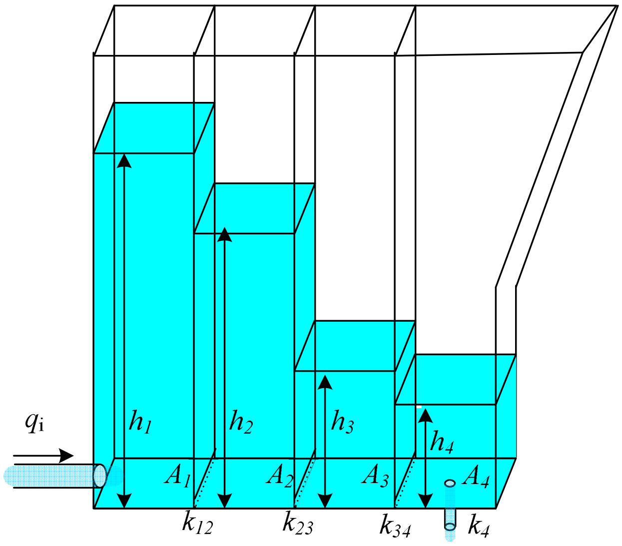
Nome:____Matrícula:______________

RESOLUÇÃO - 1ª PROVA ISD

1ª Questão: Considerando o processo de nível de líquido de 4ª ordem utilizado no primeiro exercício computacional.
Avalie de forma crítica e sucinta as seguintes afirmativas:

a) (0,5) Como o processo é não linear é necessário considerar, para um modelo ARX, a resposta em pequenos sinais. A faixa de pequenos sinais, no entanto, uma vez obtida, é válida para se identificar o processo em toda a sua a faixa de operação dinâmica.

b) (0,5) O ponto de operação do processo de nível de líquidos é um certo conjunto de suas variáveis de estado (e.g., os níveis de cada reservatório). Dependendo do interesse, podemos escolher, no espaço de estados, um ponto de operação arbitrário, e identificar o modelo correspondente.



Responda de forma bastante objetiva:

c) (1,0) Compare o procedimento analítico (partindo das leis físicas) e a identificação do sistema dinâmico (enumere pelo menos 3 aspectos - vantagens x desvantagens).

d) (0,5) Cite razões práticas de se identificar um processo simulado em relação à identificação do processo físico. Há desvantagens?

---

a) A faixa que pode ser considerada de pequenos sinais depende do ponto de operação. Se considerarmos a entrada $q_i = \bar{q}_i + \Delta q_i$ e a saída $h_4 = \bar{h}_4 + \Delta h_4$, então uma mesma variação de entrada Δq_i, nos pontos de operação "alto" e "baixo", terá diferentes variações na saída Δh_4. Desta forma a validade do um modelo linearizado depende do ponto de operação - **não** é válida para toda a faixa dinâmica do processo.

b) O ponto de operação é uma condição de regime permanente em torno da qual se tem a operação de pequenos sinais. Para uma vazão constante de entrada $\bar{q}_i$ estabelecem-se níveis únicos $\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3$ *e* $\bar{h}_4$ que são função da geometria e das constantes das válvulas. **Não** é possível escolher pontos de operação arbitrários no espaço de estado. Escolhendo-se $\bar{h}_4$ os valores de $\bar{h}_1, \bar{h}_2, \bar{h}_3$ *e* $\bar{q}_i$ decorrem de forma unívoca.

c) Aspectos
i - proximidade da realidade: as leis físicas modelam os fenômenos que se julgam atuantes no processo. A idendificação considera todos os fenômenos que se manifestam nos sinais de saída.
ii parâmetros físicos - para um braço manipulador, e.g., dimenões físicas, centros de massa, posições de parfusos, constantes de atritos, folga etc. precisam ser conhecidos para uma modelagem física. Na identificação os parâmetros físicos não são necessários. Obtêm-se, e.g. modelo ARMAX, os parâmetros do modelo (pólos e zeros)
iii - experimentos: a identificação demanda esperimentos demorados: ponto de operação, taxa de amostragem:
iv - ruído: a identificação precisa lidar com o ruído (sinais estocásticos) enquanto o modelo analítico é livre de ruídos.
v - redução de ordem: a identificação de um processo não linear com um modelo linear já pode fornecer um modelo de ordem reduzida adequado ao projeto de controlador correspondente.
vi - leis físicas: na idenfificação o conhecimento das leis físicas não é necessário de forma explícita mas pode sim, guiar a seleção dos modelos, taxa de amostragem etc. A abordagem de caixa cinza procura, justamente, incluir conhecimento à priori no processo de identificação.

d) A simulação do processo de nível de líquidos pode ser feita em alguns segundos enquanto o processo real deve operar algumas horas. A escolha do ponto de operação, da taxa de amostragem, do sinal de exictação e do modelo podem aceleradas. A desvantagem é que o processo físico apresenta dinâmicas não modeladas na simulação, tais como: atrito no potenciometro, variação no regime (fluxo entre turbulento nem laminar), zona morta do motor etc.

2ª Questão: (2,5) Seja a função de transferência $H(z) = \dfrac{Y(z)}{U(z)} = \dfrac{b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}}$. Com z^{-1} operador de atraso. Esboce a utilização do método dos mínimos quadrados para estimar os parâmetros deste modelo. Considere um experimento que fornece $N = 100$ valores de y(k) e u(k). Apresente o vetor de parâmetros a ser identificado e indique os elementos das matrizes de regressão. A partir da equação $y(k) = \Psi\hat{\theta} + e$, obtenha o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ (MQ).

$$y(k) + a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) = b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$$
$$y(k) = -a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) + b_1 u(k-1) + b_2 u(k-2)$$

$$\hat{\theta} = [-a_1 \quad -a_2 \quad b_1 \quad b_2]'$$
$$y = \psi\hat{\theta}$$

$$\mathbf{y} = \Psi\hat{\theta}$$

$$y(k) = [y_0 \quad y_1 \quad \ldots \quad y_{N-1}]'$$
$$u(k) = [u_0 \quad u_1 \quad \ldots \quad y_{N-1}]'$$

$$\mathbf{y} = \Psi\hat{\theta}$$
$$\begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ \ldots \\ y_{99} \end{bmatrix}_{98x1} = \begin{bmatrix} y_1 & y_0 & u_1 & u_0 \\ y_2 & y_1 & u_2 & u_1 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ y_{98} & y_{97} & u_{98} & u_{97} \end{bmatrix}_{98x4} \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_{4x1}$$

$$\hat{\theta}_{MQ} = [\Psi'\Psi]^{-1}\Psi'\mathbf{y}$$

3ª Questão: Considere os estimadores EMQ e GMQ iterativo cujos algoritmos são apresentados a seguir.

a) (1,5) Comente as formas diferentes destes algoritmos para obter uma estimativa não polarizada.
b) (1,0) Qual método apresenta maior custo computacional? Qual necessita mais "homem-hora" (complexidade) para ser implementado em linguagem C++? Justifique.

Estimador Mínimos Quadrados Estendido:

1. A partir da equação de regressão $y(k) = \psi^T(k-1)\boldsymbol{\theta} + e(k)$ e dos dados disponíveis, monte a equação matricial $\mathbf{y} = \Psi\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}$, como no método dos mínimos quadrados, e determine $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQ} = [\Psi^T\Psi]^{-1}\Psi\mathbf{y}$;
2. Calcule o vetor de resíduos $\boldsymbol{\xi}_1 = \mathbf{y} - \Psi\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQ}$ **;**
3. Faça i=2,
4. Com $\boldsymbol{\xi}_{i-1}$ monte a matriz estendida de regressores Ψ_i^* e estime $\hat{\boldsymbol{\theta}}^*_{EMQi} = [\Psi_i^{*T}\Psi_i^*]^{-1}\Psi_i^*\mathbf{y}$
5. Determine o vetor de resíduos $\boldsymbol{\xi}_i = \mathbf{y} - \Psi_i^*\hat{\boldsymbol{\theta}}^*_{EMQi}$ **;**
6. Faça i=i+1 e volte ao passo 4. Repita até convergir.

Estimador GMQ Iterativo:

$$y(k) = \frac{B(q)}{A(q)}u(k) + \frac{C(q)}{D(q)}\nu(k)$$

$$Ay^*(k) = Bu^*(k) + \nu(k); \quad y^*(k) = \frac{D'}{C}y(k) \quad u^*(k) = \frac{D'}{C}u(k) \quad D = AD'$$

$\frac{D'}{C}$ é um filtro descorrelacionador de ruído e também precisa ser estimado.

1. A partir da equação de regressão $y(k) = \psi^T(k-1)\boldsymbol{\theta} + e(k)$ e dos dados disponíveis, monte a equação matricial $\mathbf{y} = \Psi\boldsymbol{\theta} + \mathbf{e}$, como no método dos mínimos quadrados, e determine $\hat{\boldsymbol{\theta}}_{MQ} = [\Psi^T\Psi]^{-1}\Psi\mathbf{y}$; Têm-se $\hat{A}_1$ e $\hat{B}_1$;
2. Calcule o vetor de resíduos $\xi_1(k) = \hat{A}_1\, y(k) - \hat{B}_1 u(k)$ **;**
3. Faça i=2,
4. Ajuste um modelo autoregressivo usando o estimador MQ para a sequência de resíduos, ou seja, $\hat{D}_i'(q)\xi_{i-1}(k) = \hat{C}_i(q)\nu_i(k)$ **.** $\hat{D}_i'(q)/\hat{C}_i(q)$ é o filtro descorrelacionador de ruído a ser utilizado na iteração *i.*
5. Atualize $y_i^*(k) = [\hat{D}_i'(q)/\hat{C}_i(q)]y(k)$ e $u_i^*(k) = [\hat{D}_i'(q)/\hat{C}_i(q)]u(k)$
6. Calcule o vetor de resíduos $\xi_i(k) = \hat{A}_i\, y_i^*(k) - \hat{B}_i u_i^*(k)$ **;**
7. Faça i=i+1 e volte ao passo 4. Repita até convergir.

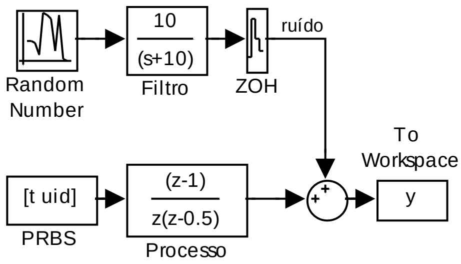
---

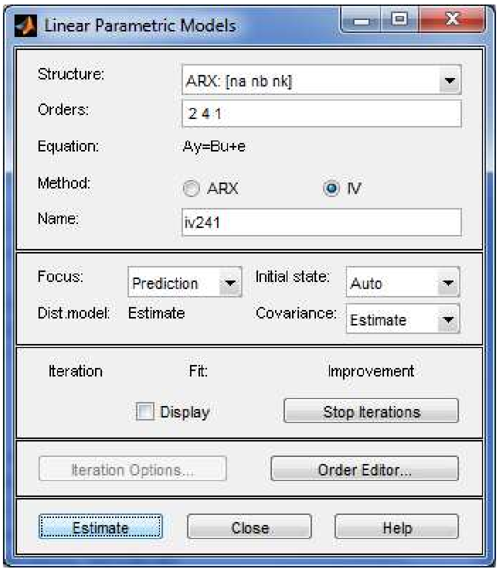
a) No EMQ estimam-se as componentes do modelo (presumido) de ruído que não sejam brancas através dos resíduos (diferença entre a saída medida e a saída modelo estimado). Estas componentes são acrescidas à matriz dos regressores para fornecer uma estimativa não polarizada dos parâmetros.
O GMQ, por sua vez, filtra os sinais envolvidos, u e y, com um filtro descorrelacionador de tal forma que o estimador seja não polarizado.

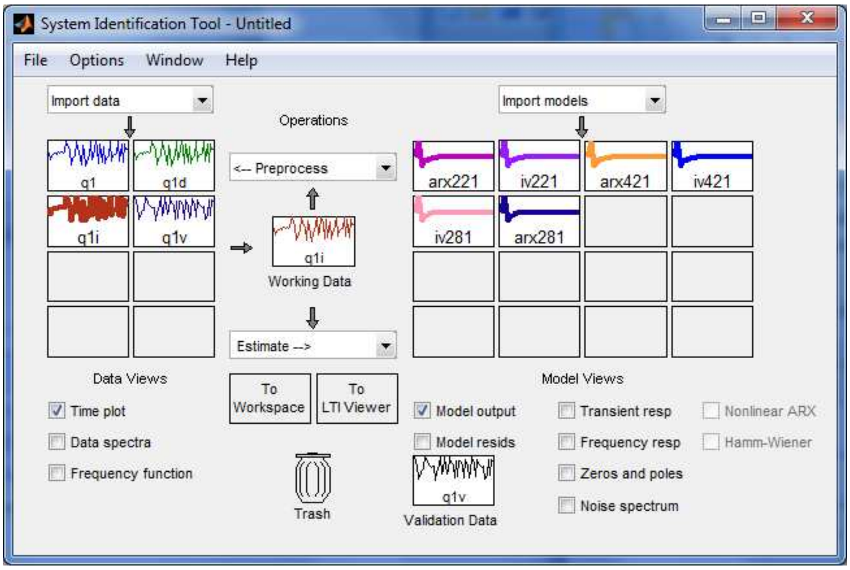
b) EMQ tem maior esforço computacional pois é preciso estimar vetores de resíduos e inverter matrizes $[\Psi_i^{*T}\Psi_i^*]^{-1}$ aumentadas. GMQ iterativo tem menor custo computacional é a implementação demanda, provavelmente, mais tempo para ser implementada (homem-hora).

4ª Questão: Considere a seguinte simulação em que os sinais uid e y são utilizados na identificação. Em duas sessões são identificados modelos arx e iv conforme as tabelas a seguir. Comente de forma crítica as seguintes afirmativas:

a) (0,5) Modelos "281" são os melhores para identificar o processo.
b) (0,5) O método das variáveis instrumentais fornece parâmetros mais próximos dos parâmetros "reais".
c) (0,5) As diferenças entre os valores de "fit" são irrelevantes e, para uma aplicação prática, o modelo de menor ordem é o mais recomendado.
d) (0,5) Modelos com muitos zeros aproximam uma resposta IIR com uma forte componente FIR (MA).
e) (0,5) Pela tabelas - Sessão 1 e Sessão 2 - é possível reduzir a ordem dos modelos, desprezando-se os termos muito menores que a unidade. A redução de ordem pode ser feita inclusive para os modelos "281".







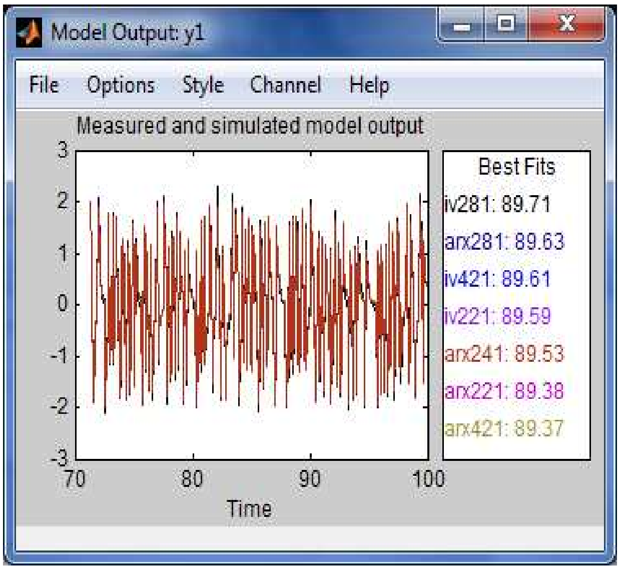
Sessão 1: Discrete-time IDPOLY model: A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t); Sampling interval: 0.1

	A(q)	B(q)
arx221	$1 - 0.4885\ q^{-1} + 0.005769\ q^{-2}$	$1.006\ q^{-1} - 0.9858\ q^{-2}$
iv221	$1 - 0.5016\ q^{-1} + 0.001876\ q^{-2}$	$1.005\ q^{-1} - 0.9991\ q^{-2}$
arx421	$1 - 0.4794\ q^{-1} + 0.01031\ q^{-2} + 0.006751\ q^{-3}$ $+ 0.005046\ q^{-4}$	$1.006\ q^{-1} - 0.9766\ q^{-2}$
iv421	$1 - 0.5016\ q^{-1} + 0.002163\ q^{-2} + 0.0002461\ q^{-3}$ $+ 0.0006654\ q^{-4}$	$1.005\ q^{-1} - 0.999\ q^{-2}$
arx281	$1 - 0.2864\ q^{-1} + 0.02241\ q^{-2}$	$1.005\ q^{-1} - 0.7825\ q^{-2} - 0.08554\ q^{-3} - 0.06377\ q^{-4}$ $- 0.03216\ q^{-5} - 0.01531\ q^{-6} - 0.006708\ q^{-7} - 0.002289\ q^{q}$
iv281	$1 - 0.2442\ q^{-1} - 0.2813\ q^{-2}$	$1.004\ q^{-1} - 0.739\ q^{-2} - 0.4119\ q^{-3} + 0.07465\ q^{-4}$ $+ 0.03769\ q^{-5} + 0.01974\ q^{-6} + 0.009754\ q^{-7} + 0.006921\ q^{q}$

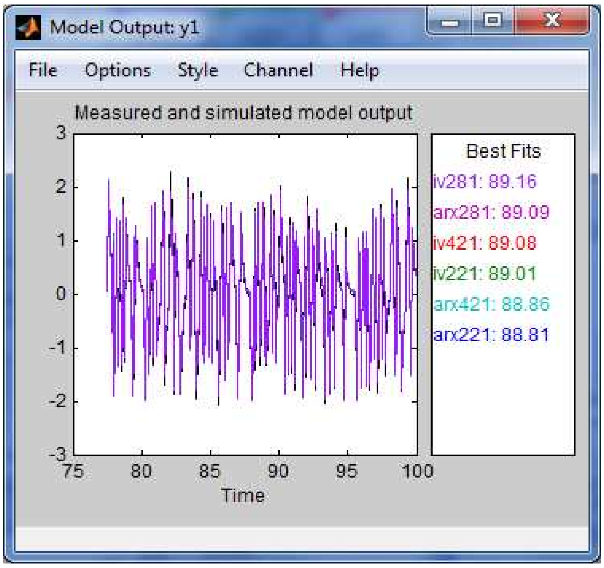
Sessão 2: Discrete-time IDPOLY model: A(q)y(t) = B(q)u(t) + e(t); Sampling interval: 0.1

	A(q)	B(q)
arx221	$1 - 0.4879\ q^{-1} + 0.003696\ q^{-2}$	$1.006\ q^{-1} - 0.985\ q^{-2}$
iv221	$1 - 0.5002\ q^{-1} + 0.0002101\ q^{-2}$	$1.005\ q^{-1} - 0.998\ q^{-2}$
arx421	$1 - 0.4803\ q^{-1} + 0.007489\ q^{-2} + 0.00592\ q^{-3}$ $+ 0.003383\ q^{-4}$	$1.006\ q^{-1} - 0.9773\ q^{-2}$
iv421	$1 - 0.5007\ q^{-1} + 0.0002256\ q^{-2} + 0.0002152\ q^{-3}$ $- 0.0001683\ q^{-4}$	$1.005\ q^{-1} - 0.9984\ q^{-2}$
arx281	$1 - 0.31\ q^{-1} + 0.0257\ q^{-2}$	$1.005\ q^{-1} - 0.8065\ q^{-2} - 0.068\ q^{-3} - 0.05975\ q^{-4}$ $- 0.02923\ q^{-5} - 0.01545\ q^{-6} - 0.006722\ q^{-7} - 0.001506\ q^{-8}$
iv281	$1 - 0.3656\ q^{-1} - 0.159\ q^{-2}$	$1.003\ q^{-1} - 0.861\ q^{-2} - 0.227\ q^{-3} + 0.04401\ q^{-4} + 0.02317\ q^{-5}$ $+ 0.01085\ q^{-6} + 0.004937\ q^{-7} + 0.005897\ q^{-8}$

Sessão 1



Sessão 2



---

a) "melhor", "ótimo" etc dependem do critério que se adota. Se o objetivo é "minimizar o erro quadrático médio, no conjunto de validação, entre a saída do modelo e a saída medida (Best Fits)" então os modelos 281 são os melhores.

b) Os parâmetros reais são fornecidos no diagrama de simulação. i221 é menos polarizado que arx221 o mesmo acontece com iv421 em relação a arx421. Nos modelos 281, no entanto, há uma discrepância significativa.

c) Segundo o erro quadrático médio 281 é melhor. Não obstante, para uma aplicação prática, a diferença irrisória de 0,38% entre o "melhor" e o "pior" da sessão 1, indicam que outras considerações devam apoiar a escolha do "melhor" modelo. Modelos de menor ordem reduzem o esforço computacional e simplificam a implementação. iv221 seria o mais recomendado.

d) Correto, os modelos 281 aproximam uma resposta IIR com uma forte componente FIR (MA). Nota-se que os pólos dos modelos 281 são muito distintos dos modelos 221 e 421 (e do processo real), assim a boa aproximação só pode ser atribuída à média ponderada realizada pelos 8 zeros introduzidos nesta identificação.

e) A redução dos modelo 421 e 221 para um modelo 121 é relativamente direta, pela inspeção comparativa dos coeficientes obtidos. No entanto, para os modelos 281 a redução, caso seja feita, necessita de métodos computacionais (e.g., análise da dominância modal).

Obs: Para o caso discreto os pólos dominantes são os que estão mais próximos de z=1.

Para os modelos 221 a soma das raízes é ~ -0.5 e o produto das raízes é ~0.005. Uma raíz é portanto ~-0.5 e a outra está próxima da origem. Esta última pode ser desprezada.

Para os modelos 421 a soma das raízes também é ~ -0.5. Os demais termos do polinômio são muito pequenos. Uma raíz é portanto ~-0.5 e as outras raízes estão próximas à origem. Estas últimas raízes podem portanto, ser desprezadas.