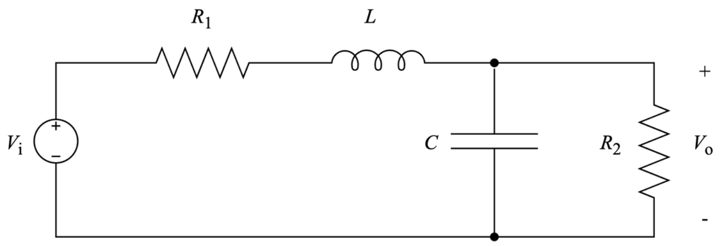
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
ENE/FT/UnB Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
Só é permitido o uso de ***calculadora científica básica****.*
(Números complexos & funções trigonométricas)
BT-25/15, 06/10/2023, 7^{00}-10^{00}

Gabarito - 1ª Prova – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2023.2

1ª Questão (2,0) Considere o seguinte circuito elétrico.

a) (1,0) Calcule a função de transferência $V_o(s)/V_i(s)$.
b) (1,0) Considerando R_1=R_2= 1, L = 0,5 calcule C de para que a resposta ao degrau apresente um sobrepasso de 30%.



----
a)

$$\left(R_1+Ls+\frac{1}{sC}\right)I_1-\frac{1}{sC}I_2=V_i \qquad \Delta=\left(R_1+Ls+\frac{1}{sC}\right)\left(R_2+\frac{1}{sC}\right)-\frac{1}{s^2C^2}$$

$$\frac{-1}{sC}I_1+\left(R_2+\frac{1}{sC}\right)I_2=0 \qquad \Delta=R_1R_2+\frac{R_1}{sC}+\frac{R_2}{sC}+R_2Ls+\frac{L}{C} \qquad I_2=\frac{\frac{V_i}{sC}}{\Delta}$$

$$\frac{V_o}{V_i}(s)=\frac{R_2}{s^2R_2LC+s(R_1R_2C+L)+R_1+R_2} \qquad \frac{V_o}{V_i}(s)=\frac{1}{s^2LC+s(R_1C+L/R_2)+R_1/R_2+1}$$

$$\frac{V_o}{V_i}(s)=\frac{1/LC}{s^2+s(R_1/L+1/R_2C)+R_1/R_2LC+1/LC}$$

b) Mp = 30% → ζ = 0,35 ; R_1=R_2= 1, L = 0,5

$$\frac{V_o}{V_i}(s)=\frac{1}{s^2 0.5C+s(C+0{,}5)+2}$$

$$den(s)=s^2+s(2+1/C)+4/C$$

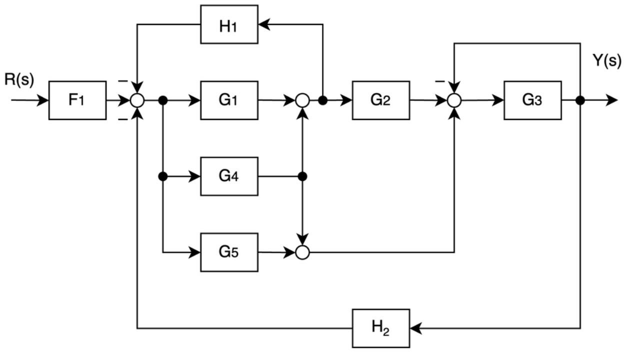
$$\omega_n^2=4/C$$
$$2\zeta\omega_n=2+1/C$$

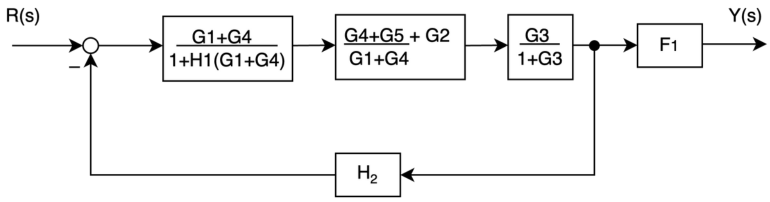
$$4\zeta^2\omega_n^2=4+\frac{4}{C}+\frac{1}{C^2}$$
$$4\zeta^2\frac{4}{C}=4+\frac{4}{C}+\frac{1}{C^2}$$
$$\frac{1.96}{C}=4+\frac{4}{C}+\frac{1}{C^2}$$

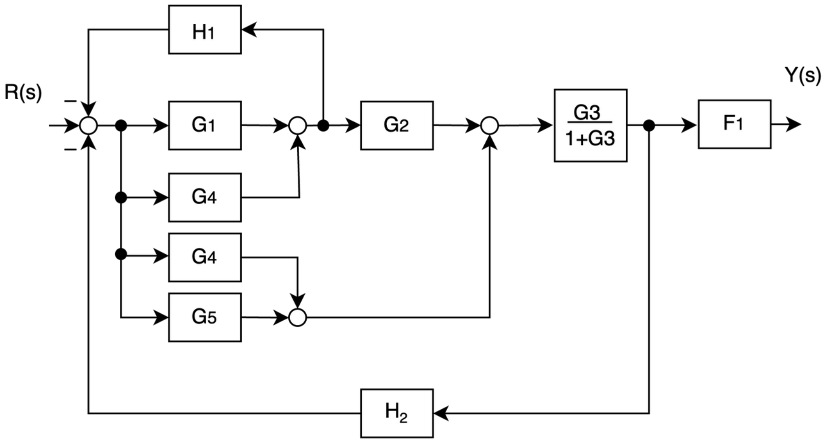
$$4C^2+2.04C+1=0$$
$$C=-0.255\pm0.430i$$

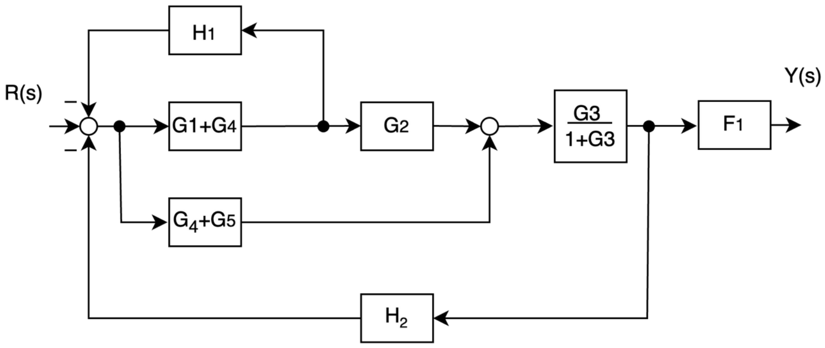
O valor complexo para C indica que, com R_1=R_2= 1, L = 0,5, não é possível obter M_p=30%.

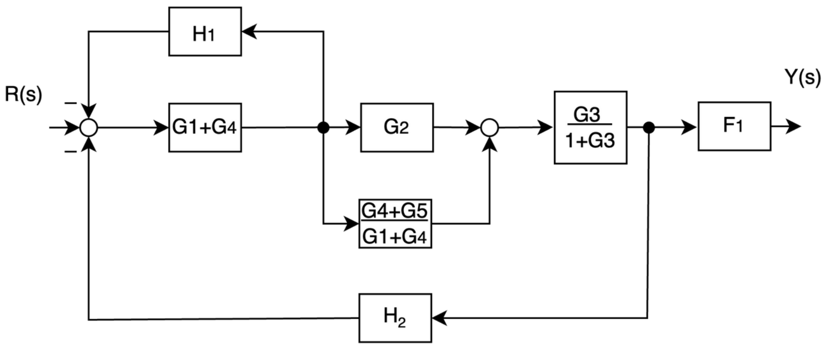
2ª Questão (2,0) Mostre os passos da álgebra de diagramas de blocos aplicados ao diagrama a seguir:
que produzam a seguinte malha de controle equivalente:



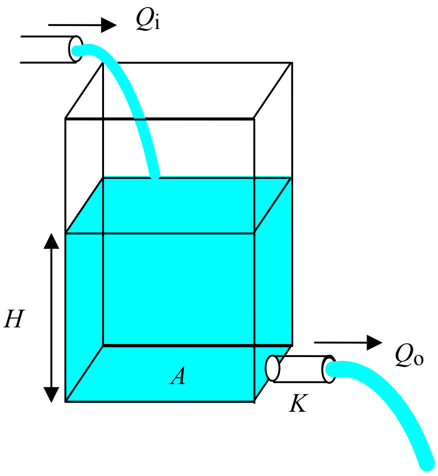








3ª Questão: (3,0) Em um sistema de nível de líquidos a variação da coluna de água, H, é função da diferença entre entrada e a saída de líquido, Q_i, Q_o [cm³/s]. A vazão de saída, turbulenta, varia com a raiz quadrada da altura da coluna líquida: $Q_o = K\sqrt{H}$, onde K é uma constante característica da válvula de saída. A é a seção transversal do reservatório. Desta forma a altura da coluna d'água é descrita por uma equação diferencial não linear:



$$A\frac{\mathrm{dH}}{\mathrm{dt}} + K\sqrt{H} = Q_i$$

a) (1,5) Obtenha o modelo linearizado em torno do ponto de operação $H = \bar{H}$.
b) (0,5) Considerando agora $\bar{H} = 20\,\mathrm{cm}$, A = 100 cm^2 e $K = 50\,\mathrm{cm}^{2,5}/s$, qual a vazão de entrada necessária para manter este nível em regime permanente?
c) (1,0) Qual a função de transferência (de pequenos sinais) neste ponto de operação?

---

a)

$$Q_i = \bar{Q}_i + q_i ; H = \bar{H} + h$$

$$\frac{d(\bar{H}+h)}{\mathrm{dt}} = \frac{dh}{\mathrm{dt}}$$

$$f(H) = K\sqrt{H}$$

$$f(H) = f(\bar{H}) + \left.\frac{\mathrm{df}}{\mathrm{dH}}\right|_{H=\bar{H}} (H-\bar{H}) + \ldots$$

$$f(H) \approx K\sqrt{\bar{H}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}(H-\bar{H})$$

$$A\frac{dh}{\mathrm{dt}} + K\sqrt{\bar{H}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}h = Q_i$$

$$A\frac{dh}{\mathrm{dt}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}h = Q_i - K\sqrt{\bar{H}} = Q_i - \bar{Q}_i = q_i$$

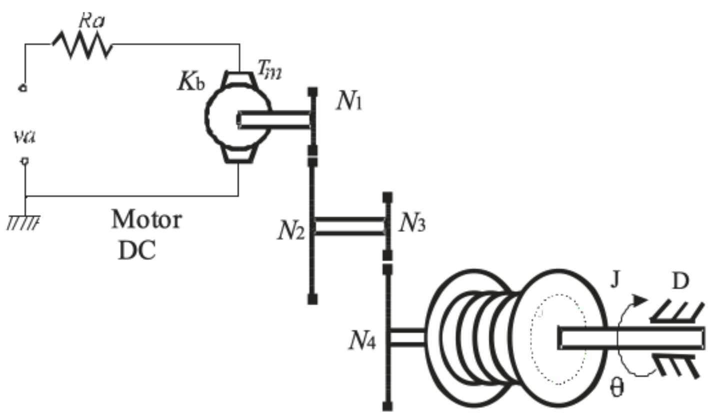
Modelo Linearizado: $A\frac{dh}{\mathrm{dt}} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}h = q_i$

b) Em regime permanente $\bar{Q}_i = K\sqrt{\bar{H}} = 50\sqrt{20}\frac{\mathrm{cm}^3}{s}$

c) $\left(\mathrm{As} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}\right)H(s) = Q_i(s) \rightarrow \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{\mathrm{As} + \frac{K}{2\sqrt{\bar{H}}}} \rightarrow \frac{H(s)}{Q_i(s)} = \frac{1}{100s + \frac{25}{\sqrt{20}}}$

4ª Questão: (3,0) Considere o seguinte sistema mecânico utilizado para acionar uma carga rotacional.
O motor de corrente contínua utiliza imã permanente para gerar o campo. R_a = 1 Ω, a indutância de armadura é desprezível. A tensão contra-eletromotriz é dada por $K_b\dot{\theta}_m$, com $K_b = 1 V\,s/rad$. $K_t = 1 N\,m/A$. O torque do motor T_m é transmitido à carga através de um trem de engrenagens (N_1=N_3=10; N_2=N_4=40). O mancal utilizado apresenta um coeficiente de atrito viscoso D = 1 $N\,m\,s/rad$. O momento de inércia do motor pode ser desprezado em relação ao momento de inércia da carga J ($kg\,m^2$).

a) (1,0) Escreva a equação que relaciona a tensão de entrada, v_a, e o torque motor T_m.
b) (0,5) Obtenha o torque do motor refletido no eixo da carga, T.
c) (0,5) Mostre a equação de movimento rotacional da carga em função do torque T.
d) (1,0) Calcule a função de transferência $\theta(s)/V_a(s)$.



-----

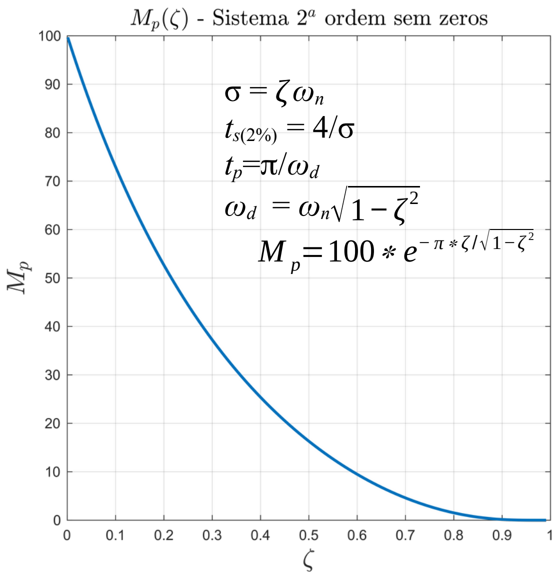
a) $$\left.\begin{array}{r} V_a(s)=R_a I_a+K_b s\theta_m(s) \\ T_m=K_t I_a \end{array}\right\} \rightarrow V_a(s)=R_a\frac{T_m}{K_t}+K_b s\theta_m(s) \qquad \rightarrow V_a(s)=T_m+s\theta_m(s)$$

b) $$T_m=\frac{N_1 N_3}{N_2 N_4}T \qquad \rightarrow T_m=\frac{1}{16}T$$

c) $$\left(\mathrm{Js}^2+\mathrm{Ds}\right)\theta=T \qquad \rightarrow \left(\mathrm{Js}^2+s\right)\theta=T$$

d) $$V_a(s)=\frac{\left(\mathrm{Js}^2+s\right)\theta}{16}+s\,16\theta(s)=\left(\frac{J}{16}s^2+(16+1/16)s\right)\theta(s)$$

$$\frac{\theta(s)}{V_a(s)}=\frac{16}{s(\mathrm{Js}+257)}$$



Nome: ____ Matrícula: ______________

Curso: Eng. ____________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**. **Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

CADERNO DE RESPOSTAS

1ª Questão: (2,0) V/F.

a) $V_o(s)/V_i(s) =$

b) $C\ (M_p = 30\%) =$

2ª Questão (2,0)

3ª Questão (3,0)

a) Modelo linearizado:

b) $\bar{Q}_i\left[\mathrm{cm}^3/s\right] =$

c) Função de transferência:

4ª Questão: (3,0)

a) $T_m =$

b) $T =$

c) $T\,(\theta)$

d) $\theta(s)/V_a(s) =$