Nome:________________________________________________Curso:__________________Matrícula:______________

# GABARITO - 1ª PROVA MIS/ISD - 2º/2016 (SEM CONSULTA, SEM CALCULADORA)

**1ª Questão** (2,0): Para a identificação de um processo SISO de nível de líquido de 4ª ordem em cascata (Exp1ISD), modelo ARMAX, comente a necessidade (ou não), e as correspondentes regras heurísticas, dos seguintes procedimentos:

a) Escolha do número de amostras/Taxa de amostragem.
-- Considerando-se a típica resposta ao degrau: 10.000 amostras 100s.

b) Cálculo da transformada de Fourier dos sinais de entrada e saída.
-- Não necessária para o modelo ARMAX.

c) Separação de conjunto de identificação e conjunto de validação.
-- 70% conjunto de identificação, 30% conjunto de validação.

d) Escolha da estrutura do modelo (pólos, zeros, atraso).
-- 4 pólos, 0 zeros, 1 atraso.

e) Modelo de ruído.
-- MA de xª ordem.

f) Redução do ruído no sinal medido através de filtro passa baixas.
-- Não desejável, pois insere polo(s) adicional.

g) Ponto de operação.
-- Longe da saturação em vazio e cheio, pois necessita de excursão em torno do ponto de operação.

h) Escolha do sinal de entrada (e parâmetros deste sinal).
-- PRBS, 10.000 pontos banda [0 0.05], níveis [-1 1], somado ao offset do ponto de operação 50 $cm^3/s$.

i) Descarte da transição para o ponto de trabalho.
-- Descartar amostras iniciais (~500 pontos) até chegar no ponto de operação. Descartar transitório.

j) Amplitude do sinal de entrada.
-- Amplitude < 1, para ser considerado pequenos sinais.

**2ª Questão** (2,0): Mostre, se possível, a matriz de regressores $\boldsymbol{\psi}$, que permite identificar os parâmetros $K_i$, $i = \{0\},1,2$ dos seguintes processos estáticos, $y(k) = f(u(k))$, pelo método dos mínimos quadrados, $\widehat{\Theta}_{MQ} = [\boldsymbol{\psi}^T\boldsymbol{\psi}]^{-1}\boldsymbol{\psi}^T\mathbf{y}$.
Obs: Pequenas manipulações matemáticas podem ser usadas para aplicar o método.

a) (1,0) $y(k) = K_0 + K_1u(k) + K_2u^2(k)$

-- $y(k) = \psi^T\Theta + e;\quad \Theta = [K_0 \quad K_1 \quad K_2]^T;\quad \psi^T = [1 \quad u(k) \quad u^2(k)]$

b) (1,0) $y(k) = K_1 e^{-K_2u(k)}$

-- $ln\, y(k) = ln\, K_1 - K_2u(k)$ $\qquad ln\, y(k) = \psi^T\Theta + e;\quad \Theta = [ln\, K_1 \quad -K_2]^T;\quad \psi^T = [1 \quad u(k)]$

**3ª Questão** (2,0): Considerando a identificação que visa o projeto de controladores, assinale verdadeiro, V, ou falso, F. Caso considere um item falso, comente de forma crítica o(s) trecho(s) que tornam a sentença falsa.

a) A polarização de um algoritmo de identificação só ocorre quando o erro, $\mathbf{e} = \mathbf{y} - \boldsymbol{\Psi}^T\boldsymbol{\theta}$, é correlacionado com os regressores.
-- F. $\hat{\theta} = Ay$. A polarização é dada por $b = E[Ay] - \theta = E[A(\psi\theta + e)] - \theta$,
$b = E[A\psi - I]\theta - E[Ae]$.
Assim também é necessário que $A\psi = I$ e que o erro deve ter média 0 ($E[Ae] = E[A]E[e]$).

b) Caixa Branca, Caixa Cinza e Identificação Não Paramétrica podem ser utilizadas para se obter a função de transferência de um processo não linear em torno de um ponto de operação.
-- F. Função de transferência é uma representação paramétrica (e.g., pólos, zeros e ganho ou polinômio numerador e polinômio denominador). Identificação não paramétrica (e.g. Bode, Resposta ao Impulso) não permite obter (diretamente) uma função de transferência.

c) Mínimos Quadrados Generalizado, Mínimos Quadrados Estendido e Variável Instrumental apresentam esforço computacional semelhante. Cada um é mais indicado para certos tipos de ruído.
-- F. Os esforços computacionais são muito distintos.
-- Variável instrumental apresenta o menor esforço computacional – solução mínimos quadrados, os instrumentos podem ser escolhidos de acordo com o tipo de ruído, como pode ser visto do último termo de $b_a$.
$\hat{\theta}_{VI} = [Z^T\psi]^{-1}Z^Ty \qquad b_a = plim[Ae] = plim\,[(Z^T\psi)^{-1}]plim[Z^Te]$
-- Mínimos Quadrados Generalizado, custo intermediário – mínimos quadrados aplicado aos sinais filtrados, ruído AR.
-- Mínimos Quadrados Estendido – maior custo – aprox. iterativa do ruído MA utilizando matriz aumentada.

d) O erro quadrático médio no conjunto de validação é, em geral, menor que no conjunto de identificação.
-- F. O conjunto de identificação calcula os parâmetros minimizando e erro quadrático médio para estes pontos. O conjunto de validação apresenta, normalmente, erro maior que o conjunto de identificação. Se não for desta forma é um indício que que o conjunto de dados não é suficiente para identificar adequadamente o processo.

**4ª Questão** (2,0): Considere um sistema SISO discreto P2D3Z (2 pólos, 1 zero e 3 atrasos) com ruído MA de 1ª ordem. 512 amostras de um sinal de entrada $u$, PRBS, e as correspondentes saídas $y$, estão disponíveis. Esboce em pseudo-código (ou em .m) o algoritmo dos Mínimos Quadrados Estendido (matriz de regressores aumentada) para a identificação do processo. Especial atenção deve ser dada às dimensões corretas de matrizes e vetores.
--

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{(b_1z+b_0)z^{-3}}{z^2+a_1z+a_0}$$

$$y(k+2) + a_1y(k+1) + a_0y(k) = b_1u(k-2) + b_0u(k-3) + \mathrm{e}(\mathrm{k}+2)$$

$$y(k) = -a_1y(k-1) - a_0y(k-2) + b_1u(k-4) + b_0u(k-5) + cv(k-1) + v(k)$$

Primeira rodada MQ:
$y(k) = \psi_i^T\Theta_i + e; \quad \Theta_i = [-a_1 \ \ -a_0 \quad b_1 \quad b_0]^T; \quad \psi_i^T = [y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-4) \quad u(k-5)]$

Utilização do resíduo $\xi$ como estimativa do ruído $\nu$.

$\xi = y(k) - \psi^T\Theta; \quad \psi^T = [y(k-1) \quad y(k-2) \quad u(k-4) \quad u(k-5) \quad \xi(k-1)]; \qquad \Theta = [-a_1 \ \ -a_0 \quad b_1 \quad b_0 \quad c]^T.$

CÓDIGO .m:

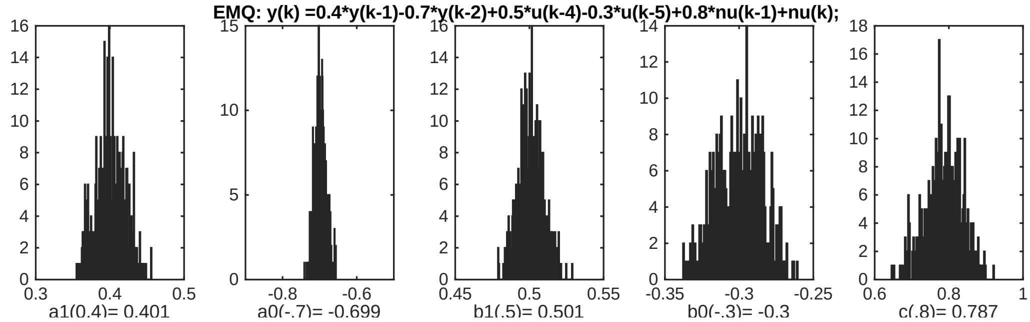
```
N=512;                          % condicoes iniciais
y=zeros(5,1);
u=randn(N,1);                   % entradas aleatorias
nu=0.2*randn(N+1,1);            % ruido

for k=3:length(nu), e(k)=0.8*nu(k-1)+nu(k); end; %geracao de ruido MA

% modelo com erro de modelagem MA
for k=6:N, y(k) =0.4*y(k-1)-0.7*y(k-2)+0.5*u(k-4)-0.3*u(k-5)+e(k); end;

% estimacao inicial de parametros usando estimador MQ
Psi =[y(5:N-1) y(4:N-2) u(2:N-4) u(1:N-5)];   V=y(6:N);
teta=inv(Psi'*Psi)*Psi'*V;
xi =V-Psi*teta;

% estimador EMQ
xi2=[0; 0; 0; 0; 0; xi(1:N-5)];
for k=1:10 %iteracoes para assegurar convergencia
 PsiE=[Psi(1:N-5,:) xi2(5:N-1)];
 tetaE=inv(PsiE*PsiE)*PsiE*V(1:N-5);
 xi2=[0;0;0;0;0; V(1:N-5)-PsiE*tetaE];
end;
```




**5ª Questão** (2,0): Considere a estimação de parâmetros variantes no tempo. Neste caso, o algoritmo recursivo, com fator de esquecimento, $\lambda$, permite, em princípio, identificar um modelo linear suficientemente preciso para o projeto de um controlador adaptativo. As figuras 1 e 2 ilustram a identificação recursiva para dois valores de $\lambda$ (Exp2ISD).

$$K_k = \frac{P_{k-1}\psi_k}{\psi_k^T P_{k-1}\psi_k + \lambda}$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + P_k\psi_k[y(k) - \psi_k^T\hat{\theta}_{k-1}]$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda}\left(P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\psi_k\psi_k^T P_{k-1}}{\psi_k^T P_{k-1}\psi_k + \lambda}\right)$$

a) Como deve ser escolhido $\lambda$, se tivermos sinais bastante ruidosos?
-- É melhor não confiar nas amostras presentes – utilizar $\lambda \to 1$.

b) Haveria benefício em se reduzir $\lambda$ durante a fase inicial da estimação?
-- Sim, pois como não há modelo anterior, haveria uma convergência mais rápida para um modelo "útil".

c) A estimação recursiva também seria útil para o controle um processo não linear ao longo de diferentes pontos de operação, e.g., um manipulador robótico? Como?
-- Sim, seria feita uma aproximação linear do processo para cada ponto de operação. Adaptação deve ser rápida o suficiente para que o modelo seja válido para o controlador.

d) Considerando que mudanças em processos tipicamente acontecem aos saltos, haveria vantagem em "manobrar" $\lambda$ i.e, $\lambda$(k), ao detectar-se uma transição no ponto de operação? De que forma isto poderia ser feito?
-- Sim. Ao ser detectada um transição, reduz-se $\lambda$ a um valor pré-estabelecido e seguro (aprendizado rápido) depois retorna-se lentamente ao valor de $\lambda$ de trabalho (tipicamente utiliza-se uma transição exponencial).

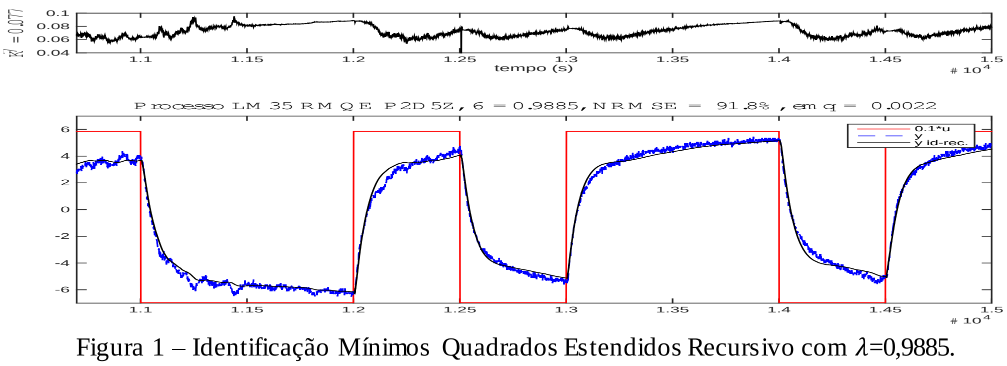



Figura 1 – Identificação Mínimos Quadrados Estendidos Recursivo com $\lambda$=0,9885.

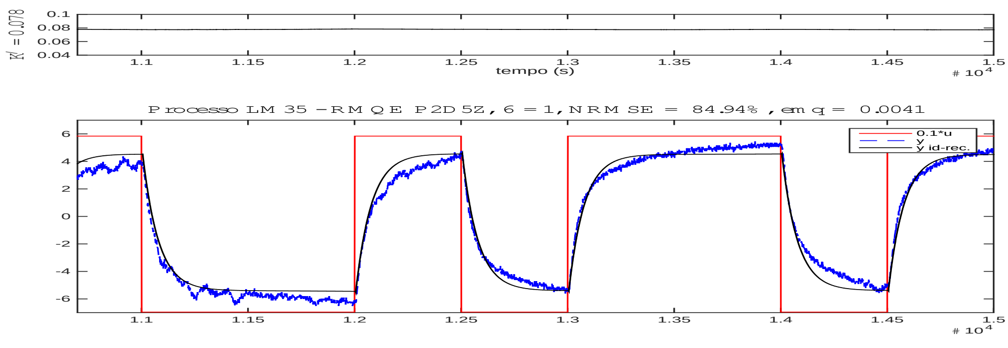



Figura 2 – Identificação Mínimos Quadrados Estendidos Recursivo com $\lambda$=1.