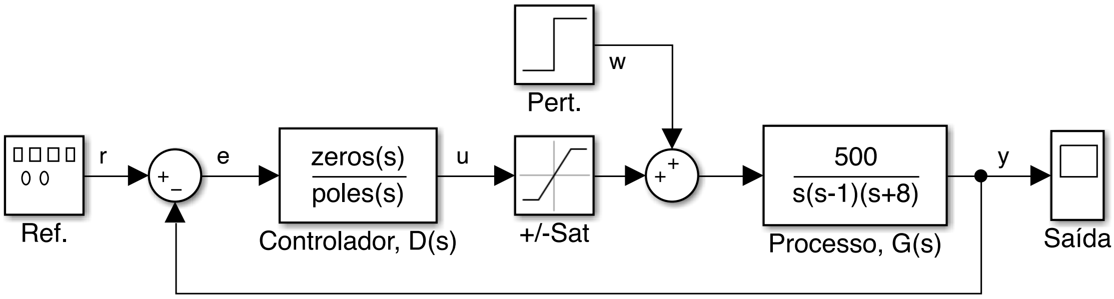
3ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS - 2°/2019

1ª **Questão** (4,5) Considere o projeto de um controlador D(s), no Lugar Geométrico das Raízes.



Especificações da resposta em malha fechada:

i) *Sobrepasso percentual*, $M_p \leq 9{,}4\%$.
ii) *Tempo de acomodação*, $t_{s(2\%)} \leq 2\ s$.
iv) *Tempo subida*, $t_{r(10\text{-}90\%)} \leq 0{,}45\ s$.
v) $|e_{ss}| \leq 0{,}1$ *para rampas de referência.*

a) (1,0) Mapeie as especificações transitórias no plano s (no caderno de respostas). Escolha a posição dos polos dominantes, s_0, que atenda as especificações transitórias. Calcule a fase necessária para que o LGR passe por s_0.
b) (0,5) Escolha a estrutura do controlador (P, PD, avanço, atraso, PI, PID etc.). Justifique.
c) (2,0) Projete $D(s)$, para atender à todas as especificações de projeto.
d) (1,0) Com o controlador projetado, qual o valor de r_{max} que não satura $u(t)$? (+/-Sat).

Obs:
- Considere que a saturação limita a amplitude de u, mas há folga para aumentar a banda passante.
- Evite amplificar o ruído, sempre presente em processos reais.
- Se Avanço: fase mínima, com z < -0,5. Método da Bissetriz (favorece o e_{ss}).
- Se PID: zero duplo como estratégia de projeto mais simples. Polo interno AmpOp limita a banda.

2ª Questão: (3,5) Considere o diagrama de bode em malha aberta (caderno de respostas) de um sistema que tem, em malha aberta, um polo no semi-plano direito. Projete um **controlador por avanço de fase**, $D(s)$, para que o sistema apresente em malha fechada:

- Erro em regime permanente (rampa), $|e_{ss}| \leq 0{,}05$;
- Sobrepasso percentual da resposta ao degrau, $M_p \leq 20\%$;
- Margem de ganho, MG ≥ 8 dB.

a) (1,0) Para quais valores de $-\infty \leq K \leq \infty$, este sistema é estável (Critério de Nyquist)?
b) (0,5) Qual o ganho em baixas frequências para que seja atendida a especificação de erro?
c) (0,5) Calcule o avanço de fase necessário, acrescentando uma tolerância, $\phi_{tol} = 10°$.
d) (0,5) Para contrapor o ganho do compensador em avanço, obtenha ω_m, a frequência central de $D(s)$, tal que $|D(j\omega_m)|_{dB} = -|KG(j\omega_m)|_{dB}$. (frequência em que se medirá a nova MF).
e) (0,5) Complete o projeto, calculando K, z e p. $D(s) = \frac{K(s+z)}{s+p}$.
f) (0,5) Qual a Margem de Fase efetivamente obtidas?

3ª Questão: (2,0) Assinale **V**erdadeiro ou **F**also (na folha de respostas), justificando cada aspecto que considere incorreto. Itens considerados **V**erdadeiros não precisam ser justificados.

a) (0,5) O projeto de controladores dinâmicos no domínio da frequência visa garantir uma margem de fase adequada. Através da equação

$$\Phi_{MF,rad} = tan^{-1}\frac{2\zeta}{\sqrt{-2\zeta^2+\sqrt{1+4\zeta^4}}}, \qquad \text{(eq. 10.73, Nise 8ª ed.)}$$

sabe-se que margem de fase de 50º equivale a um fator de amortecimento de 0,5 o que corresponde, por sua vez, a um sobrepasso de 16%. Como a equação 10.73 foi desenvolvida para o sistema "padrão" (2ª ordem sem zeros, subamortecido) não deve ser utilizada para o projeto no domínio ω de sistemas mais complexos.

b) (0,5) A "popularidade" do controlador PI vem de sua versatilidade – melhora tanto o erro em regime permanente como torna o processo mais rápido. Se tivermos um processo de 4ª ordem, no entanto, o controlador PI pode não ser suficiente. Neste caso um controlador PID sempre será adequado para atender às especificações de projeto.

c) (0,5) O LGR é uma técnica de projeto linear. No entanto, a saturação do atuador, sempre presente em um sistema real, pode ser considerada, indiretamente, no projeto. A variação das raízes no LGR é função do ganho e a amplitude do sinal do atuador depende do ganho do controlador. Desta forma a saturação do atuador pode, eventualmente, ser evitada pela escolha adequada, a partir das especificações de projeto, do polo desejado no plano s (s_0).

d) (0,5) O controle de atitude de um satélite geo-estacionário visa rejeitar perturbações, de tal forma que a área de cobertura, sobre a terra, seja mantida. A função de transferência, considerando-se um dos graus de liberdade do satélite é K/s^2. Assim o processo é do tipo 2. Um controlador Avanço-Atraso permite realizar, de forma passiva, o controle em questão.

--- B O A P R O V A ---

F O R M U L Á R I O

$MF \cong 100\,\zeta$; $\quad Z = N + P \rightarrow N$ Env. Horários

$$D(s) = K\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1} = K'\frac{s+z}{s+p}$$

$$\frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = \frac{1+sen\phi_m}{1-sen\phi_m} \quad fator\ de\ avanço$$

$$max\angle D(j\omega) = \angle D(j\omega_m) = \phi_m$$

$$\omega_m = \sqrt{pz} = \frac{1}{\sqrt{\alpha}T}; \quad |D(j\omega_m)| = \sqrt{p/z}$$

$$x(0^+) = \lim_{t\to 0^+} x(t) = \lim_{s\to\infty} sX(s); \quad G_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)}; \quad U(s) = R(s)G_u(s)$$

$$1+K\frac{b(s)}{a(s)} = 0 \qquad \alpha = \frac{\sum pólos - \sum zeros}{n-m} \qquad \theta = \frac{180°(2k+1)}{n-m} \qquad \text{se } m < n-1 \Rightarrow \sum_{MA} p_i = \sum_{MF} p_j$$

$\sigma = \zeta\omega_n$

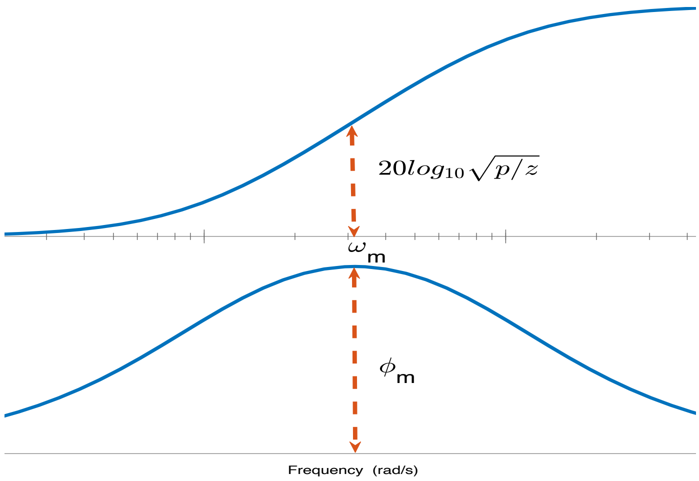
$t_{s(2\%)} = 4/\sigma$

$$\zeta = \frac{-\ln\left(\frac{Mp}{100}\right)}{\sqrt{\pi^2 + ln^2\left(\frac{Mp}{100}\right)}}$$

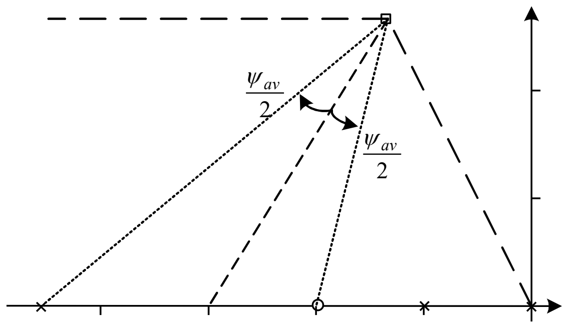
$t_p = \pi/\omega_d$

$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$

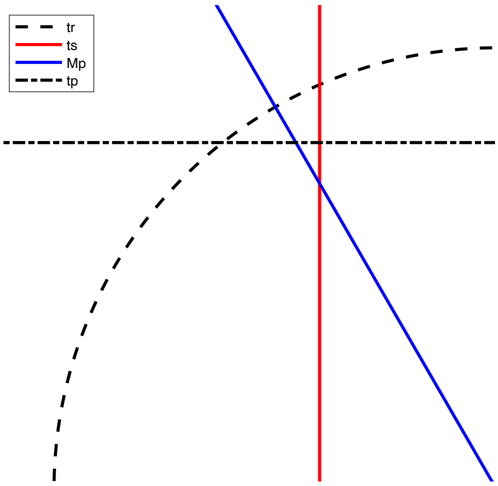
$t_r \approx 1{,}8/\omega_n$



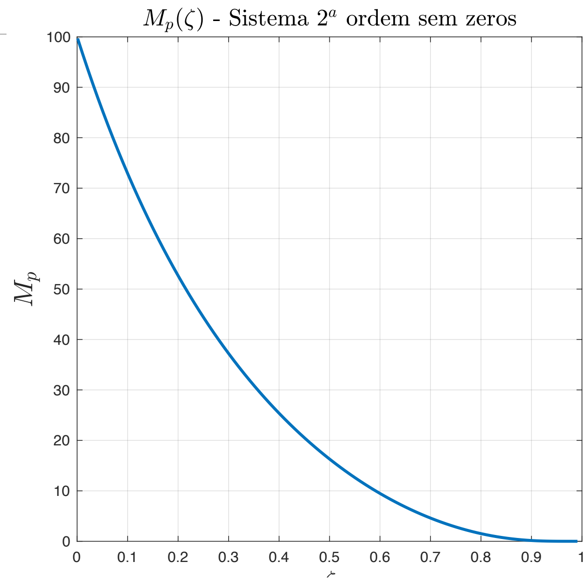
$20log_{10}\sqrt{p/z}$
ω_m
ϕ_m
Frequency (rad/s)



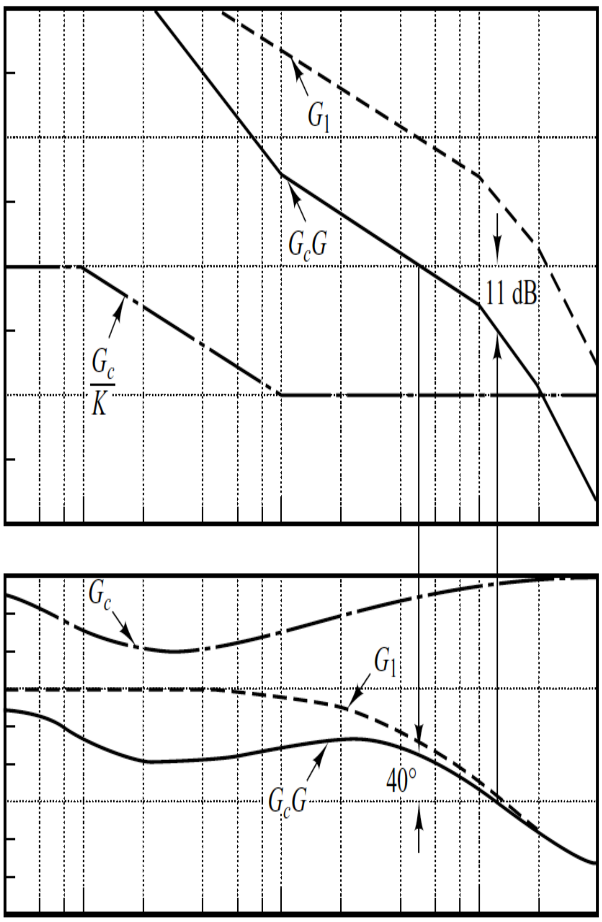
$\frac{\psi_{av}}{2}$
$\frac{\psi_{av}}{2}$



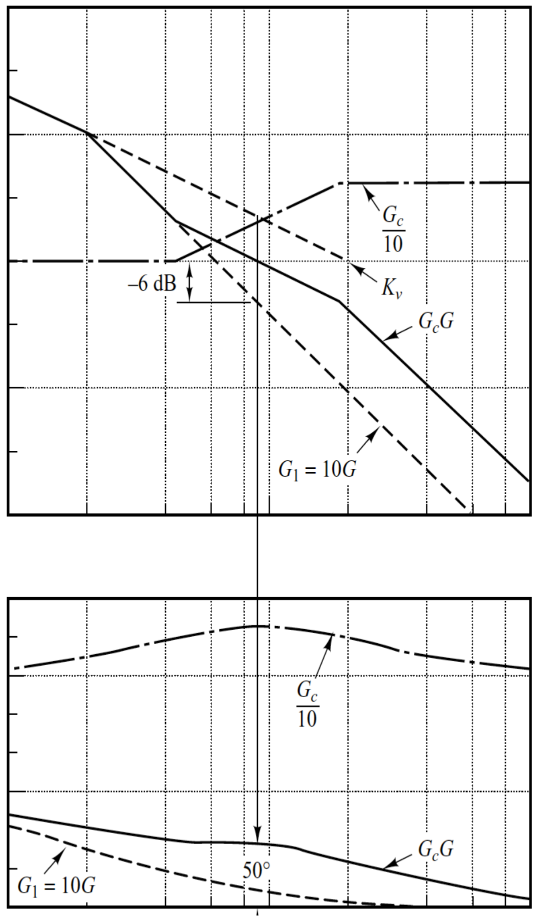
tr
ts
Mp
tp



$M_p(\zeta)$ - Sistema 2^a ordem sem zeros
M_p
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1



G_1
G_cG
11 dB
$\frac{G_c}{K}$
G_c
G_1
G_cG
40°



$\frac{G_c}{10}$
−6 dB
K_v
G_cG
$G_1 = 10G$
$\frac{G_c}{10}$
G_cG
50°
$G_1 = 10G$

3ª Prova - CONTROLE DE SISTEMAS DINÂMICOS – 128601 - 2°/2019
CADERNO DE RESPOSTAS

Nome: ____ Matrícula: ______________

Curso: Eng. ________________________

A resolução das questões, **organizada de forma clara e objetiva**, nas páginas anexas, **é considerada na correção.Transcreva aqui**, as respostas finais. ***Não separar***, por favor, ***as folhas*** deste caderno de repostas!!

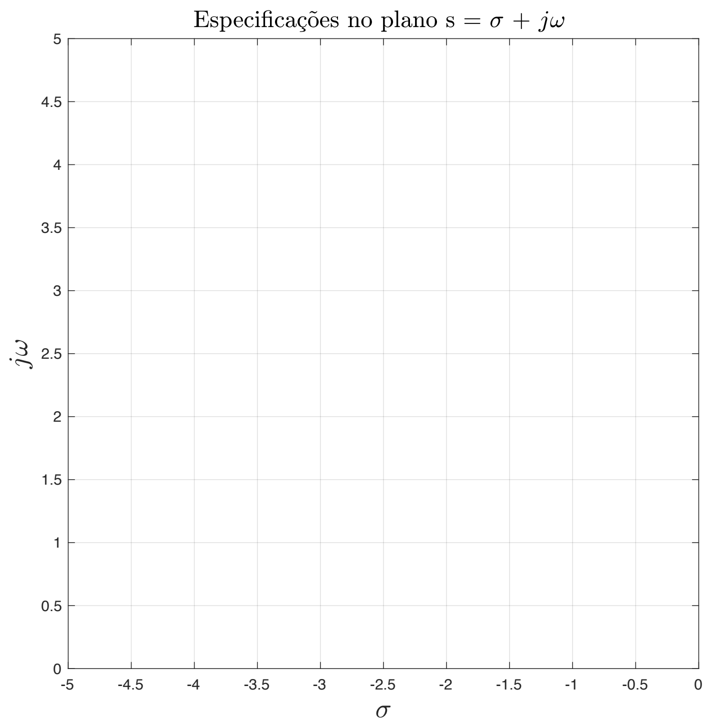
1ª Questão: (4,5) LGR.

a) (1,0) $s_0 =$ $\phi_{av} =$

b) (0,5) Controlador escolhido:
Justificativa:

c) (2,0) $D(s) =$

d) (1,0) $r_{max}(u \leq Sat) =$



2ª Questão (3,5) Domínio- ω.

a) (1,0) faixa(s) de K estável:

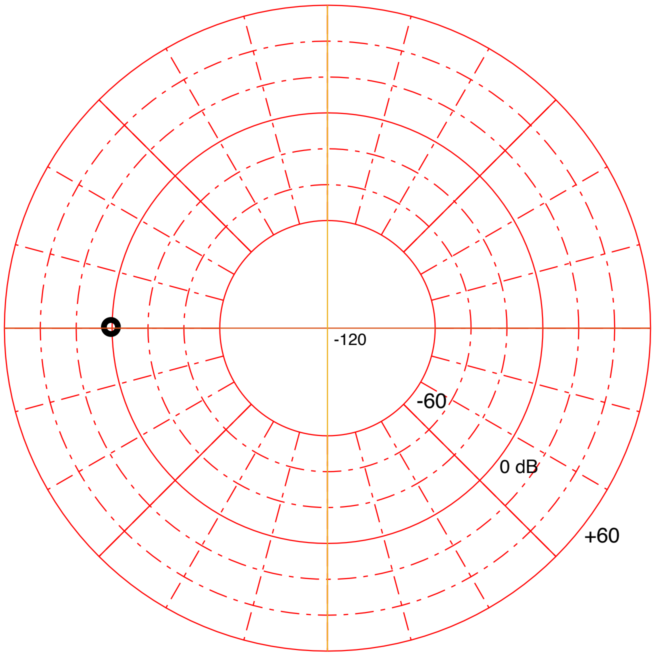
b) (0,5) Ajuste de K para atender $e_{ss} =$

c) (0,5) $\phi_{av} =$

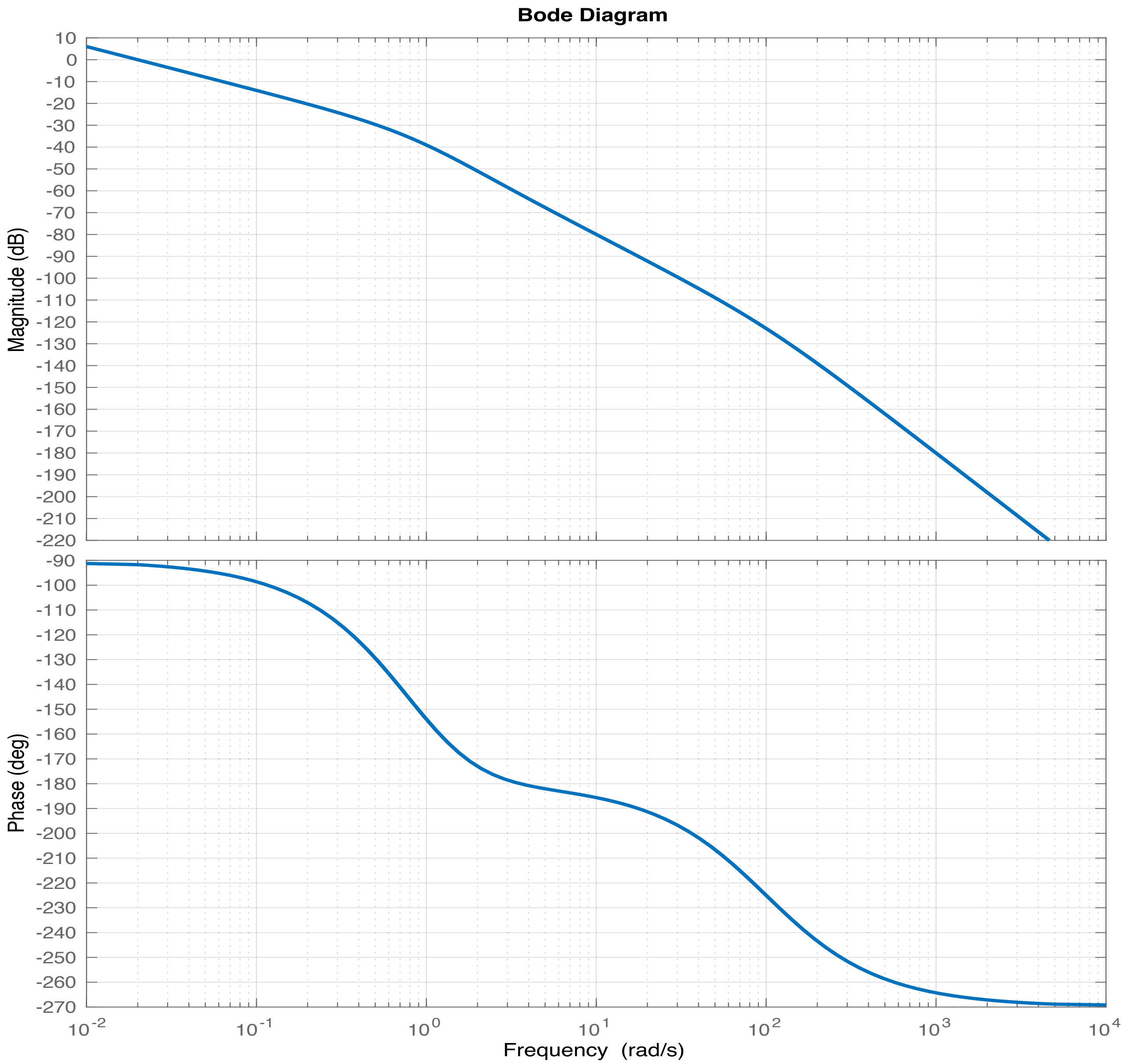
d) (0,5) $\omega_m =$

e) (0,5) $D(s) =$

f) (0,5) MF =



Esboço do Diagrama de Nyquist (Fase(°) x Mag(dB))



3ª Questão: (2,0) V/F.

a) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

b) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

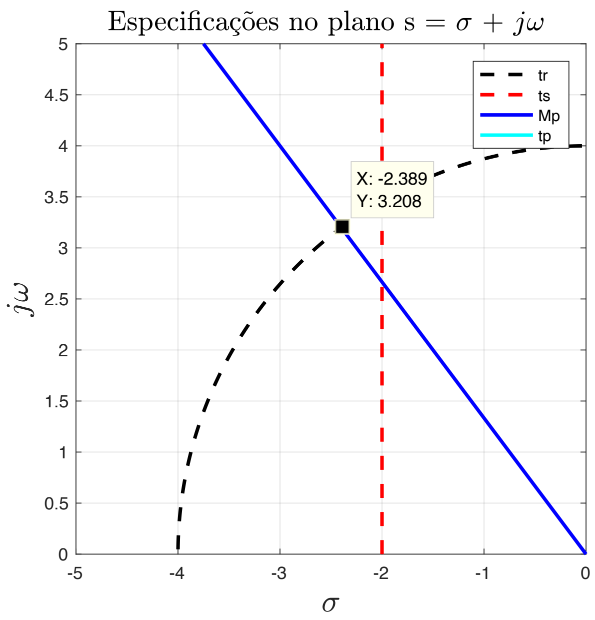
c) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

d) (0,5) ( ) V / ( ) F Justificativa:

GABARITO

1ª Questão: (4,5)

a) (1,0) s_0 = -2,389 + 3,208i;
$\emptyset_{av}$ = 180º - angle(1/(s*(s-1)*(s+8)))*180/pi;
$\emptyset_{av}$ = 113º



b) (0,5) Erro de 0,1 à rampa de referência → Sistema do tipo 1: não é necessário integrador em $D(s)$).

c) (2,0) Pode-se considerar:

i) PD (uso restrito, pois amplifica o ruído)
% 113 - 90 = 23;
d=3.208*tand(23);
z=-2.389+d=-1.0273
K=abs((s*(s-1)*(s+8))/(500*(s+1.0273)))
% PD=0.0692(s+1.0273)

Kv=0.0692*1.0273*500/(8*-1)% Kv=-4.4431
ess=1/Kv; % ess = -0.2251
% Comp. Atraso com ganho 2.251
% Dat(s) = (s+0.02251)/(s+0.01)

ii) Avanço
(Método da Bissetriz) $\boxed{D_{av}(s) = \frac{1{,}6211(s+0{,}6227)}{s+26{,}7838}}$

Ka=abs((s*(s-1)*(s+8)*(s+26.7838))/(500*(s+.6227)))

Erro para uma rampa unitária:

$$K_v = \lim_{s\to 0} s\,\frac{1{,}6211(s+0{,}6227)}{s+26.7838}\,\frac{500}{s(s+8)(s-1)} = -2.3556;\, e_{ss} = \frac{1}{Kv} = -.4245$$

É necessário um compensador em atraso com ganho de 4.245.

$D_{at}(s) = \frac{s+0{,}04245}{s+0{,}01}$ (Zero em 0.4245 prejudicaria o compensador em avanço)

iii) PID
phiav=180-angle(500/(s*s*(s-1)*(s+8)))*180/pi; % phiav=239.68
% Impossível para um PI
% PID phiav/2 = 119.84
d=3.208*tand(29.84);
z=-2.389+d; % -0.5488
K=abs((s*s*(s-1)*(s+8))/(500*(s+0.5488)^2))

$D_{PID}(s) = \frac{0.0706(s+0.5488)^2}{s}$ (Erro nulo para uma rampa de referência) d)

i) $G_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{D_{PD}(s)D_{at}(s)}{1+D_{PD}(s)D_{at}(s)G(s)} = \frac{0.0692(s+1,0273)\frac{(s+0,02251)}{s+0,01}}{1+0.0692(s+1,0273)\frac{(s+0,02251)}{s+0,01}\frac{500}{s(s+8)(s-1)}} =$

$$u(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}\frac{0.0692(s+1,0273)(s+0,02251)s(s+8)(s-1)}{(s+0,01)s(s+8)(s-1)+0.0692(s+1,0273)(s+0,02251)500} = \infty$$

$r_{\max}$ = Sat/∞=0. (Satura para qualquer valor de r)

ii) $G_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{D_{av}(s)D_{at}(s)}{1+D_{av}(s)D_{at}(s)G(s)} = \frac{\frac{1,6211(s+0,6227)(s+0,04245)}{s+26.7838\quad s+0,01}}{1+\frac{1,6211(s+0,6227)(s+0,04245)}{s+26.7838\quad s+0,01}\frac{500}{s(s+8)(s-1)}} =$

$$u(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}\frac{1,6211(s+0,6227)(s+0,04245)s(s+8)(s-1)}{(s+26.7838)(s+0,01)s(s+8)(s-1)+1,6211(s+0,6227)(s+0,04245)} = 1,6211$$

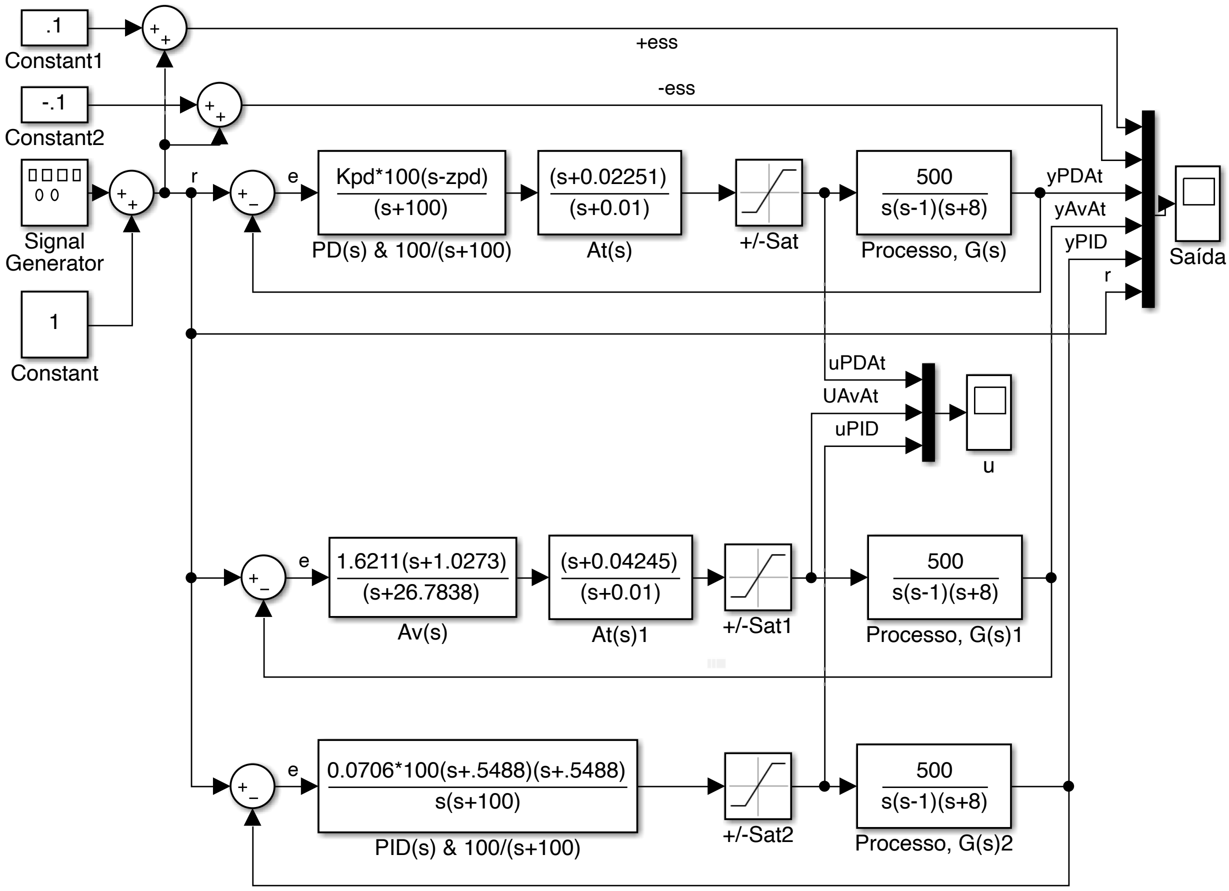
$r_{\max}$ = Sat/1,6211=0,617Sat.

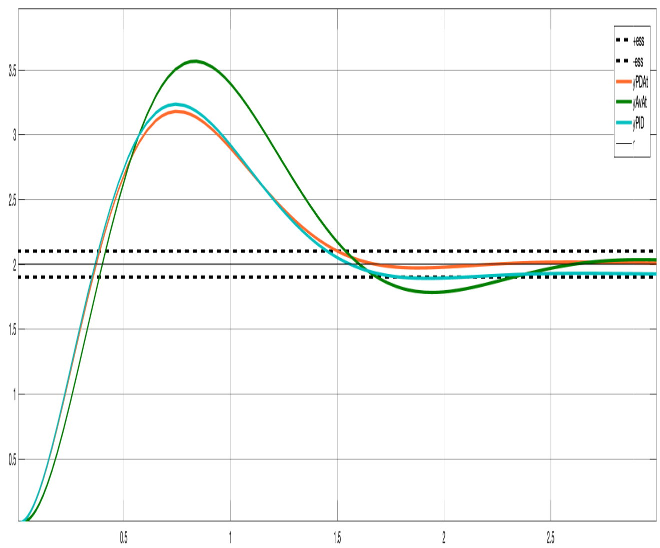
iii) $G_u(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = \frac{D_{PID}(s)}{1+D_{PID}(s)G(s)} = \frac{\frac{0.0706(s+0.5488)(s+0.5488)}{s}}{1+\frac{0.0706(s+0.5488)(s+0.5488)}{s}\frac{500}{s(s+8)(s-1)}} =$

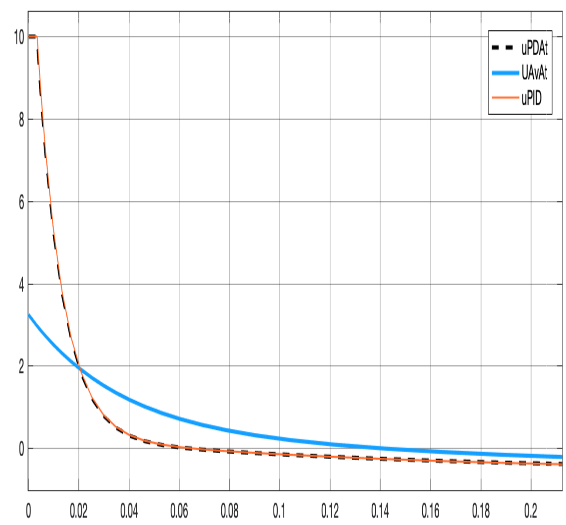
$$u(0^+) = \lim_{s\to\infty} s\frac{1}{s}\frac{0.0706(s+0.5488)(s+0.5488)s(s+8)(s-1)}{ss(s+8)(s-1)+0.0706(s+0.5488)(s+0.5488)500} = \infty$$

$r_{\max}$ = Sat/∞=0. (Satura para qualquer valor de r)

Desta forma, os projetos PD(s) e PID(s) sempre saturam na transição da referência. Para a realização precisam de um polo adicional.







a) b)

Fig. Q1 – a) Comparação dos Controladores PD, AvAtr e PID a um degrau de referência.
b) Detalhe do sinal de controle. PD e PID saturam em 10 V.

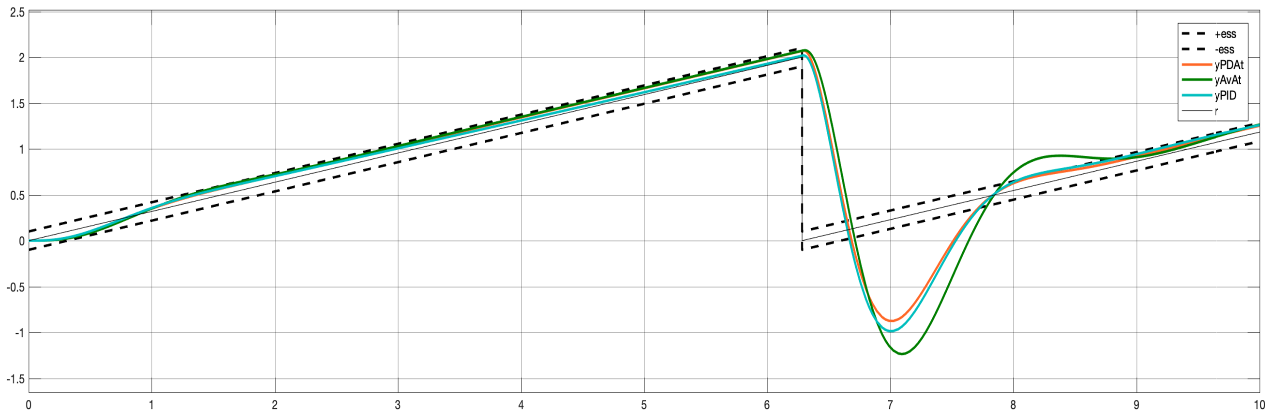
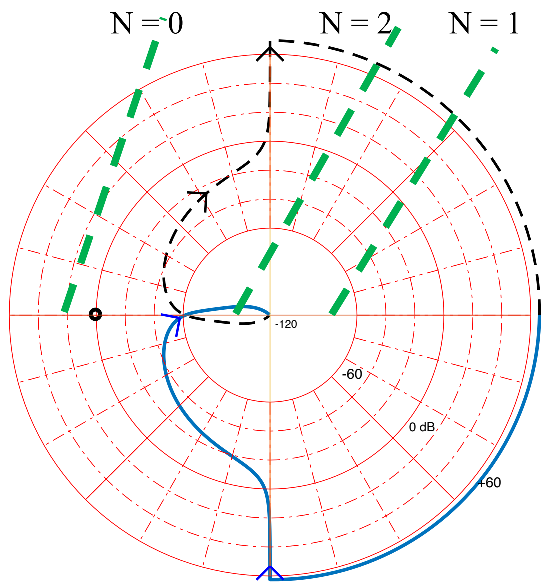


Fig. Q1 – Comparação dos Controladores PD, AvAtr e PID a uma rampa de referência. (Sawtooth) – destaque para a faixa de erro +/- 0.1

2ª Questão: (2,0)

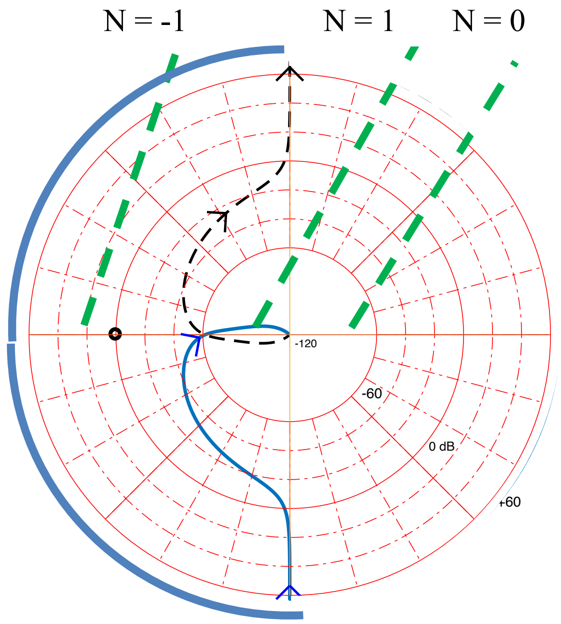
a) (1,0) para estabilidade (Z = P + N)
0< K< 1000 -> N = 0 -> Sistema estável → N= -1,
1000< K< ∞ -> N = 2 -> Sistema instável, 2 polos SPD,
−∞< K< 0 -> N = 1 -> Sistema instável, 1 polo SPD



Interseções com -180º no diagrama de Nyquist
G(j3,37) = -60,5 dB = 0,000944
G(j∞) = -∞ dB = 0,0

$$1 + KG(j\omega) = 0 \rightarrow G(j\omega) = -1/K$$

$\boxed{0 \leq K \leq 1059{,}3 \text{ Estável}}$



ATENÇÃO: Erro no enunciado da Questão 2.
O diagrama de Bode apresentado corresponde a P = 0.
Mas no enunciado aparece P = 1 (um polo no SPD).

Neste caso específico, por coincidência, não há alteração do resultado: Estabilidade Z = P + N = 1 – 1
(Um envolvimento anti-horário)

Eixo real: $-\infty$ … -0.001

$1 + KG(j\omega) = 0 \rightarrow G(j\omega) = -1/K$

$\boxed{0 \leq K \leq 1059{,}3 \text{ Estável}}$

b) (0,5) Sistema do tipo 1,
considerando a menor frequência no Bode:

Kv = w1*G(w1) = 10^{-2}*G(j10^{-2})= 10^{-2}*10^(6/20) =0,02

$\rightarrow e_{ss} = 1/K_v$ = 50,1187 (erro atual)

Ganho necessário $ara\ atender\ e_{ss}$:
50.1187/0,05 = $\boxed{1002{,}4\ =\ 60\ dB}$

c) (0,5) MF considerando ganho de 60 dB = 0,677º em 3,27 rad/s;
$M_p \leq 20\% \ \rightarrow \zeta \geq 0{,}45 \rightarrow MF \geq 45°$

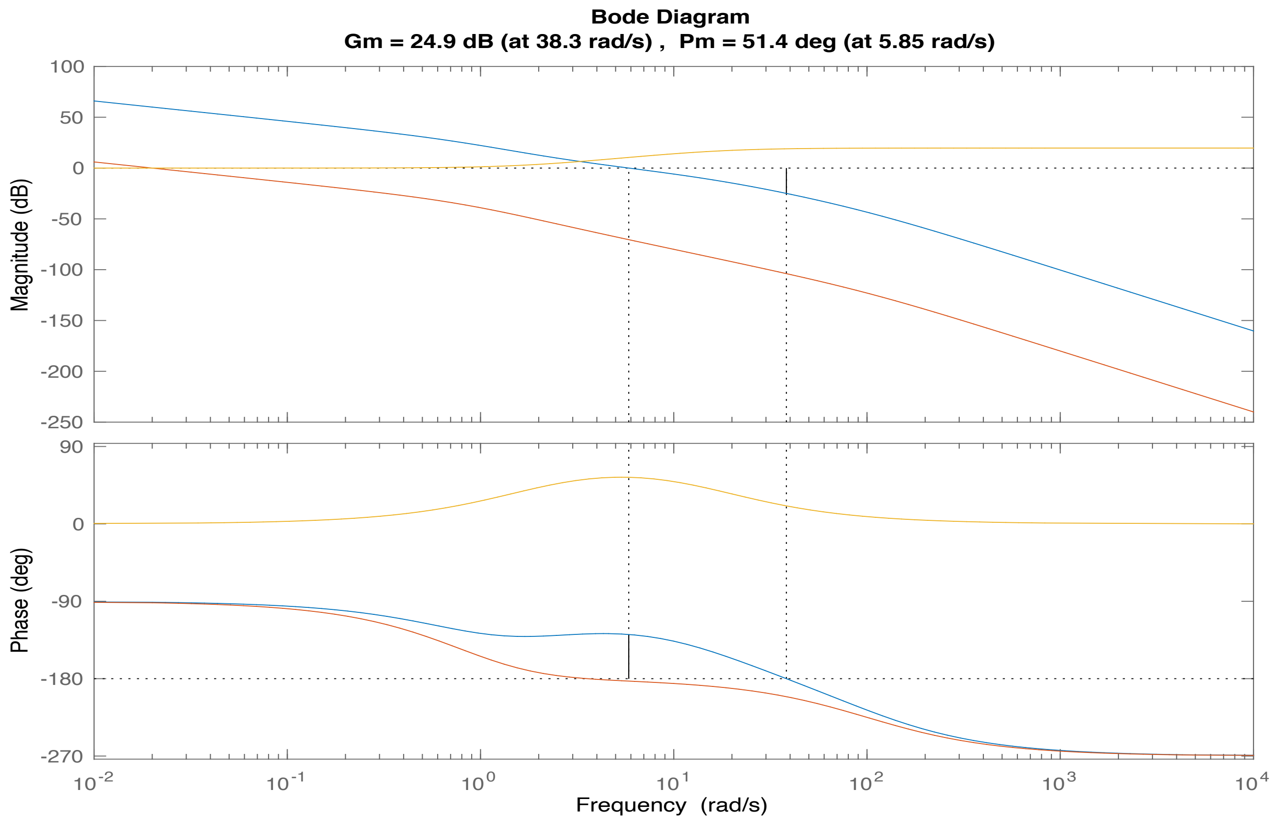
$\boxed{\phi_m\ =\ 45°\ -\ 0{,}677°\ +\ 10°\ =\ 54{,}32°}$

d) (0,5) $\frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = \frac{1+sen(54.32°)}{1-sen(54.32°)} = 9{,}6563 = 19{,}696\ dB$ na frequência ω_m o ganho é de 9,8481 dB

-9,84 dB ocorrem em $\boxed{\sim 5{,}36\ rad/s\ =\ \omega_m}$

e) (0,5) $\frac{1}{\alpha} = \frac{p}{z} = 9{,}6563;\quad \omega_m = \sqrt{pz}$= 5,36; $\quad z = 1{,}7258; p = 16{,}6474;$
Considerar o ganho de 9,6564 para não alterar o ajuste feito para e_{ss}. $\boxed{D(s) = 9.656{,}3\,\frac{(s+1{,}7258)}{s+16{,}6474}}$

f) (0,5) Para fazer o projeto, a MF = 0,677º, foi medida inicialmente em 3,27 rad/s.
Com $D(s)$, 0 dB acontece $em\ \ \omega_m = 5{,}85\ rad/s,$
$MF\ =\ 180° +\ \angle D(j\omega_m) + \angle G(j\omega_m)$
$\quad = 180° + \quad 54{,}32° \quad - 182°$ = 52,32º



% Q2 Nyquist, MG, MF, ess >>g=zpk(-2,[0 -1 -1 -100],1);

3ª Questão: (2,0)

a) F – apesar da equação ter sido desenvolvida para o sistema padrão ela é util no projeto de sistemas mais complexos. Esta metodologia de projeto tb foi adotada no projeto no LGR.

b) F - Não dá para dizer que o PID atenderá às especificações. Às vezes são necessários dois PIDs em cascata ou um PID seguido de um compensador em avanço.

c) V

d) F É necessario um canal integral para rejeitar completamente perturbações em degrau.