



2ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS - 2º/2019

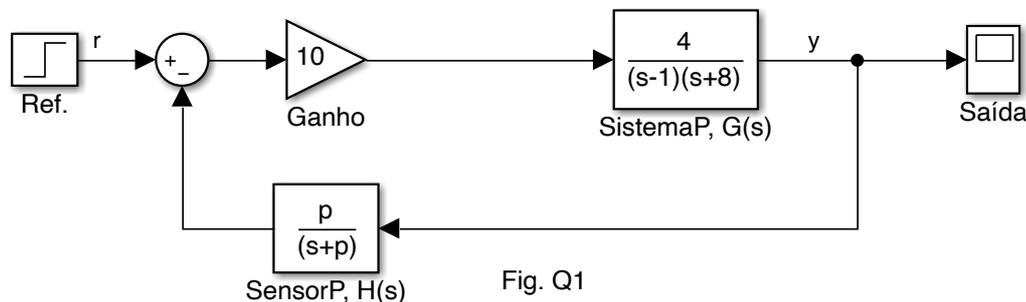


Fig. Q1

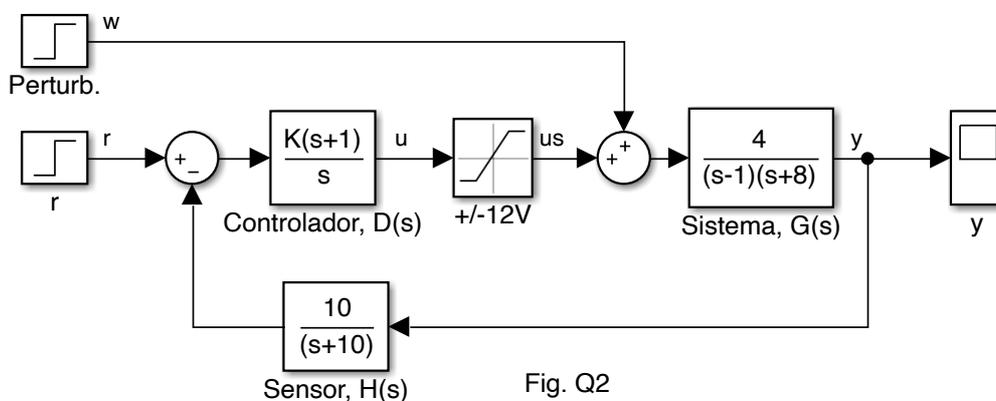


Fig. Q2

As questões 1 e 2, independentes entre si, visam avaliar diferentes aspectos do controle de um mesmo processo: 1) Escolha do sensor e 2) Escolha do ganho de um controlador PI.

1ª Questão: (3,0) Utilizando o LGR generalizado, para que valores do parâmetro p , na Fig. Q1,
a) O sistema é estável?
b) Temos o menor tempo de acomodação ($t_{s,2\%}$) possível de $Y(s)/R(s)$?

2ª Questão: (5,0) Esboce o LGR para o sistema de controle mostrado na Fig. Q2.

- (0,2) Parte real do LGR⁺ ($K > 0$).
- (0,4) Assíntotas: ângulos e centroide.
- (0,4) Pontos de ramificação*.
- (1,0) Para quais valores de K , $-\infty < K < \infty$, este sistema é estável?
- (1,0) Interseções do LGR⁺ com o eixo $j\omega$.
- (1,0) Complete o esboço acrescentando o LGR⁻ ($K < 0$). Indique, com setas “→”, o sentido crescente de K , $-\infty < K < \infty$, para cada ramo do LGR.
- (1,0) Se $K = 80$, a resposta a um degrau unitário de referência será cíclica. Qual a frequência da resposta em regime permanente? Por quê?

*Obs: Algumas “opções” para as raízes de $(b \frac{da}{ds} - a \frac{db}{ds})$. Apenas uma opção corresponde à Questão 2.

- roots([3 38 82 62 -80]) = [-10.2136 -1.5378 ± 1.352j 0.6226]
- roots([3 -30 -20 62 -80]) = [10.4714 -1.9871 0.7579 ± 0.8409j]
- roots([3 38 113 124 -80]) = [-9.0428 -2.0323 ± 1.5995j 0.4409]

3ª Questão: (2,0) Assinale Verdadeiro ou Falso (na folha de respostas), justificando *cada* aspecto que considere polêmico (em particular, as afirmações incorretas).

- (0,5) O número de mudanças de sinal na 1ª coluna do arranjo de Routh Hurwitz permite verificar se o sistema é estável ou não. Se todos os sinais forem positivos ou todos forem negativos o sistema será estável.
- (0,5) O controle de temperatura usual de aparelhos de ar condicionado de janela é do tipo liga-desliga. Se o compressor do aparelho, num dia quente, nunca desliga, é porque o sistema foi subdimensionado, e a temperatura nunca atingirá o valor desejado. Este fenômeno (não chaveamento) pode também ocorrer, se, por ignorância (da teoria de conforto térmico) a temperatura de referência for, inadvertidamente, escolhida muito baixa, e.g., 17 °C. Neste caso, a temperatura do ambiente será desconhecida e o sistema opera em malha aberta.
- (0,5) A operação em Malha Fechada aumenta o sobrepasso do sistema ao degrau de referência, quando ocorre saturação do atuador. Na operação em Malha Aberta, quando ocorre saturação do atuador, o sobrepasso não se altera.
- (0,5) Estabilidade e equilíbrio são conceitos distintos. Um ponto de equilíbrio pode ser estável ou instável, como ocorre, e.g., com um pêndulo. Há dois pontos de equilíbrio, um estável e outro instável. No ponto de equilíbrio instável há forças restauradoras que mantem o processo no ponto de equilíbrio. De acordo com o número de integradores no caminho direto, podemos calcular o erro a diferentes tipos de sinais, em malha fechada.

$$1 + K \frac{b(s)}{a(s)} = 0 \quad 1 + p \frac{\bar{b}(s)}{\bar{a}(s)} = 0 \quad \alpha = \frac{\sum \text{pólos} - \sum \text{zeros}}{n - m} \quad \theta = \frac{180^\circ(2k + 1)}{n - m} \quad \text{se } m < n - 1 \Rightarrow \sum_{MA} p_i = \sum_{MF} p_j$$

Nome: _____ Matrícula: _____

Eng. E □ M □ CADERNO DE RESPOSTAS – 2ª PROVA CSD 2º/2019

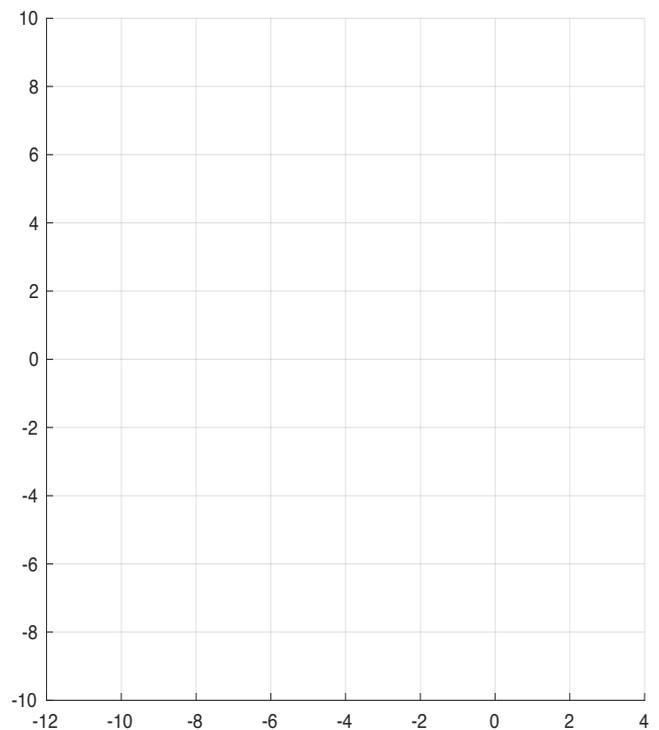
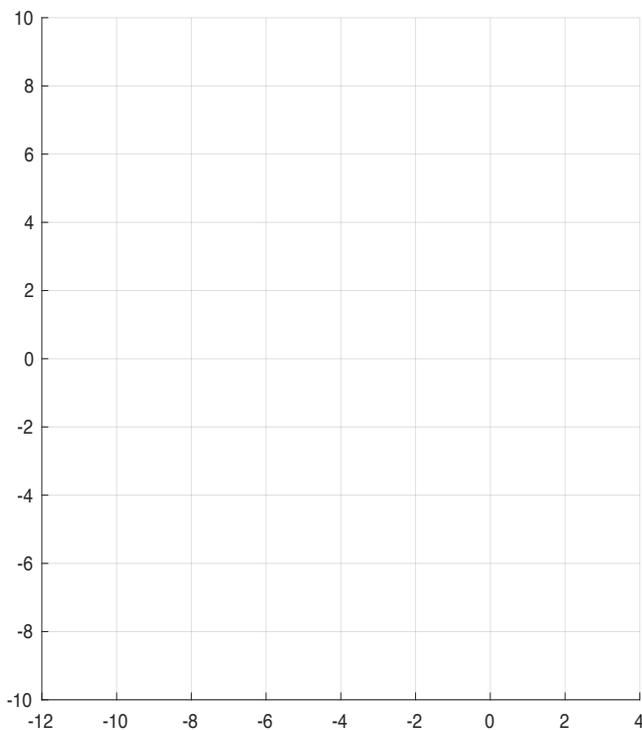
A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**.
Transcreva aqui, as respostas finais. *Não separar*, por favor, *as folhas* deste caderno de repostas!!

1ª Questão: (3,0)

- a) (2,0) $p(\text{estável})$:
 b) (0,5) $\min_p t_s =$ (0,5) $p_{min} =$

2ª Questão: (5,0)

- a) (0,2) Parte real do LGR+ :
 b) (0,4) Assíntotas:
 c) (0,4) Pontos de ramificação:
 d) (1,0) $K_{\text{estável}}$:
 e) (1,0) $\omega_{cr1} =$ $\omega_{cr2} =$ $\omega_{cr3} =$
 f) (1,0)



- g) (1,0) $\omega_{osc.} =$ Justificativa:

3ª Questão: (2,0) V/F.

- a) (0,5)
 b) (0,5)
 c) (0,5)
 d) (0,5)

Gabarito

1ª Questão:

Função de transf. em MF: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{40}{(s-1)(s+8)}}{1 + \frac{40p}{(s-1)(s+8)(s+p)}} = \frac{4(s+p)}{(s-1)(s+8)(s+p)+40p} = \frac{4(s+p)}{s^3+(7+p)s^2+(7p-8)s+32p}$;

Eq. Característica: $s^3 + 7s^2 - 8s + p(s^2 + 7s + 32) = 0$

$$1 + p \frac{(s^2+7s+32)}{s^3+7s^2-8s} = 0;$$

$$1 + p \frac{(s+3,5+4,4441j)(s+3,5-4,4441j)}{s(s-1)(s+8)} = 0$$

$$s^3 + (p + 7)s^2 + (7p - 8)s + 32p = 0$$

Routh-Hurwitz

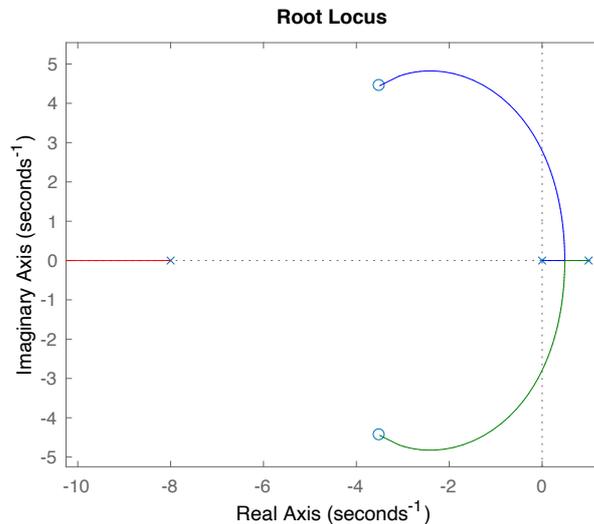
$$\begin{array}{r} s^3 \quad 1 \quad 7p - 8 \\ s^2 \quad p + 7 \quad 32p \\ s^1 \quad \frac{(p+7)(7p-8)-32p}{p+7} \\ s^0 \quad 32p \end{array}$$

$$\frac{7p^2 + 9p - 56}{p + 7}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} p > -7 \\ p < -3,5434 \text{ ou } p > 2,2577 \\ p > 0 \end{array} \right.$$

a) (2,0) p(estável): $\boxed{p > 2,2577}$

b) $\boxed{\min t_s = 4/3,5 = 1,1429 \text{ s}; p_{min} = \infty}$



O LGR generalizado, em função de p, mostra que a resposta mais rápida possível ocorre com $p \rightarrow \infty$ (polos \rightarrow zeros). Neste caso os polos dominantes têm parte real = -3,5; $t_s = 4/\sigma$.

Na Fig. Q1, $p \rightarrow \infty$ implica realimentação unitária. Assíntotas $\pm 90^\circ$, centroide -3,5.

2ª Questão:

Função de transferência em MF: $\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{4K(s+1)}{s(s-1)(s+8)}}{1 + \frac{40K(s+1)}{s(s-1)(s+8)(s+10)}} = \frac{4K(s+1)(s+10)}{s(s-1)(s+8)(s+10)+40K(s+1)}$

$$\frac{4Ks^2+44Ks+40K}{s^4+17s^3+62s^2+(40K-80)s+40K}$$

- a) (0,2) Polos em [0, 1, -8 e -10], zero em -1. LGR eixo real: [0 1], [-inf -10], [-8 -1].
- b) (0,4) 3 assíntotas: $\pm 60^\circ$ e 180° ; centroide $(1 + 0 - 8 - 10 - (-1))/3 = 5,333$
- c) (0,4) b(s) = s+1; a(s) = $s^4 + 17s^3 + 62s^2 - 80s$

$$\begin{aligned} \text{roots}(\text{conv}([1 \ 1],[4 \ 17*3 \ 62*2 \ -80])-[1 \ 17 \ 62 \ -80 \ 0]) = \\ \text{roots}([3 \ 38 \ 113 \ 124 \ -80]) = \boxed{[-9.0428 \ -2.0323 \pm 1.5995i \ 0.4409]} \end{aligned}$$

d) Routh-Hurwitz

$$\begin{array}{r}
 s^4 \quad 1 \quad 62 \quad 40K \\
 s^3 \quad 17 \quad 40K - 80 \\
 s^2 \quad 1134 - 40K \quad 17 * 40K \\
 s^1 \quad \frac{(1134 - 40K)(40K - 80) - 17 * 17 * 40K}{1134 - 40K} = \frac{-1600K^2 + 37000K - 90720}{1134 - 40K} \\
 s^0 \quad 680K
 \end{array}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K < 28,35 \\ 2,788 < K < 20,337 \\ K > 0 \end{array} \right.$$

Estável: $2,788 < K < 20,337$

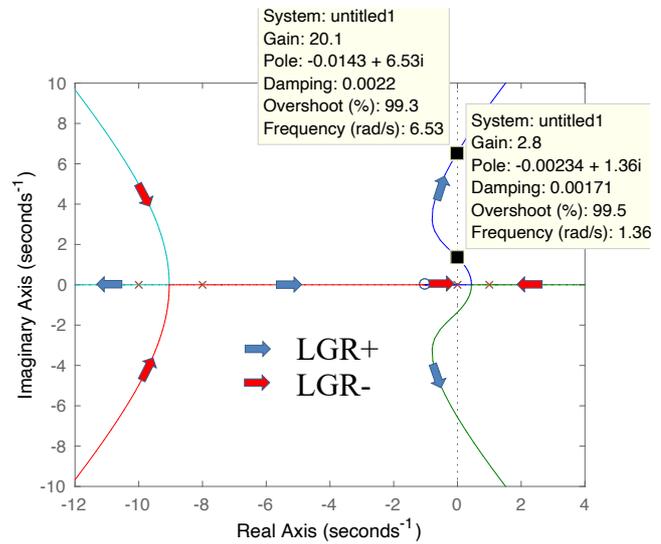
e) Interseções com o eixo jw:

$$s^4 + 17s^3 + 62s^2 + (40K - 80)s + 40K$$

$$\begin{aligned}
 \omega^4 - 62\omega^2 + 40K &= 0 \\
 -17\omega^3 + (40K - 80)\omega &= 0
 \end{aligned}$$

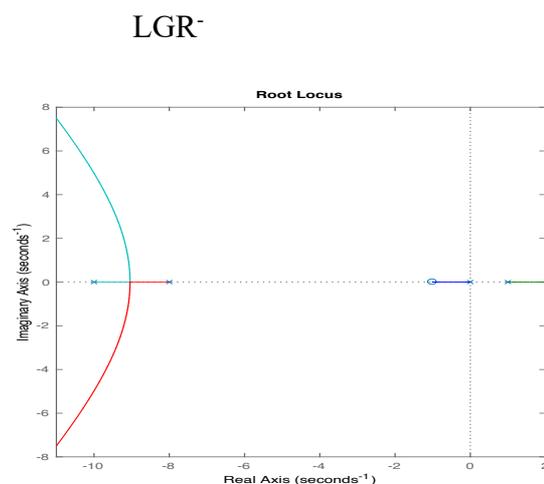
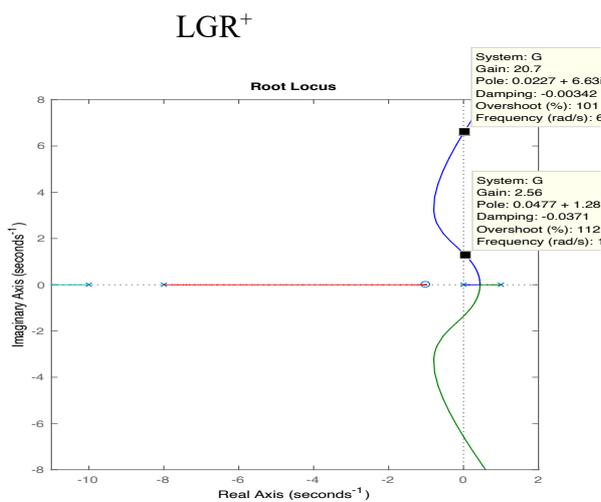
$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{(40K - 80)}{17}}$$

$$\omega_{0,1,2} = 0; 1,3617; 6,5686$$



Obs: $roots(\omega^4 - 62\omega^2 + 40K)_{K_1} = \{\pm 7.7554; \pm 1.3617\}$, e $roots(\omega^4 - 62\omega^2 + 40K)_{K_2} = \{\pm 4.3421; \pm 6.5685\}$. A interseções com o eixo $j\omega$ atendem a parte par e a parte impar da equação característica. Com $K = 0$, parte par e impar também são satisfeitas (origem do LGR).

f) LGR⁻; setas



g) $K = 80$; ponto de operação instável, ($K > K_{cr2} = 20,337$). Saturação reduz o ganho efetivo de malha e leva à operação no ponto crítico $\omega_2 = 6,5686 \text{ rad/s}$ – freq. da oscilação).

3ª Questão: (2,0) Verdadeiro ou Falso.

- a) F (0,5) O número de mudanças de sinal na 1ª coluna do arranjo de Routh Hurwitz permite verificar se o sistema é estável ou não. Se todos os sinais forem positivos ou todos forem negativos o sistema será estável. **Polo duplo em $j\omega$ é instável.**
- b) V (0,5) O controle de temperatura usual de aparelhos de ar condicionado de janela é do tipo liga-desliga. Se o compressor do aparelho, num dia quente, nunca desliga, é porque o sistema foi subdimensionado, e a temperatura nunca atingirá o valor desejado. Este fenômeno (não chaveamento) pode também ocorrer, se, por ignorância (da teoria de conforto térmico) a temperatura de referência for, inadvertidamente, muito baixa, e.g., 17 °C. Neste caso, a temperatura do ambiente será desconhecida e o sistema opera em malha aberta.
- c) (0,5) A operação em Malha Fechada **aumenta o sobrepasso do sistema ao degrau** de referência, quando ocorre saturação do atuador. Na operação em Malha Aberta, quando ocorre saturação do atuador, o sobrepasso não se altera. **Depende do LGR.**
- d) (0,5) Estabilidade e equilíbrio são conceitos distintos. Um ponto de equilíbrio pode ser estável ou instável, como ocorre, e.g., com um pêndulo. Há dois pontos de equilíbrio, um estável e outro instável. No ponto **de equilíbrio instável há forças restauradoras** que mantêm o processo no ponto de equilíbrio. De acordo com o número de integradores no caminho direto, podemos calcular o erro a diferentes tipos de sinais, em malha fechada. **Se o sistema for estável.**