



Nome: \_\_\_\_\_ Curso: \_\_\_\_\_ Matrícula: \_\_\_\_\_

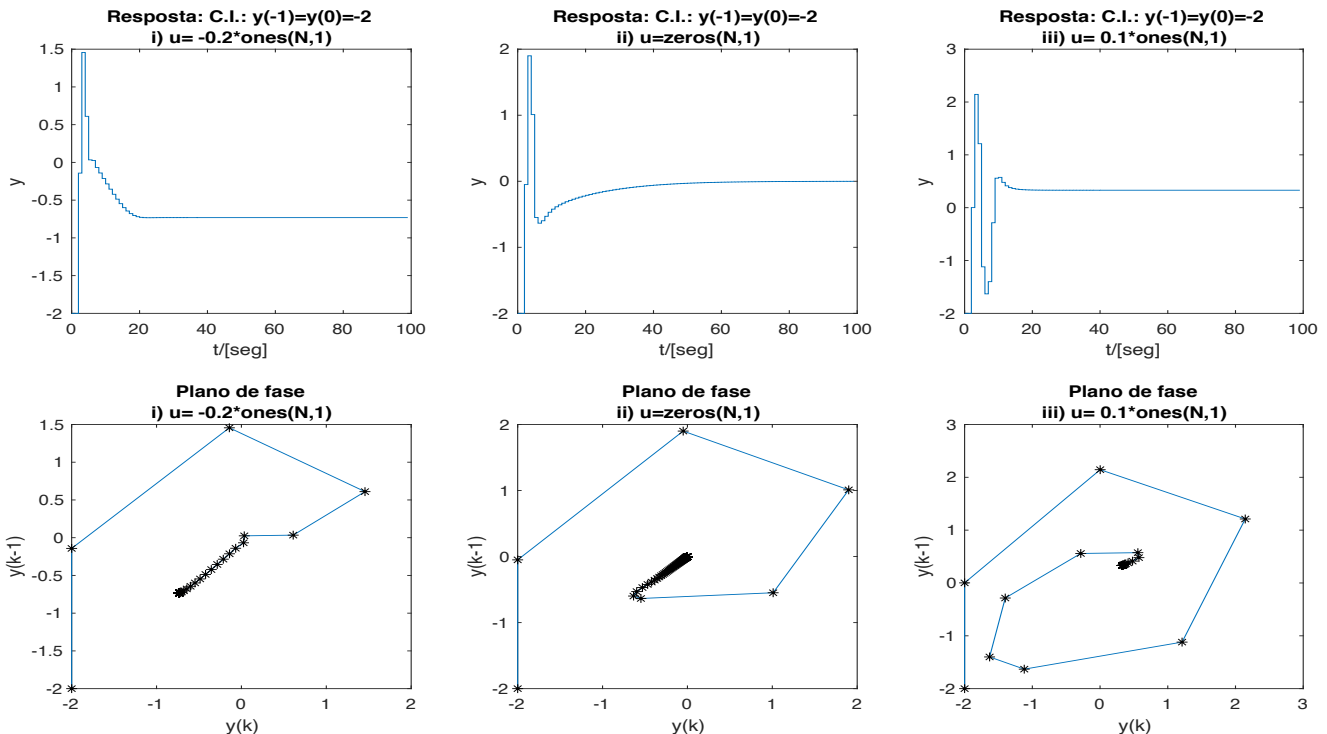
## 2ª PROVA ISD - 2º/2019

$$y = \psi \hat{\theta} + \xi \quad \hat{\theta} = [\psi^T \psi]^{-1} \psi^T y \quad n_y - \text{atrasos em } y; \quad n_u - \text{atrasos em } u; \quad l - \text{grau do polinômio}$$

$$\text{Mason: } Y(s)/R(s) = \sum T_i \Delta_i / \Delta.$$

1ª Questão: (3,0) Considere a resposta do seguinte modelo NARMAX polinomial, para diferentes sinais de entrada:

$$y(k) = -0,5 y(k-1)^2 y(k-2) + 0,4 y(k-2) * y(k-1)^2 - 0,2 y(k-2)^3 + 0,9 y(k-1) + 0,025 y(k-2) + u(k-1) - 0,5 u(k-2) - 0,2 y(k-1)^2 + 0,1 y(k-2)^2 - 0,05 y(k-1) * y(k-2) + 0,2 u(k-1) * u(k-2) + 0,6 * u(k-1) * y(k-1) - 0,7 u(k-1) * y(k-2) + 0,1 u(k-2) * y(k-1);$$

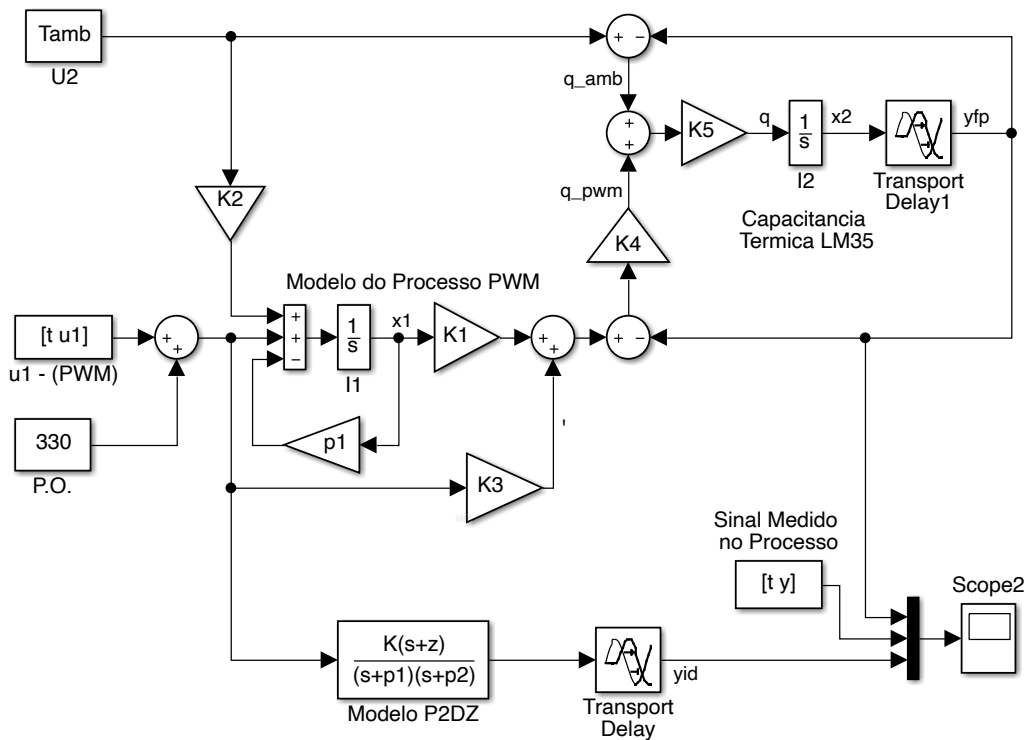


- a) (1,5) Para os casos i), ii) e iii), obtenha o polinômio característico do modelo autônomo  
 $\sum_{y^l} y^l + \dots + \sum_{y^2} y^2 + (\sum_y - 1)y + \sum_0 = 0.$   
 Obs. Com  $u$  fixo, tem-se um novo “sistema autônomo” com novos pontos fixos.
- b) (0,5) Para a condição ii), quais os pontos fixos do sistema?
- c) (1,0) Para  $y(1) = y(2) = -0,4$  e  $u = 0,2 * \text{ones}(N,1)$  a resposta converge para  $y(k) = 0,4899$ .  
 No entanto, com  $y(1) = y(2) = -2$ ; e  $u = 0,2 * \text{ones}(N,1)$  a resposta diverge. Por quê?  
 Como determinar, computacionalmente, a “bacia de atração”, valores iniciais para os quais o sistema não linear converge para o ponto fixo correspondente? (Desconsidere aqui sistemas caóticos)
- 
- a) i)  $u = -0,2 \quad -0,3y^3 - 0,15y^2 + (.925-1)y - 1 + 0,008 = 0 \quad \text{:: roots()= } -0,7314; \quad 0,1157 \pm 0,6371i$   
 ii)  $u = 0 \quad -0,3y^3 - 0,15y^2 + (.925-1)y = 0 \quad \text{:: roots()= } 0,0; \quad -0,25 \pm 0,4330i$   
 iii)  $u = 0,1 \quad -0,3y^3 - 0,15y^2 + (.925-1)y + 0,05 + 0,002 = 0 \quad \text{:: roots()= } -0,4152 \pm 0,5933i; \quad 0,3305$
- b)  $\text{:: roots()= } 0,0; \quad -0,25 \pm 0,4330i$
- c) Utilizando uma grade, suficientemente fina, calcular as derivadas. A fronteira dos vetores apontando para dentro da bacia de atração que contem o ponto fixo.

**2ª Questão:** (4,0) O trabalho computacional Exp3ISD tratou da utilização do filtro de Kalman como identificador recursivo ótimo de um processo térmico. Diferentes modelos podiam ser utilizados. No diagrama de blocos a seguir temos, além do sinal medido, y, temos a função de transferência identificada P2DZ (yid) e o modelo “first principles”, yfp. (Não considere, inicialmente, o ventilador). Assumindo-se que a função de transferência P2DZ tenha sido identificada com fitness muito bom, via procest(), (assuma  $T_d = 0$ ).

$$G(s) = \frac{0,01(s + 0,004)e^{-T_d s}}{(s + 0,02)(s + 0,003)}$$

- a) (2,0) Calcule os parâmetros do modelo “first principles” (fp):  $K_1, K_3, K_4, K_5$ , para pequenos sinais, que descrevem  $G_{fp}(s) = Y_{fp}(s)/U_1(s)$ .  
Obs1: o polo rápido do modelo identificado,  $p_1$ , é associado ao polo do processo PWM.  
Obs2:  $[K_1, K_3, K_4, K_5]$  são função de  $p_2, z$  e  $K$ . Assim é necessário arbitrar um parâmetro, assuma  $K_5=0,001$ .
- b) (0,5) Para grandes sinais, em regime permanente, calcule  $K_2$ , de tal forma que não haja fluxos de calor quando  $y_{fp} = T_{amb}$ .
- c) (0,5) Como interpretar eventuais parâmetros ( $K_i$  nos itens a) e b),  $i=1:5$ ) com ganho negativo?
- d) (0,5) Que vantagens há em se utilizar o modelo *fp* em relação ao modelo na forma *modal* (cf. Exp3ISD).
- e) (0,5) Tendo um ventilador como entrada adicional do processo térmico, um modelo P3D2Z seria o mais adequado para a identificação? Justifique.



$$G(s) = \frac{0,01(s + 0,004)e^{-T_d s}}{(s + 0,02)(s + 0,003)}$$

a) Função de transferência fp:

$$\frac{Y_{fp}(s)}{U_1(s)} = \left( \frac{K_1}{s+p_1} + K_3 \right) \left( \frac{\frac{K_4 K_5}{s}}{1 + \frac{K_4 K_5}{s}} \right) = \frac{K_3 s + K_3 p_1 + K_1}{s+p_1} \left( \frac{K_4 K_5}{s + K_4 K_5} \right) = \frac{K_3 (s+p_1 + K_1/K_3)}{s+p_1} \left( \frac{K_4 K_5}{s + K_4 K_5} \right)$$

$$K_5(1 + K_4) = p_2$$

$$p_1 + K_1/K_3 = z$$

$$K_3 K_4 K_5 = K$$

$$K_1 = -0,08; K_3 = 5; K_4 = 2; K_5 = 0,001.$$

b)  $\frac{K_1}{s+p_1} K_2 T_{amb} = T_{amb}; K_2 = \frac{p_1}{K_1}; K_2 = -0,25.$

c) Estrutura incorreta ou parâmetros incorretos no modelo adotado para atuador PWM.

d) Fluxos de calor podem orientar o retrabalho do processo (e.g., melhores isolantes, maior potência do atuador).

e) Poderia continuar P2DZ, mas como processo MIMO teria uma nova entrada.

3ª Questão: (3,0) Assinale V/F, comentando todos os aspectos que considere polêmicos.

- a) Modelos caixa-cinza são melhores do que modelos caixa-preta. Modelos no espaço de estado são melhores que funções de transferência. Assim modelos caixa-cinza no espaço de estados são os modelos mais precisos, pois a estrutura interna do processo é utilizada. Desta forma, é fácil isolar estrutura do ruído que incide no processo.

F – Em nenhum caso é “fácil” obter a estrutura do ruído que incide no processo. Em geral só se tem acesso à variável de saída, ruidosa. Não se sabe com o ruído sobre as variáveis de estado foi propagada.

- b) Existem 3 formas de se lidar com a informação “cinza” no espaço de estados:  
 i) identificar o processo com  $ssest()$  e em seguida transformar as variáveis de estado para a estrutura desejada;  
 ii) utilizar  $ssest()$ , fixando-se os termos da matriz que são conhecidos;  
 iii) utilizar  $greyest()$ , em que os parâmetros do modelo (que compõem a matriz de estados) estão explícitos.  
 Como a “estrutura real” nunca é conhecida (e.g., processo térmico) é indiferente utilizar i), ii) ou iii).

F – o modelo  $greyest()$ , iii) é, em princípio, melhor, pois permite identificar os parâmetros que compõe a estrutura na forma esperada. Os métodos i) e ii) fornecem os parâmetros da matriz, não do modelo. (Parâmetros da matriz são combinações dos parâmetros do modelo).

- c) O filtro de Kalman é ótimo para estimar variáveis de estado. No entanto, diferentes modelos do processo podem ser utilizados. No caso de um robô móvel, por exemplo, podemos estimar a posição cartesiana,  $(x,y)$  ou podemos estimar  $(x,y, \varphi)$  acrescentando a orientação. Poderíamos também estimar  $(x, y, \varphi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi})$ . Se já temos o modelo de Euler disponível ( $\underline{x}, \underline{y}$  resultantes da integração da posição), é mais “prático” utilizar uma alta taxa de amostragem do que identificar um modelo envolvendo  $(x, y, \varphi, \dot{x}, \dot{y}, \dot{\varphi})$ .

(dois argumentos foram considerados)

V – um modelo com alta taxa de amostragem permite considerar de forma mais eficaz perturbações. Quer dizer: pequenas e frequentes correções podem representar o sistema de forma melhor que um modelo mais elaborado que perca informações relevantes entre amostras.

F – a taxa de amostragem mais rápida não garante que tenhamos estimativas melhores.

- d) Um filtro de Kalman pode ser modificado para estimar, de forma recursiva, o modelo de um processo. Em combinação com um filtro de Kalman convencional, que estima as variáveis de estado do processo, teríamos um sistema “duplamente adaptativo”, isto é, o ganho de Kalman é adaptado (utilizando o modelo do processo e a inovação medida) enquanto o modelo do processo é adaptado utilizando a inovação do modelo).

V

- e) A identificação recursiva utiliza, para sistemas variantes no tempo, uma taxa de aprendizagem,  $\lambda$ . Para processos do mundo real, e.g., processo térmico, é preferível utilizar  $\lambda \approx 1$ , para que não se esqueça o “passado”.  $\lambda = 1$  significa que todas as medidas passadas tem o mesmo “valor” no cálculo da estimativa.

V

- f) O critério de informação de Akaike ( $AIC(n_\theta) = N \ln[\sigma_{erro}^2(n_\theta)] + 2n_\theta$ ) visa definir quantos termos do modelo,  $n_\theta$ , devem ser descartados para que se tenha o erro de aproximação desejado,  $\sigma_{erro}^2$ .

F - devem ser preservados  $n_\theta$  termos