ENE/FT/UnB

Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília
Prof. Adolfo Bauchspiess

Prova individual, sem consulta.
Só é permitido o uso de ***calculadora científica básica****.*
(Números complexos & funções trigonométricas)
BT-25/15, 24/11/2023, 7^{00}-10^{00}

Gabarito - 2ª Prova – ENE0077 CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 2023.2

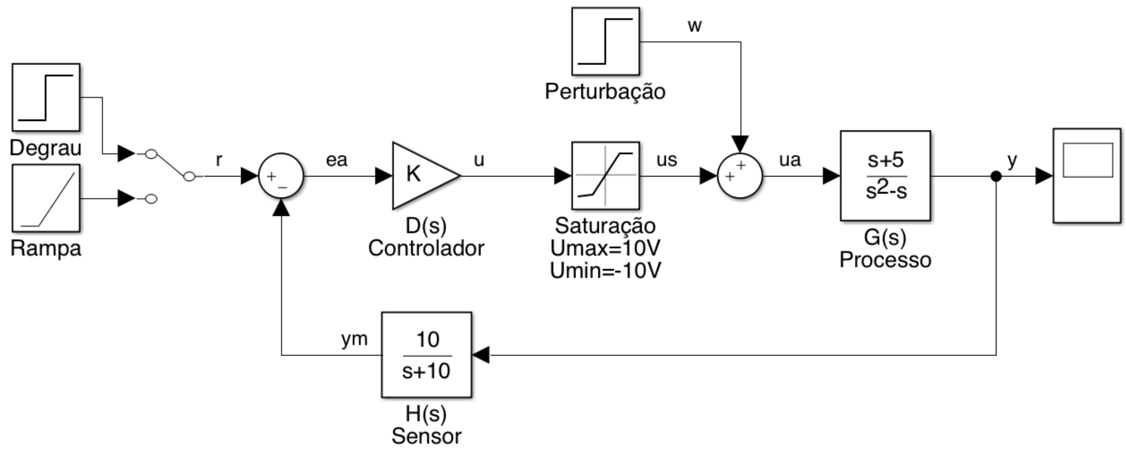


Figura a) Sistema de Controle das questões 1) a 4). Ignore inicialmente a saturação.

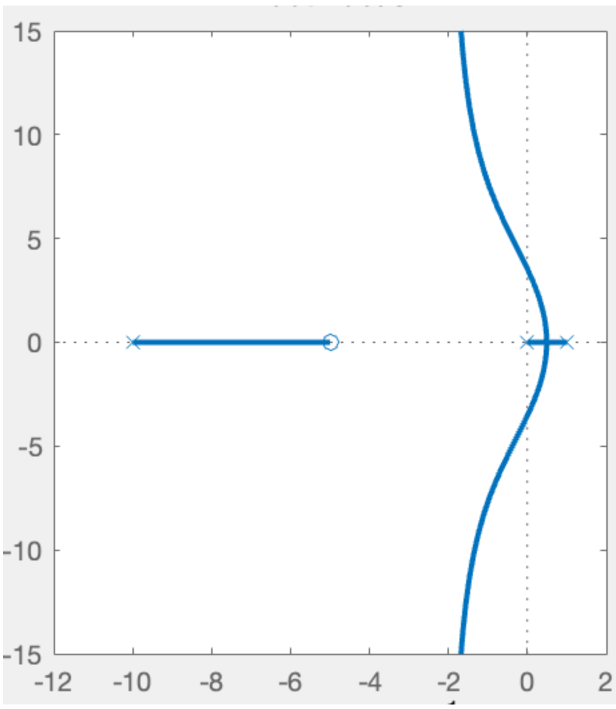


Figura b) LGR de a).

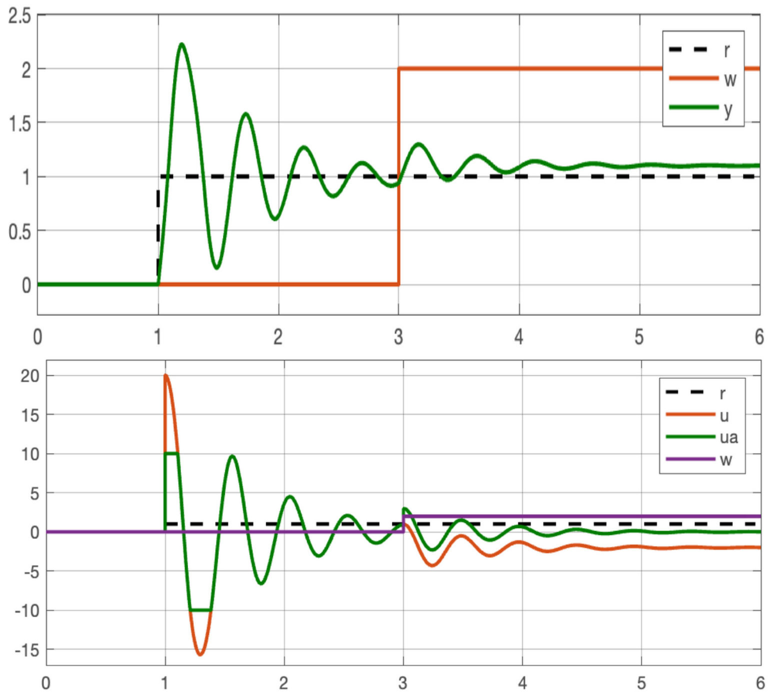


Figura c) Sinais da resposta de a) para K= 20 e saturação ativa.

Obs: *Todas as questões desta prova podem ser resolvidas de forma independente*!

1ª Questão: (2,0) Considerando o LGR$^+$ ($K > 0$) esboçado na figura b):

a) (0,4) Calcule as assíntotas (centroide e ângulo para $K \to \infty$).

b) (0,4) Calcule os pontos de ramificação.

c) (0,4) Calcule o a interseção com o eixo jω, K_{crit}, ω_{crit}.

d) (0,4) Acrescente ao gráfico setas indicando o sentido de K crescente, de $0 \to \infty$ para cada ramo.

e) (0,4) Acrescente agora o LGR$^-$ ($K < 0$) indicando com setas o sentido de K crescente, de $-\infty \to 0$.

Obs: Candidatos a pontos de ramificação, $(b\dfrac{da}{ds} - a\dfrac{db}{ds}) = 0$

i) [-5,79 ±4,54i; -0,42]; ii) [-8,58; 5,0; 0,58]; iii) [-6,24 ± 3,48i; 0,49];

===

a) (0,4) n-m = 3-1; $\alpha = \dfrac{\sum p - \sum z}{n-m}$ = (1 + 0 -10 + 5)/2 = -2; 2 assintotas: +/- 90º.

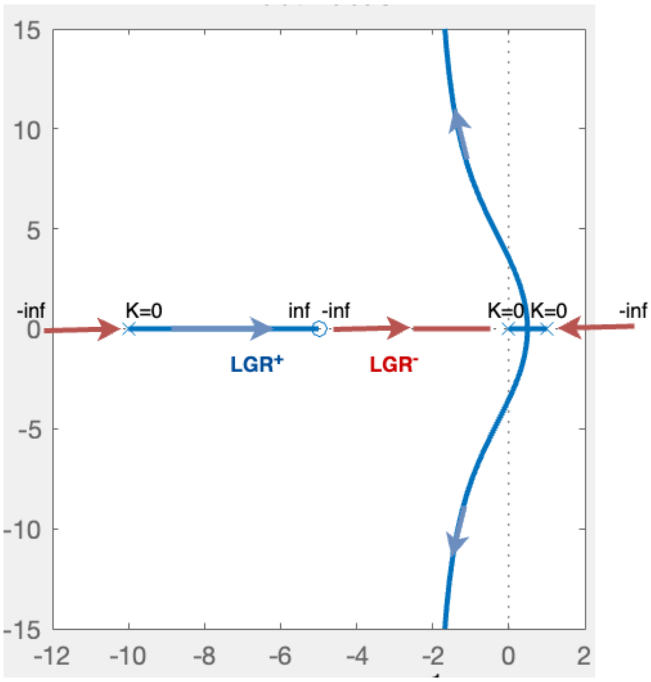
b) (0,4) LGR⁻: 3 ramos sobre o eixo real → sem ramificação. Único ponto de ramificação no LGR⁺ entre [0 1]: 0,49.

$$b\frac{da}{ds} - a\frac{db}{ds} = 0 \rightarrow 1 + K\frac{s+5}{s^2-s}\frac{10}{s+10} = 0 \quad onde$$

$$b = 10s+50;\, a = s^3+9s-10s$$

$$\text{roots}\left(10\left[s^3+9s-10s\right]-\left[10s+50\right]\left[3s^2+18s-10\right]\right)$$
$$=\left[-6{,}24 \pm 3{,}48i;\, 0{,}49\right]$$

Obs: as raízes de $b\dfrac{da}{ds} - a\dfrac{db}{ds}$ devem ser verificadas por outra regra LGR para que sejam ponto de ramificação. O esboço do LGR mostra que só pode haver um ponto de ramificação entre [0; 1] no eixo real. Assim i e ii estão descartadas.



O ponto de ramificação é s = 0,49.

c) (0,4) $eq.\,característica\ MF: s^3+9s^2-10s+10Ks+50K=0$

Arranjo de Routh-Hurwitz:

s^3	1	$-10+10K$
s^2	9	50K
s	$(-90+90K-50K)/9$	
s^0	50K	

→ -90-40K>0 → $K > 4{,}5/2 = 2{,}25$

→ K > 0

$$K_{crit} = 2{,}25 \rightarrow eq.\,característica\,em\ j\omega,$$
$$\Im: -j\omega^3 + j\omega(-10+10K) = 0 \rightarrow -\omega^2 - 10 + 10K = 0 \rightarrow \omega_{crit} = \sqrt{10*2.25-10} \rightarrow \omega_{crit} = 3.5355$$
$$\Re: -9\omega^2 + 50K = 0 \rightarrow \omega_{crit} = \sqrt{50K/9} = 3.5355$$

d) (0,4) K> 0: ramo parte do polo em -10 e chega no zero. Ramos partem de 0 e 1 e vão para infinito com +/- 90º.

e) (0,4) K < 0: só eixo real. Ramos partem de K =– inf. (s= -inf e s=+inf) e chegam nos polos com K=0.

2ª Questão: (2,0) Estabilidade Relativa. Para qual valor de K os polos dominantes tem parte real igual a -1?

===

$$eq.\,característica\,em\,s: s^3+9s^2-10s+10Ks+50K=0$$

$$s = \hat{s}-1$$
mudança de coordenads:
$$s^2 = \hat{s}^2 - 2\hat{s} + 1$$
$$s^3 = \hat{s}^3 - 3\hat{s}^2 + 3\hat{s} - 1$$

$$eq.\,característica\,em\,\hat{s}: \hat{s}^3 + 6\hat{s}^2 + (-25+10K)\hat{s} + 18 + 40K = 0$$

Routh-Hurwitz:

$\hat{s}^3$	1	$-25+10K$
$\hat{s}^2$	6	18+40K
$\hat{s}$	$(-168+20K)/6$	
$\hat{s}^0$	18+40K	

→ $\boxed{\textbf{K>8,4}}$

→ K > -0,45

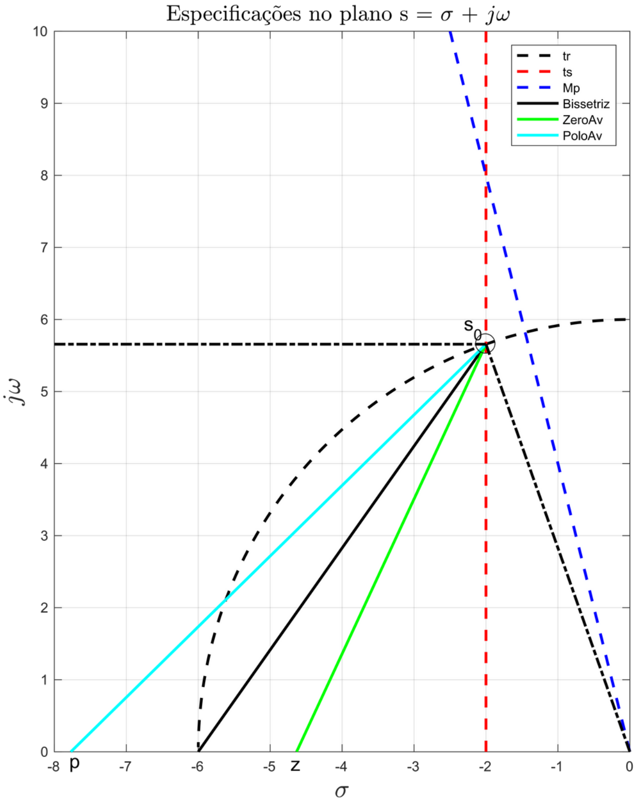
3ª Questão: (4,0) Projete um controlador dinâmico $D(s)$ para o processo da figura a), tal que:

- sobre-passo percentual, Mp <= 45,6 %
- tempo de acomodação, t_s <= 2 s
- tempo de subida, t_r <= 0,3 s

a) (0,5) Qual a posição dos polos dominantes, s_0, que atendam às especificações transitórias?
b) (0,5) Qual o ângulo de avanço ϕ_{av} necessário para que s_0 faça parte do LGR de malha fechada?
c) (1,5) Para (s_0, ϕ_{av}), projete um compensador em avanço, $D_{av}(s) = K_{av}(s+z)/(s+p)$, pelo método da bissetriz.
d) (0,5) Acrescente um compensador em atraso, $D_{at}(s)$, para que o erro a um degrau unitário de perturbação seja 0,01.
e) (0,5) (cont. de d) Qual o menor e_{ss} = -y a w = 1/s é possível com compensadores em atraso? ($D_{at}(s) = (s+z_{at})/(s+p_{at})$)
f) (0,5) Com os compensadores projetados (a) a d)), qual o erro $e_{ss} = r - y$ a uma rampa de referência, $R(s) = 1/s^2$?

Obs: Pelo princípio da superposição, consideram-se nesta questão a resposta à referencia OU a resposta à perturbação.

=====



a) (0,5)Pontos na interseção de restrições que atendem todas as especificações: s_1 = -2 +8j e $s_0 = -2 + 5.6569\,j$
(Parte imaginária do s_2: 5.9262 = 6*sin(acosd(2/6))
s_0 mais próximo à origem → menor K → menor saturação.

b) (0,5) s=-2+5.6569i
ϕ_{av}=180-angle(10*(s+5)/(s*(s-1)*(s+10)))*180/pi

$$\phi_{av} = 20.612$$

c) (0,5)

Ângulo do Setor Bissetriz = 109.4711°
- Ângulo bissetriz a partir da horizontal = 54.7356°
- Posição bissetriz: -5.6569/tand(54.7356°) + 2 = -6

Zero Av.: -5.6569 /tand(54.7356 +20.612/2)-2 = -4,63
Polo Av.: -5.6569 /tand(54.7356 -20.612/2)-2 = -7.77

abs(((s*s-s)*(s+10))*(s+7.7707)/(10*(s+5)*(s+4.6329))) =7.63

$$D_{av}(s) = 7.63\frac{(s+4.63)}{(s+7.77)}$$

d) Erro a degrau de perturbação e_{ss} = -y;

$$\frac{Y}{W} = \frac{\dfrac{s+5}{s^2-s}}{1+(K_{at})7.63\dfrac{(s+4.63)}{(s+7.77)}\dfrac{(s+5)}{(s^2-s)}\dfrac{10}{(s+10)}} = \frac{(s+7.77)(s+5)(s+10)}{(s+7.77)(s^2-s)(s+10)+76.3K_{at}(s+4.63)(s+5)}$$

$$y_{ss} = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{s}(.) = \frac{7.77*50}{K_{at}*76.3*4.63*5} = \frac{0.22}{K_{at}} = 0.01 \rightarrow K_{at} \geq 22 \rightarrow$$

$$D_{at}(s) = \frac{s+0.22}{s+0.01}$$

e) O menor erro possível (e_{ss}=0) ocorre para $p=0$. (E o $D_{at}(s)$ se torna um PI).

f) $E = R - Y = \dfrac{1}{s^2} - \dfrac{1}{s^2}T(s)$

$$\frac{Y}{R} = T(s) = \frac{\dfrac{(s+0.22)}{(s+0.01)}7.63\dfrac{(s+4.63)}{(s+7.77)}\dfrac{s+5}{s^2-s}}{1+\dfrac{(s+0.22)}{(s+0.01)}7.63\dfrac{(s+4.63)}{(s+7.77)}\dfrac{(s+5)}{(s^2-s)}\dfrac{10}{(s+10)}} = \frac{(s+0.22)7.63(s+4.63)(s+5)(s+10)}{(s+0.01)(s+7.77)(s^2-s)(s+10)+(s+0.22)7.63(s+4.63)(10s+50)}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{s^2}\frac{(s+0.01)(s+7.77)(s^2-s)(s+10)+(s+0.22)7.63(s+4.63)(s+5)10-(s+0.22)7.63(s+4.63)(s+5)(s+10)}{(s+0.01)(s+7.77)(s^2-s)(s+10)+(s+0.22)7.63(s+4.63)(10s+50)}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to 0}\frac{1}{s}\frac{(s+0.01)(s+7.77)(s^2-s)(s+10)-(s+0.22)7.63(s+4.63)(s+5)s}{(s+0.01)(s+7.77)(s^2-s)(s+10)+(s+0.22)7.63(s+4.63)(10s+50)}=\frac{0.01*7.77*(-1)*10-0.22*7.63*4.63*5}{0.22*7.63*4.63*50}$$

$$e_{ss}=-0{,}102$$

4ª Questão: (2,0) Assinale V ou F, justificando os todos aspectos incorretos detectados, caso considere o item F.

a) (0,5) Perturbações são sinais indesejados que atuam na entrada dos processos que se deseja controlar.

b) (0,5) O controlador Liga-Desliga com intervalo diferencial, muito popular, devido a sua simplicidade, não tem propriamente um valor final da resposta. Oscila entre dois valores. Isto é visto, tipicamente, no controle de temperatura de uma geladeira doméstica muito cheia em dias quentes, com a chave seletora na posição “frio máximo”.

c) (0,5) Conforme visto na figura c) a saturação faz com que o sinal **us** seja, nos instantes iniciais do degrau, menor que **u**, calculado pelo controlador. O “ganho efetivo de malha” é reduzido pela saturação. Assim o sentido dos ramos no LGR permite prever que a saturação reduz o fator de amortecimento, podendo, inclusive levar à instabilidade.

d) (0,5) Se não houver necessidade de erro nulo, é preferível utilizar um compensador em avanço em lugar de um PI, pois sempre é possível implementar o compensador em avanço de forma passiva, só com resistores e um capacitor. O controlador PI contínuo demanda um AmpOp e por conseguinte fonte de alimentação em separado.

===

a) F, perturbações incidem em qualquer parte do processo, sensor ou controlador. Não se limitam à entrada do processo. Por conveniência são “refletidas” em u, pois é a única posição em que o controlador pode mitigá-las.

b) F, se não houver potência para levar o processo à “referência (set-point) + histerese” não haverá comutação.

c) V

d) F, se o ganho do Compensador em Avanço for maior que 1 não é possível implementá-lo de forma passiva.

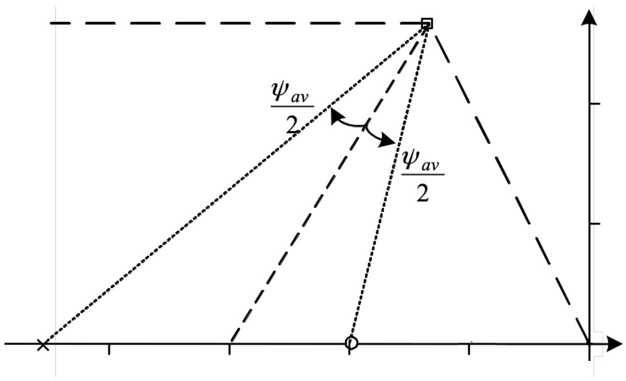
---- FORMULÁRIO ----

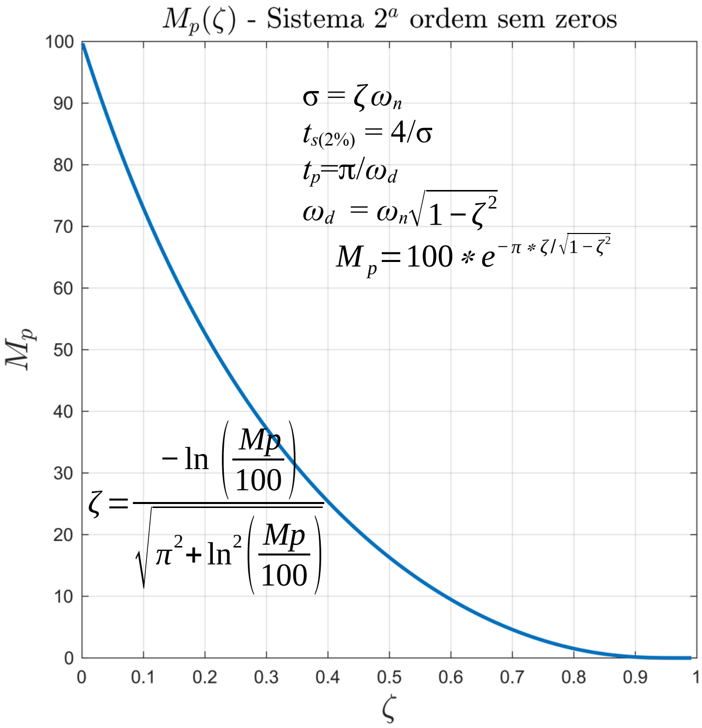
$$1+K\frac{b(s)}{a(s)}=0$$

$$\alpha=\frac{\sum \text{pólos}-\sum \text{zeros}}{n-m}$$

$$\theta=\frac{180°(2k+1)}{n-m}$$

$$t_{r10\%-90\%}=\frac{1{,}8}{\omega_n} \text{se } m < n-1 \Rightarrow \sum_{\text{MA}} p_i=\sum_{\text{MF}} p_j$$





Nome: ____Matrícula: ________________

Curso: Eng. __________________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção**. **Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

Caderno de Respostas

1ª Questão: (2,0) LGR:

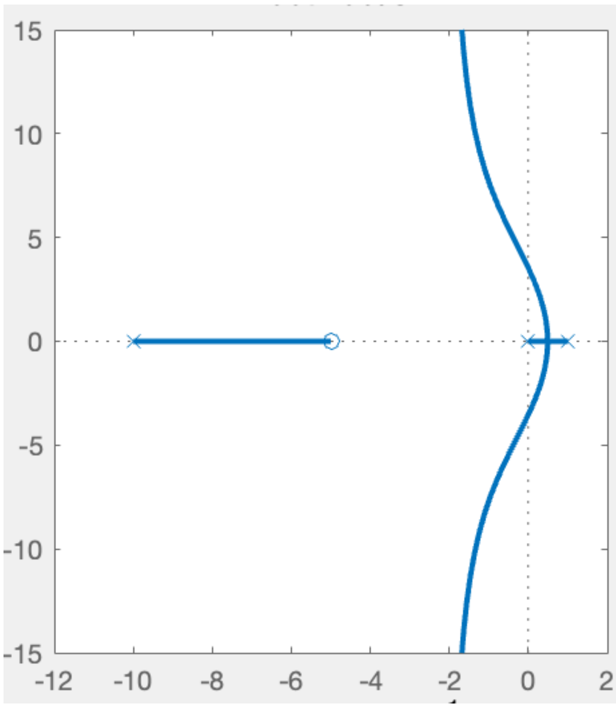
a) (0,4) Assíntotas (centroide e ângulo para $K \to \infty$):

b) (0,4) Pontos de ramificação:

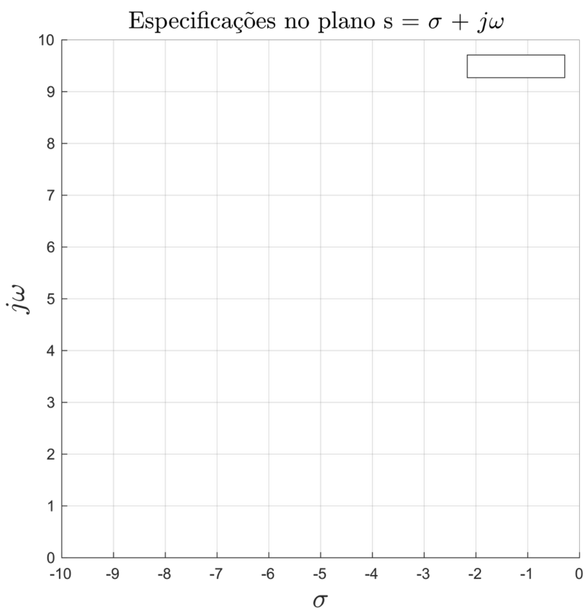
c) (0,4) K_{crit} ω_{crit}

d) (0,4) sentido (K de $0 \to \infty$)

e) (0,4) LGR$^-$ (K de $-\infty \to 0$).



2ª Questão: (2,0) Estabilidade Relativa. $K =$



3ª Questão: (4,0) $D(s) = D_{av}(s)\, D_{at}(s)$

a) (0,5) $s_0 =$

b) (0,5) $\phi_{av} =$

c) (1,5) $D_{av}(s) =$

d) (0,5) $D_{at}(s) =$

e) (0,5) $\min\{e_{ss}\} =$

f) (0,5) $e_{ss} = r - y =$

4ª Questão: (2,0)

a) (0,5) Justificativa(s):

b) (0,5) Justificativa(s):

c) (0,5) Justificativa(s):

d) (0,5) Justificativa(s):