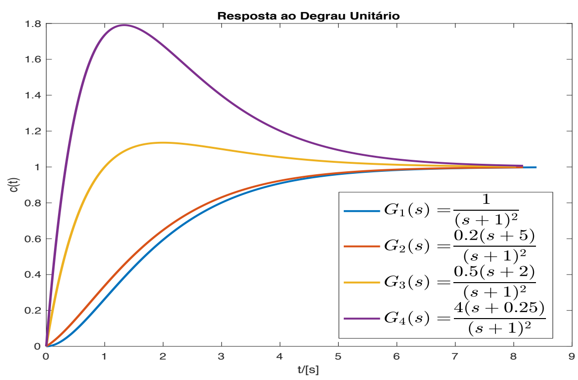


$$\frac{Y(s)}{R(s)} = 1 + \frac{\sum_k T_k \Delta_k}{\Delta}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = 1 + \frac{T_1}{1 - L_1 - L_2}$$

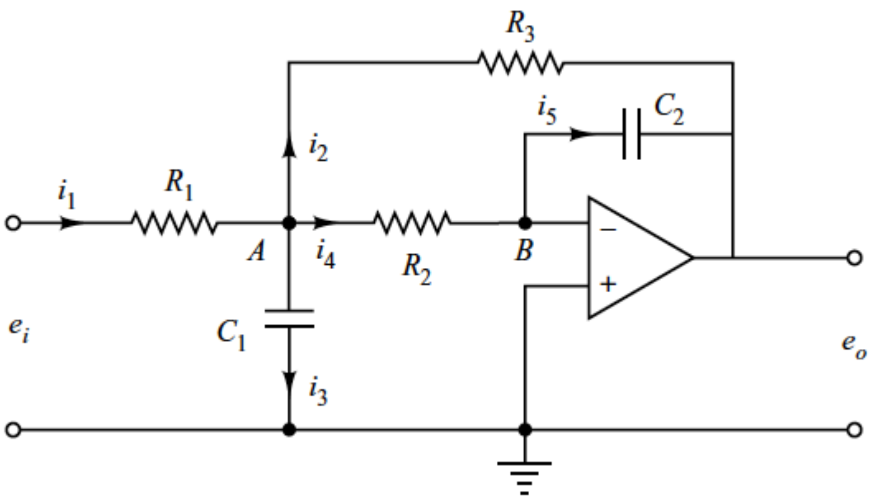
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = 1 + \frac{s^{-2}}{1 + s^{-1} + s^{-2}}$$

d) F – Um sistema com polos distintos e zero na função de transferência, pode apresentar sobrepasso. O zero $(s+z)$ acrescenta um "derivador" à função de transferência, que pode provocar sobrepasso. (Ver CSD_exercícios.pdf)



2ª Questão (2,5) Considere um AmpOp ideal para o seguinte circuito.

a) Calcule a função de transferência $E_o(s)/E_i(s)$.
b) Assumindo $R_1 = R_2 = 1$ kΩ calcule R_3, C_1 e C_2 de tal forma que o circuto apresente um ganho de -2, uma resposta subamortecida com um sobrepaso de 12% e um tempo de acomodação (2%) de 32 *ms*.



---

a) Função de transferência $E_o(s)/E_i(s)$.

Lei dos nós (A): $\frac{V_A - V_i}{R_1} + \frac{V_A}{1/sC_1} + \frac{V_A}{R_2} + \frac{V_A - V_o}{R_3} = 0$

Terra virtual (V_B=0; i_4=i_5): $\frac{V_A}{R_2} = \frac{-V_o}{\frac{1}{sC_2}}$

$$\boxed{\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{-R_3}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 R_3 + sC_2(R_1R_2 + R_1R_3 + R_2R_3) + R_1}}$$

$$\boxed{\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{-1/C_1C_2R_1R_2}{s^2 + s(1/R_1 + 1/R_2 + 1/R_3)/C_1 + 1/C_1C_2R_2R_3}}$$

b) $\frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{A\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$; $\quad \omega_n^2 = \frac{1}{C_1C_2R_2R_3}$; $\quad A = \frac{-R_3}{R_1}$; $\quad 2\zeta\omega_n = \frac{1}{C_1}(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3})$

$A = -2$; $\quad M_p = 12\% \rightarrow \zeta = 0{,}559$; $\quad t_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} = 0{,}032 \rightarrow \omega_n = 223{,}6$;

$\boxed{R_3 = 2K\Omega;\ C_1 = 10\mu F;\ C_2 = 1\mu F;}$

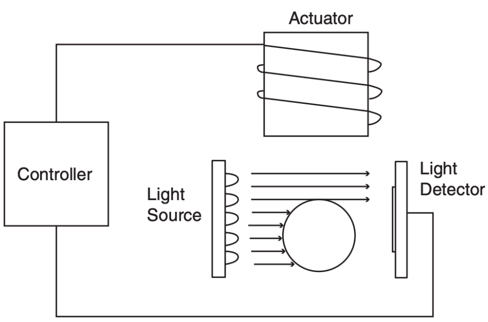
3ª Questão (2,5) Considere o sistema de levitação magnética mostrado, com $m\ddot{x} = mg - f$; A força magnética, $f = ki^2/x^2$, produzida pela bobina, contrapõem a força da gravidade. Obtenha a função de transferência $\delta X(s)/\delta I(s)$, do modelo linearizado, que descreve a posição da esfera x, em função da corrente, i, em pequenos sinais.

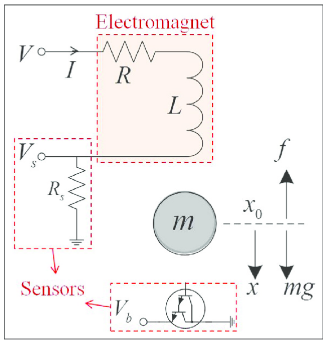
Obs: $x(t) = x_0 + \delta x(t)$; $\mathcal{L}\{\delta x(t)\} = \delta X(s)$; $i(t) = i_0 + \delta i(t)$; $\mathcal{L}\{\delta i(t)\} = \delta I(s)$;

a) Para uma corrente i_0, a esfera permanecerá estática em x_0. Calcule x_0 em função de i_0.
b) Aproxime a componente não-linear f, pelos primeiros termos da série de Taylor:

$$f(x,i) \approx L(x,i) = f(x_0,i_0) + \left.\frac{\partial f}{\partial x}\right|_{x_0,i_0} \delta x + \left.\frac{\partial f}{\partial i}\right|_{x_0,i_0} \delta i$$

c) Calcule $\delta X(s)/\delta I(s)$.





---

a) Em x_0 (estático), $mg = \frac{ki^2}{x^2}$; $\boxed{x_0 = i_0\sqrt{k/mg}}$

b) $\boxed{f(x,i) \approx L(x,i) = \frac{ki_0^2}{x_0^2} - 2ki_0^2/x_0^3\delta x + 2ki_0/x_0^2\delta i}$

c)

$$m\ddot{x} = mg - \frac{ki_0^2}{x_0^2} + \frac{2ki_0^2}{x_0^3\delta x} - \frac{2ki_0}{x_0^2\delta i};\quad ms^2\delta X(s) - \frac{2ki_0^2}{x_0^3}\delta X(s) = -2ki_0/x_0^2\delta I(s);$$

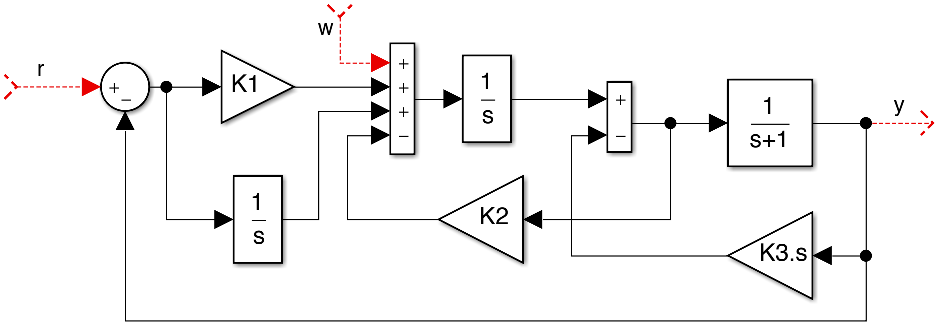
$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2ki_0/x_0^2}{ms^2 - \frac{2ki_0^2}{x_0^3}} = \frac{-2ki_0x_0}{mx_0^3s^2 - 2ki_0^2} = \frac{-2ki_0^2(k/mg)^{1/2}}{mi_0^3(k/mg)^{3/2}s^2 - 2ki_0^2} = \frac{-2k^{\frac{3}{2}}/(mg)^{1/2}}{mi_0(k/mg)^{3/2}s^2 - 2k}$$

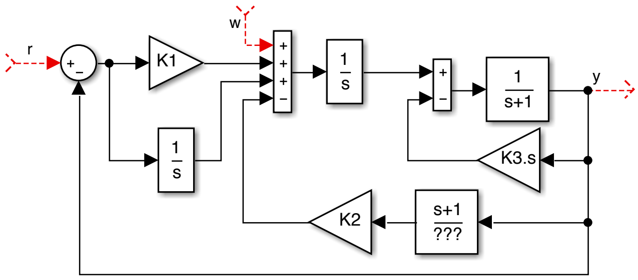
$$x_0 = i_0\sqrt{k/mg};$$

$$\boxed{\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-\frac{2ki_0}{mx_0^2}}{s^2 - \frac{2ki_0^2}{mx_0^3}} = \frac{-\frac{2ki_0}{mx_0^2}}{\left(s + \sqrt{\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}\right)\left(s - \sqrt{\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}\right)}};\quad \frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-\frac{2ki_0}{mx_0^2}}{s^2 - \frac{2ki_0^2}{mx_0^3}} = \frac{-\frac{2g}{i_0}}{s^2 - \frac{2k}{mi_0\left(\frac{k}{mg}\right)^{\frac{3}{2}}}}$$

$$\frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2g/i_0}{s^2 - \frac{2\sqrt{m/k}(g)^{3/2}}{i_0}}$$

4ª Questão (3,0) Considere o seguinte sistema de controle, com referência $R(s) = 2/s^3$ e perturbação $W(s) = 3/s^2$. Assumindo que o sistema seja estável em malha fechada, calcule o erro erro em regime permanente, $e_{ss} = r - y$, em função de K1, K2 e K3. (Superposição!).

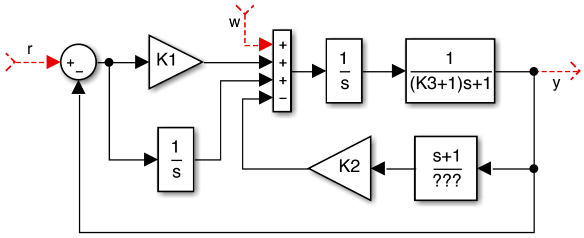


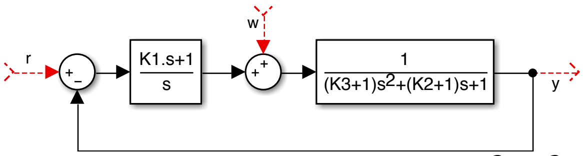


Com realimentação unitária, vê-se que o sistema é do tipo 1 para R(s). $Ka = 0;\ Ess\ (2/s3) = 1/Ka\ \rightarrow \infty$

Ou, pela função de transferência:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1 s + 1}{(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1}$$





$$E(s) = R(s) - Y(s) = \frac{2}{s^3} - \frac{2}{s^3}\frac{K_1 s + 1}{(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1}$$

$$E(s) = \frac{2[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1] - 2(K_1 s + 1)}{s^3[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1]}$$

$$E(s) = \frac{2[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + s]}{s^3[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1]}$$

$$e(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{2[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + s]}{s^3[(K_3+1)s^3 + (K_2+1)s^2 + (K_1+1)s + 1]} = \infty$$

Para W(s):

$$\frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{s}{(K3+1)s^3 + (K2+1)s^2 + s + K1s + 1}$$

$$E(s) = \big(R(s) - Y(s)\big) = -W(s)\frac{s}{(K3+1)s^3 + (K2+1)s^2 + s + K1s + 1}$$

$$e(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{-3}{s^2}\frac{s}{(K3+1)s^3 + (K2+1)s^2 + s + K1s + 1} = -3$$

Por superposição: $e(t \to \infty) = \infty - 3 = \infty$

1ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 2°/2019

Nome: ____Matrícula: _______________

Curso: Eng. ________________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.**Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

CADERNO DE RESPOSTAS

1ª Questão: (2,0) V/F.

a) (0,5) F Justificativa: A saturação limita o seguimento de referências e a rejeição de perturbações. Para referências em degrau, por exemplo, o erro pode ser maior que o previsto para o sistema linear. Para rampas e parábolas de referência, o erro tenderá para infinito.

b) (0,5) F Justificativa: Modos dependem dos polos. Erro depende dos polos. Difrentes modos levam a diferentes erros em regime permanente.

c) (0,5) F Justificativa: Só os caminhos entre entrada e saída que são afetados alguma malha (dinâmica) incluirão Δ.

d) (0,5) F : zeros na função de transferência ("s" no numerador são derivadores) podem produzir sobrepasso para sistemas de 2ª ordem com pos reais.

2ª Questão (~~2,5~~**3,0**)

a) **(1,5)** $E_o(s)/E_i(s) = \frac{E_o(s)}{E_i(s)} = \frac{-R_3}{s^2C_1C_2R_1R_2R_3+sC_2(R_1R_2+R_1R_3+R_2R_3)+R_1}$

b) **(1,5)** $R_3 = 2K\Omega;\ C_1 = 10\mu F;\ C_2 = 1\mu F;$

3ª Questão (~~2,5~~**3,0**)

a) **(0,5)** $x_0 = x_0 = i_0\sqrt{k/mg}$

b) **(1,0)** $L(x,i) = f(x,i) \approx L(x,i) = \frac{ki_0^2}{x_0^2} - 2ki_0^2/x_0^3\delta x + 2ki_0/x_0^2\delta i$

c) **(1,5)** $\delta X(s)/\delta I(s) = \frac{\delta X(s)}{\delta I(s)} = \frac{-2ki_0/mx_0^2}{s^2-\frac{2ki_0^2}{mx_0^3}}$

4ª Questão: (~~3,0~~**2,0**) $e_{ss} = \infty - 3 = \infty$

(1,5) $e_R(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} \frac{2[(K_3+1)s^2+(K_2+1)s+1]}{s[(K_3+1)s^3+(K_2+1)s^2+(K_1+1)s+1]} = \infty$

(0,5) $e_W(t \to \infty) = \lim_{s\to 0} s\frac{-3}{s^2}\frac{s}{(K3+1)s^3+(K2+1)s^2+s+K1s+1} = -3$

Obs: $e_R(t \to \infty) = \infty$ não dispensa automaticamente o cálculo de $e_W(t \to \infty)$. Se este fosse, por exemplo, $-\infty$, seria necessário avaliar o crescimento mais rápido.
A maioria da turma não calculou $e_W(t \to \infty)$, recomendando o remanejamento da pontuação.
(O gabarito original considerava 1,5 pontos para $e_W(t \to \infty)$).