Nome:____Matrícula:_______________

RESOLUÇÃO - 1ª PROVA ISD

1ª Questão (2,0): As seguintes afirmativas são verdadeiras? Por quê?

a) A identificação paramétrica é preferível à identificação não-paramétrica, pois os parâmetros obtidos podem ser utilizados imediatamente no projeto de controladores.
b) Modelos autônomos não podem ser identificados pois não possuem sinal de entrada.
c) Métodos que utilizam correlação dos sinais são mais robustos a ruído, inclusive no domínio da frequência.
d) Identificação de sistemas e estimação de parâmetros são sinônimos para modelos não-paramétricos no domínio do tempo discreto.

F a) Tanto a identificação paramétrica (e.g., função de transferência) como a não paramétrica (diagrama de bode) podem ser utilizadas no projeto de controladores.

F b) Modelos autônomos (e.g., séries temporais) podem ser identificados. Em $y(k)=\Psi\hat{\theta}+e$ *;* ψ *só contém amostras* $y(k-i),\ i=a,b,...$

V c) A correlação considera todo a sinal, aumentado consideravelmente a robustez dos métodos de identificação.

F d) Nos modelos não-paramétricos não há identificação de parâmetros.

2ª Questão: (2,0) Seja a função de transferência $H(z)=\dfrac{Y(z)}{U(z)}=\dfrac{b_1z^{-2}+b_2z^{-3}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}}$. Com z^{-1} operador de atraso. Esboce a utilização do método dos **mínimos quadrados estendido** para estimar os parâmetros deste modelo. Considere um experimento que fornece N = 500 valores de $y(k)$ e $u(k)$. Apresente o vetor de parâmetros a ser identificado e indique os elementos das matrizes de regressão. A partir da equação $y(k)=\Psi\hat{\theta}+e$, obtenha o vetor de parâmetros $\hat{\theta}$ (EMQ).

$$y(k)+a_1y(k-1)+a_2y(k-2)=b_1u(k-1)+b_2u(k-2)$$
$$y(k)=-a_1y(k-1)-a_2y(k-2)+b_1u(k-1)+b_2u(k-2)$$

Na primeira iteração utiliza-se o MMQ:

$$\hat{\theta}=[-a_1 \quad -a_2 \quad b_1 \quad b_2]' \qquad y=\psi\hat{\theta} \qquad \mathbf{y}=\Psi\hat{\theta}$$

$$y(k)=[y_0 \quad y_1 \quad ... \quad y_{N-1}]' \qquad u(k)=[u_0 \quad u_1 \quad ... \quad y_{N-1}]'$$

$$\mathbf{y}=\Psi\hat{\theta}$$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ ... \\ y_{499} \end{bmatrix}_{498x1} = \begin{bmatrix} y_1 & y_0 & u_1 & u_0 \\ y_2 & y_1 & u_2 & u_1 \\ ... & ... & ... & ... \\ y_{498} & y_{497} & u_{498} & u_{497} \end{bmatrix}_{498x4} \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_{4x1} \qquad \hat{\theta}_{MQ}=[\Psi'\Psi]^{-1}\Psi'\mathbf{y}$$

$$v=\hat{y}(k)-\Psi\hat{\theta}\rightarrow resíduo\ MMQ$$

Depois são feitas algumas iterações (até a convergência) com a matriz dos regressores estentida $\mathbf{y}=\Psi*\hat{\theta}$

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ y_3 \\ ... \\ y_{499} \end{bmatrix}_{498x1} = \begin{bmatrix} y_1 & y_0 & u_1 & u_0 & v_2 \\ y_2 & y_1 & u_2 & u_1 & v_3 \\ ... & ... & ... & ... & .. \\ y_{498} & y_{497} & u_{498} & u_{497} & v_{499} \end{bmatrix}_{498x5} \begin{bmatrix} -a_1 \\ -a_2 \\ b_1 \\ b_2 \\ c_1 \end{bmatrix}_{5x1} \qquad \hat{\theta}_{EMQ}=[\Psi*'\Psi*]^{-1}\Psi*'\mathbf{y}$$

Onde a última coluna da matriz (estimativa do ruído e) vem do resíduo da estimativa anterior: $v=\hat{y}(k)-\Psi\hat{\theta}$

3ª Questão: (2,0) "Não basta acertar na média, a variância deve ser pequena"

O método das variáveis instrumentais obtém resultados sem polarização no limite probabilístico (plim)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{VI} = [Z^T \Psi]^{-1} Z^T \mathbf{y}$$

Considere o seguinte modelo $y(k) = a_1 y(k-1) + a_2 y(k-2) + bu(k-1) + e(k)$
e as opções de instrumentos $\mathbf{z}^{\mathrm{T}}$:

a) $[y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-1)]$

b) $[\hat{y}(k-1) \quad \hat{y}(k-2) \quad u(k-1)]$

c) $[u(k-1) \quad u(k-2) \quad u(k-3)]$

Para cada tipo de ruído, indique, justificando, a melhor opção de instrumentos. Considere a polarização e a variância.

i) Ruído branco
ii) Ruído MA
iii) Ruído AR

---

i) Ruído branco, modelo com componente AR $\{y(k-1), y(k-2)\}$
→ **instrumento b)** fornece estimativa não polarizada.

ii) Ruído MA, também **instrumento b)** (menor variância que a opção c))

iii) Ruído AR → **instrumento c)**: Maior variância que b) porém sem polarização.

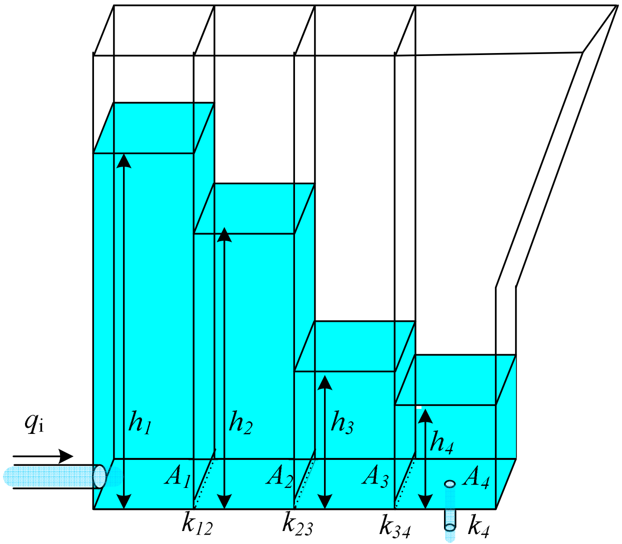
4ª Questão (2,0): Considere o processo de nível de líquido de 4ª ordem utilizado no primeiro exercício computacional. Para cada afirmativa, indique, justificando de forma crítica, Verdadeiro ou Falso.

a) (0,5) "Identificar o sistema" consiste na escolha de uma estrutura, a definição de um experimento que gere sinais de entrada e saída e a escolha de um algoritmo de estimação de parâmetros. A soma dos erros quadráticos (MSE) é a única função de custo que pode ser utilizada para se identificar sistemas linearizados em torno de um ponto de operação. Isto é, garante a ortogonalidade entre o conjunto de medidas e os resíduos.

b) (0,5) Processos físicos estão sempre sujeitos a ruídos - quer na entrada, na saída bem como nas variáveis de estado. Considerar o processo como ergódico significa que não importa o número de amostras utilizadas na identificação. Cada sinal utilizado apresentará, estatisticamente, a mesma média e variância.

c) (0,5) Em regime permanente, para certa vazão de entrada q_i, têm-se níveis únicos h_1, h_2, h_3, h_4, em cada uma das colunas do processo. À posição das válvulas que interconectam as colunas d'água, correspondem os parâmetros k_{12}, k_{23}, k_{34}, k_4, os quais determinam, efetivamente, a relação que se estabelece entre os níveis (em função de q_i). Os parâmetros k_{12}, k_{23}, k_{34}, k_4 podem ser identificados facilmente com algoritmos de mínimos quadrados.

d) (0,5) Na identificação de sistemas dinâmicos pode-se adotar a abordagem caixa-branca, caixa-preta ou ainda caixa-cinza. A modelagem caixa-branca não traz, em geral, resultados muito práticos, pois sempre adota hipóteses simplificadoras para processos reais. A abordagem caixa-preta não tem nenhum compromisso com a estrutura interna do processo identificado. Por fim, a identificação caixa-cinza tenta utilizar leis físicas para estruturar o modelo do processo. O Exp1ISD pode ser considerado uma identificação caixa cinza, pois a estrutura interna do processo estava disponível (liq4MF.mdl) e guiou o processo de identificação.



F a) MSE é a única norma que garante a ortogonalidade mas não é a única norma que pode ser utilizada, e.g., variáveis instrumentais, que não são ortogonais mas reduzem a polarização de forma assintótica (plim – limite probabilístico).

F b) Considere, por exemplo a PPA - probabilidade para pequenas amostras. Em VI a polarização nula é obtida assintóticamente, isto é, não vale para pequenas amostras.

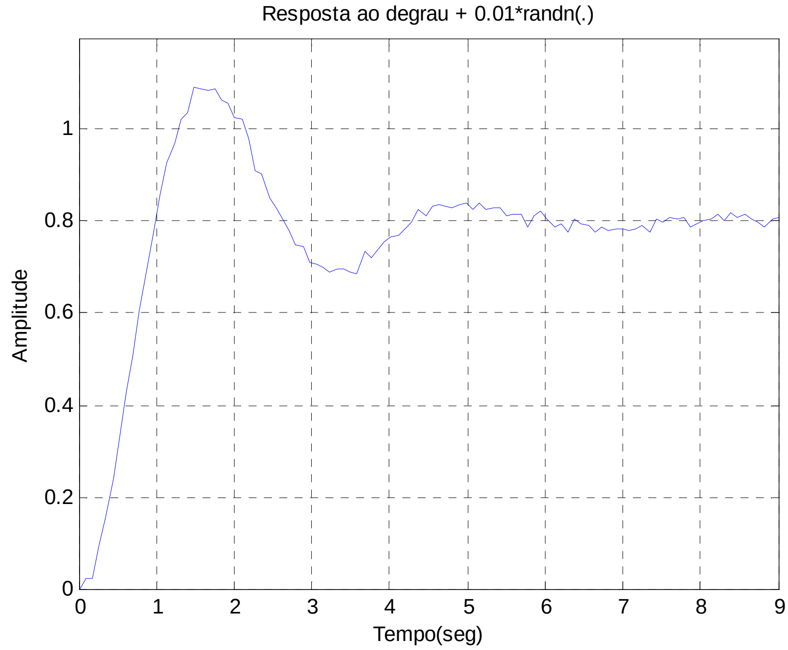
V c) As equacões que descrevem o processo de nível de líquido são lineares nos parâmetros das válvulas.

$$\left\{\begin{array}{rcl} A_1 \cdot \dot{h}_1 & = & q_{i1} - k_{12} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot sign(h_1 - h_2) \\ A_2 \cdot \dot{h}_2 & = & k_{12} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot sign(h_1 - h_2) \ldots \\ & & -k_{o2} \cdot \sqrt{h_2} - k_{23} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot sign(h_2 - h_3) \\ A_3 \cdot \dot{h}_3 & = & q_{i2} + k_{23} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot sign(h_2 - h_3) \ldots \\ & & -k_{34} \cdot \sqrt{|h_3 - h_4|} \cdot sign(h_3 - h_4) \\ A_4 \cdot \dot{h}_4 & = & k_{34} \cdot \sqrt{|h_3 - h_4|} \cdot sign(h_3 - h_4) - k_{o4} \cdot \sqrt{h_4} \end{array}\right.$$

F d) As informações sobre o processo não foram utilizadas em nenhuma parte do experimento computacional (eventualmente a ordem do processo - mesmo assim não de forma condicionante). Assim, podemos dizer que foi uma identificação caixa-preta.

Numa identificação caixa-cinza típica (e.g., utilizando idgrey.m ou idnlgrey) conhece-se a estrutura do processo e apenas os parâmetros desconhecidos são identificados. O que reduz em muito o esforço computacional e melhora o condicionamento numérico.

5ª Questão (2,0): Os métodos determinísticos de identificação não consideram o ruído de forma específica. Assumem que a relação sinal/ruído seja suficientemente alta. Obtenha os parâmetros A, ζ e ω_n de um sistema de 2ª ordem a partir de sua resposta a um degrau unitário.



$$\hat{G}(s) = \frac{A\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} sen(\omega_d t - \phi)$$

$$\sigma = \zeta\omega_n;$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{1-\zeta^2} = 2\pi / T_d$$

$$B_2 = B_1 e^{-\sigma(T_2 - T_1)}$$

```
---
A=0.8;                % do gráfico
Td=4.9-1.6            % do gráfico
B1=0.28; B2=0.04; % do gráfico

wd=2*pi/Td
sigma = -log(B2/B1)/Td
a=sigma/wd
zeta=a/sqrt(1+a*a)
wn=wd/sqrt(1-zeta^2)

g=tf(A*wn^2,[1 2*zeta*wn wn^2]);[y,t]=step(g);
r=0.01*randn(size(y));clf;plot(t,y,t,y+r);hold on

A=0.8;zeta=0.3;wn=2;g=tf(A*wn^2,[1 2*zeta*wn wn^2]);
[y,t]=step(g),plot(t,y,'r');grid
legend('y_e_s_t','y_m_e_d','y_i_d_e_a_l');
axis([0 9 0 1.2])
```

```
Td =      3.3000
wd =      1.9040
sigma =   0.5897
a =       0.3097
zeta =    0.2958
wn =      1.9932
```