

III Colóquio de Controle e Automação da UTFPR-CP

Identificação de Sistemas Dinâmicos

8 de Novembro de 2011

Adolfo Bauchspiess



Laboratório de Automação e Robótica
Departamento de Engenharia Elétrica
Faculdade de Tecnologia
Universidade de Brasília



Sumário



I. Introdução

II. Sinais e Sistemas Dinâmicos

III. Algoritmos

- a. Métodos Determinísticos
- b. O Estimador de Mínimos Quadrados
- c. Estimadores não polarizados
- d. Estimadores Recursivos

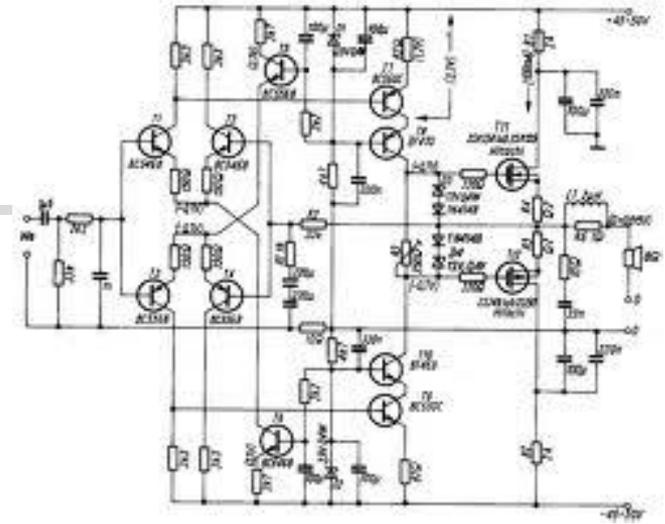
IV. Identificação na Prática

- a. Processo Térmico
- b. Nível de Líquido 2^a Ordem
- c. Nível de Líquido 4^a Ordem

V. Conclusões



1 - INTRODUÇÃO



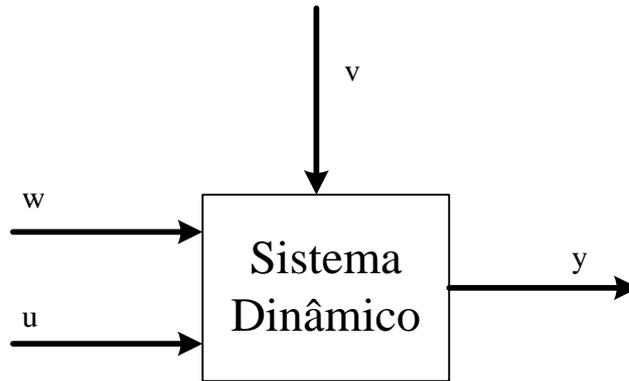
Modelos:

- Caixa Branca
- Caixa Preta
- Caixa Cinza



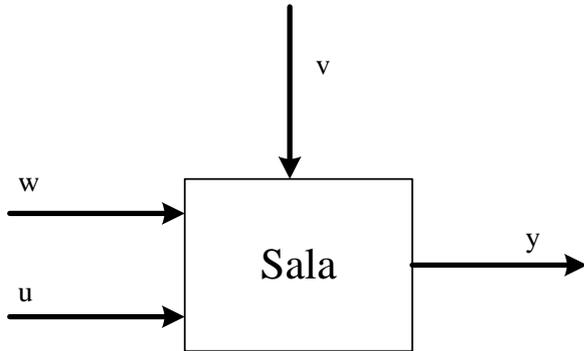
➤ Identificação de Sistemas





Sinais:

- u - entrada (variável manipulada)
- y - saída (variável controlada)
- w - perturbação mensurável
- v - perturbação não mensurável



Sinais:

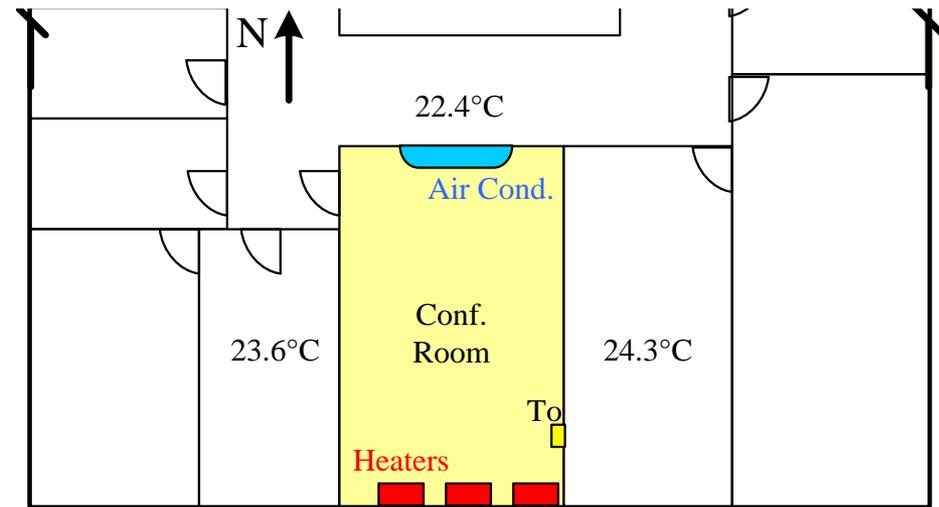
u – ar condicionado, calefação

y – temperatura

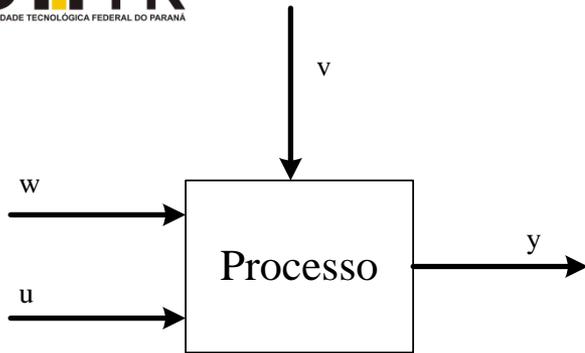
w – temperatura externa

v – radiação solar

Sistema:



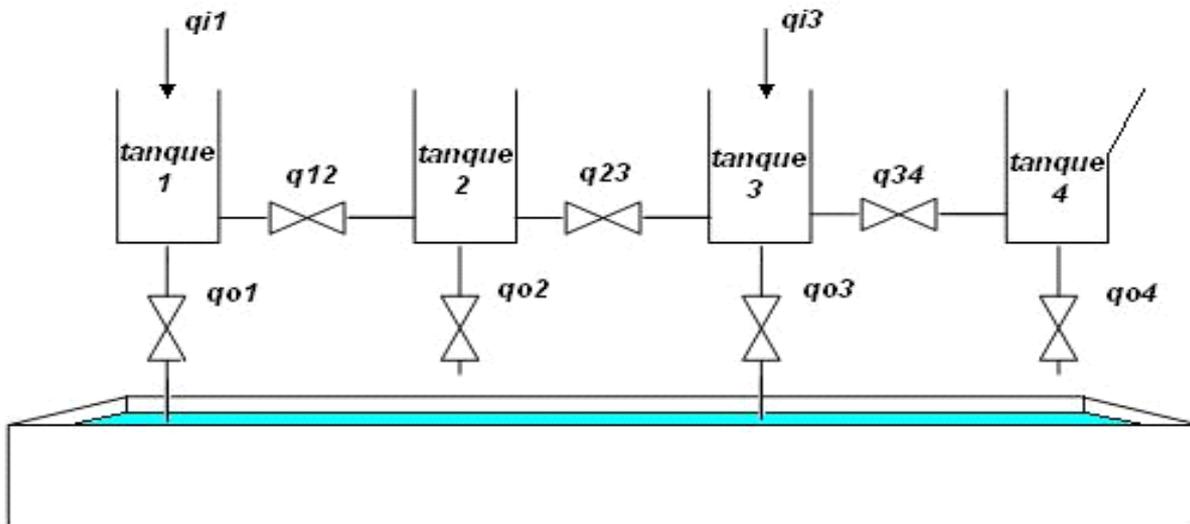
Exemplo – Processo de nível



Sinais:

- $u - q_{i1}$, vazão [cm^3/s]
- $y - \text{nível [cm]}$
- $w - q_{i3}$
- $v - ?$

Sistema:



Sistema:

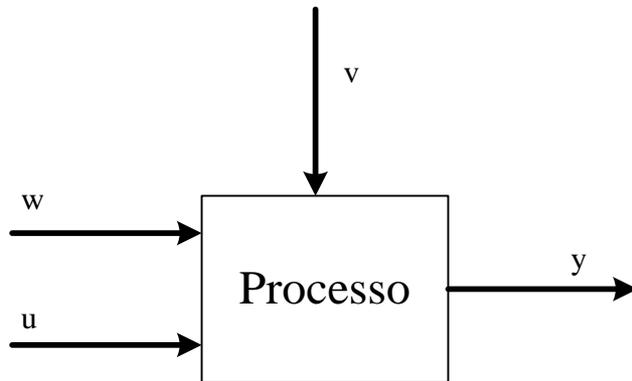
Sinais:

u – motores

y – posição e orientação

w – ?

v – vento



Principais Etapas numa Identificação

- ✓ Coleta de dados
- ✓ Escolha da representação matemática
- ✓ Determinação da estrutura
- ✓ Estimação dos parâmetros
- ✓ Validação





II – SINAIS E SISTEMAS DINÂMICOS



II. Sinais e Sistemas Dinâmicos



Breve revisão de conceitos vistos em
Análise Dinâmica Linear, Controle Dinâmico e Controle Digital

- Sistemas dinâmicos lineares invariantes no tempo
- Sistemas discretos
- Sistemas não-lineares
- Sistemas a parâmetros distribuídos
- Paradigmas de controle de sistemas dinâmicos



Tipos de Modelos



- Estáticos x Dinâmicos
- Discretos x Contínuos
- Autônomos x Não autônomos
- Monovariáveis x Multivariáveis
- Determinísticos x Estocásticos
- Paramétricos x Não paramétricos



Sistemas lineares invariantes no tempo



- Princípio da superposição
- Função de transferência

Todos os sistemas reais são não lineares:

- Saturação
- Zona-Morta
- Dependência do ponto de operação
- etc

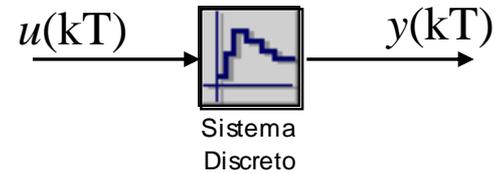
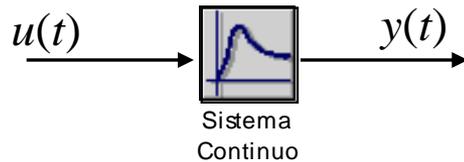


Sistemas Discretos



- Amostragem
- Transformada z
- Computadores, CLPs, Microcontroladores & etc

- Identificação de Sistemas
 - utiliza amostras dos sinais



$$y(t) = \int_{\tau=0}^{\infty} h_c(\tau) u(t - \tau) d\tau$$

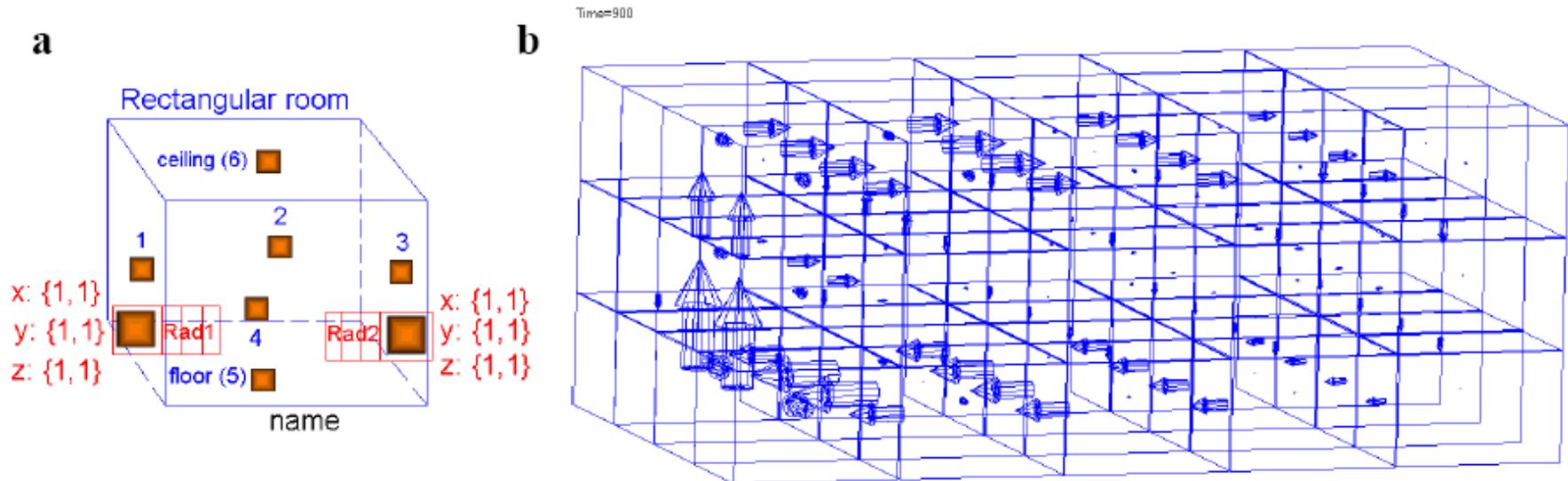
$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) u(t - k), \quad t = 0, 1, 2, \dots$$

$$H(q) = \sum_{t=0}^{\infty} h(k) q^{-t} \rightarrow \text{Função de Transferência}$$

Obs: q^{-1} operador deslocamento unitário
 z frequência discreta

- Fenômenos de Transporte
- Exemplo: Transferência de Calor

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} = K \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2}$$



Simulação da velocidade do vento em Modelica, por Felgner, ASIM2002

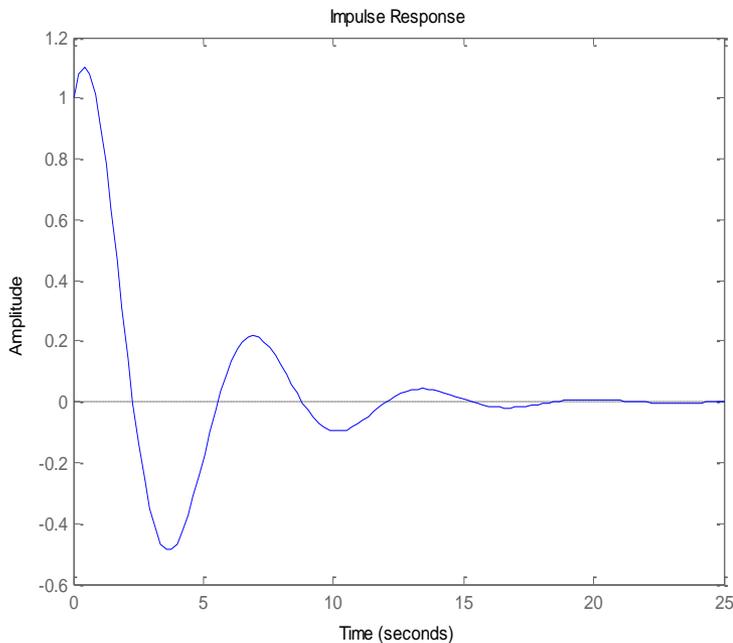


Modelo Paramétrico x Modelo Não P.

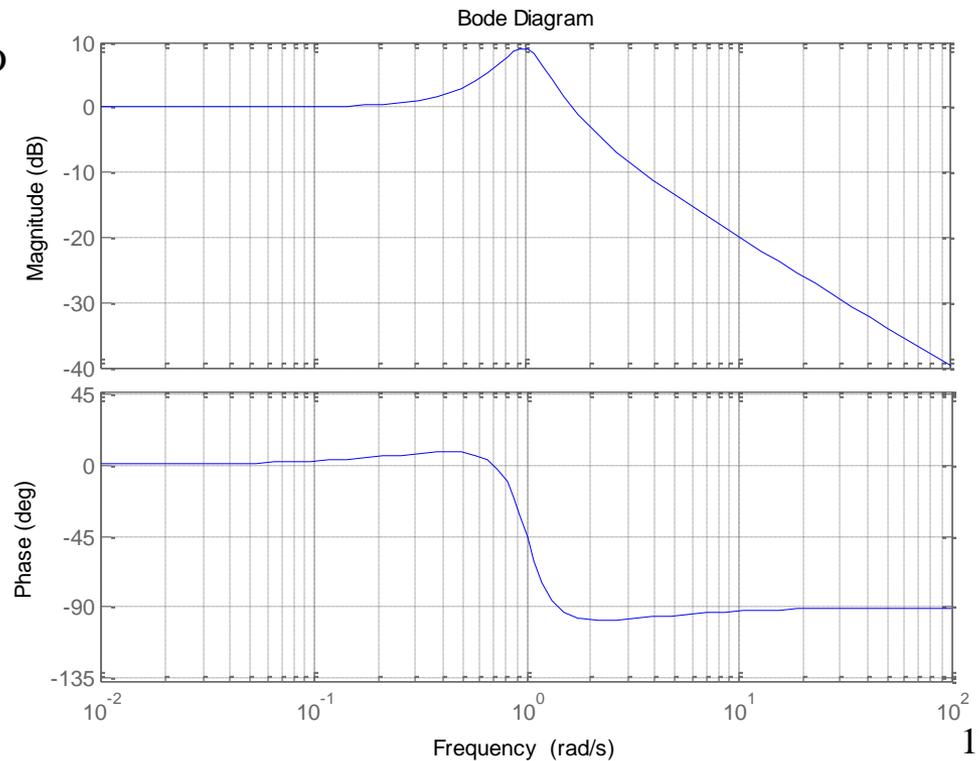


$$H(s) = \frac{s + 1}{s^2 + 0,5s + 1} \quad \text{Modelo Paramétrico}$$

Modelo Não Paramétrico: Resp. Impulso



Modelo Não Paramétrico: Diagrama de Bode



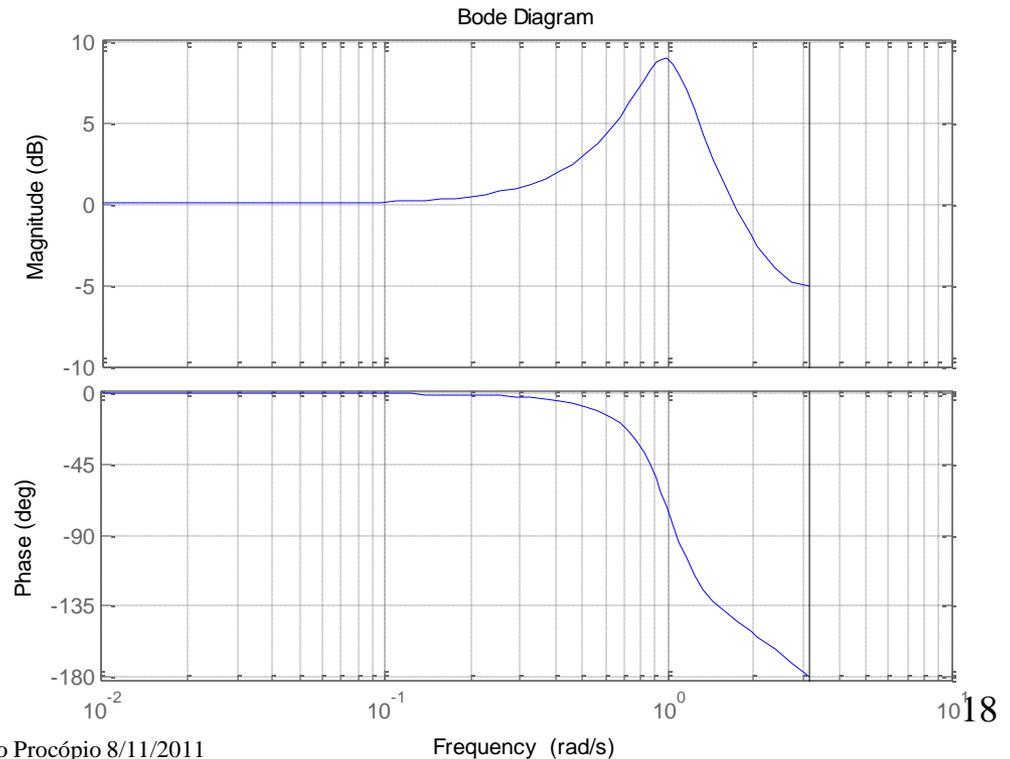
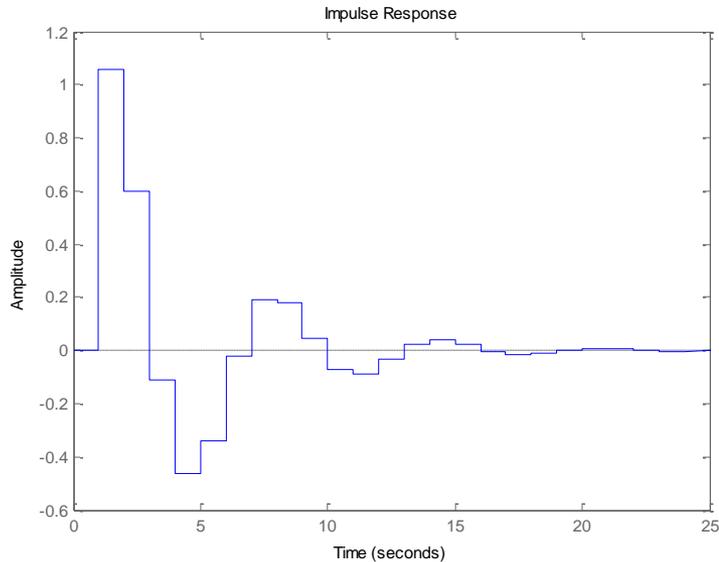
Modelo Discreto

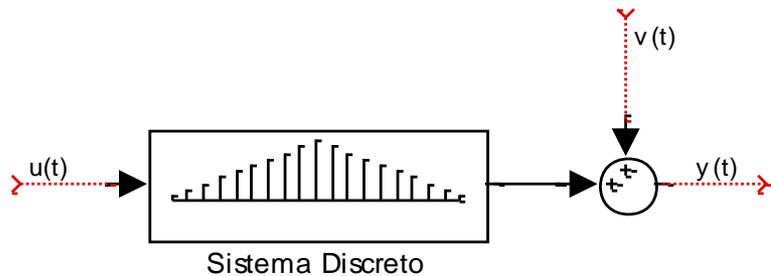
$$H(z) = \frac{1,056z - 0,3319}{z^2 - 0,8828z + 0,6065}$$

Modelo Paramétrico Discreto

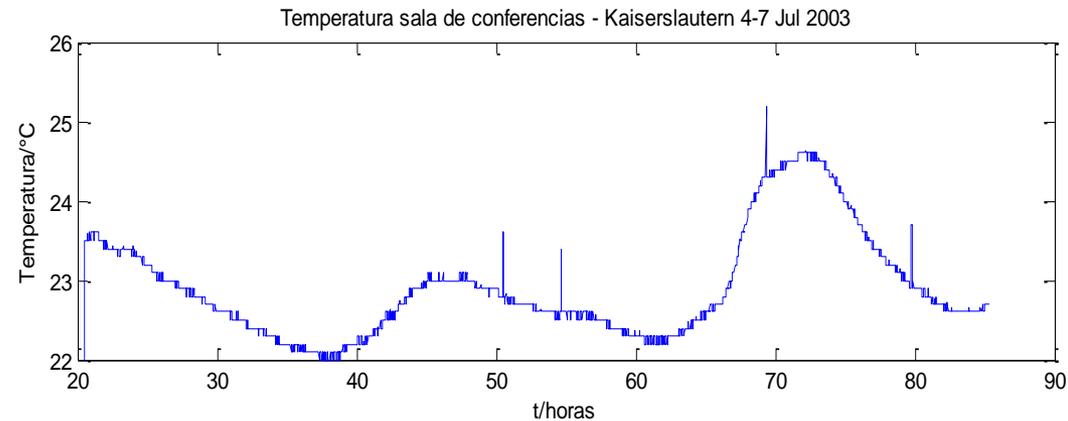
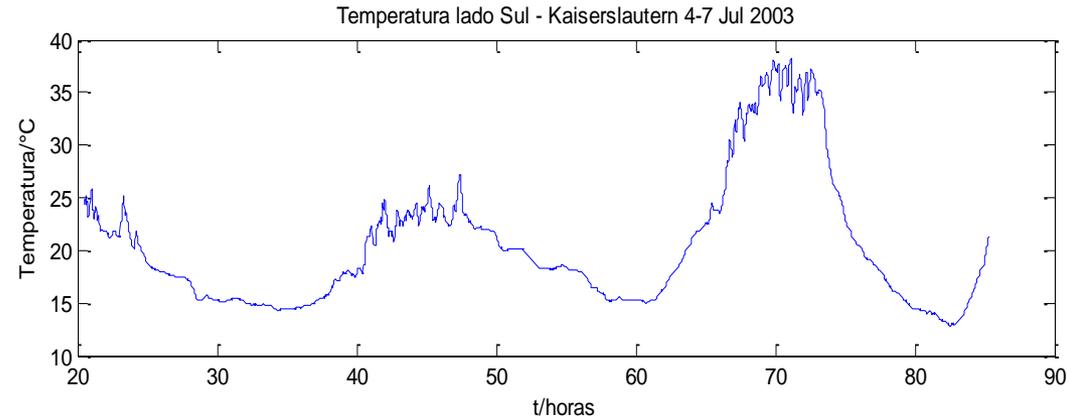
Modelo Não Paramétrico: Diagrama de Bode

Modelo Não Paramétrico: Resp. pulso





$$y(t) = \sum_{k=0}^{\infty} g(k)u(t-k) + v(t)$$



Ex. Temperatura medida com ruído

Causas: ruído de medida, entradas não controláveis

$$v(t) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)e(t-k)$$

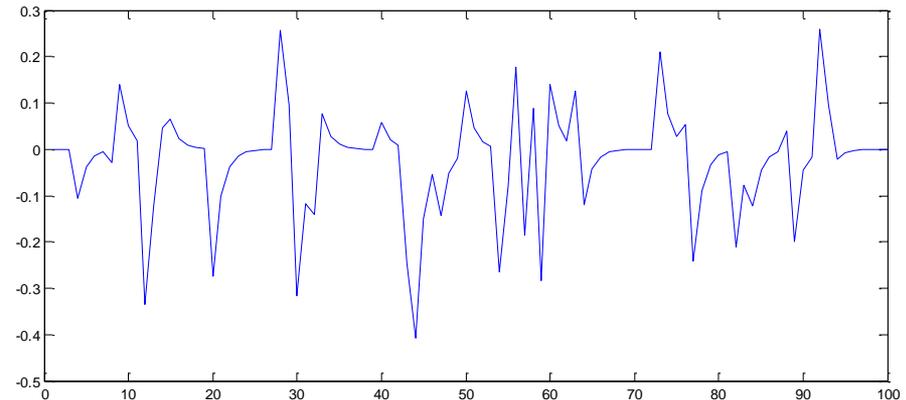
$\{e(t)\} \rightarrow$ ruído branco

Exemplos : $H(s) = \frac{1}{s+1}$

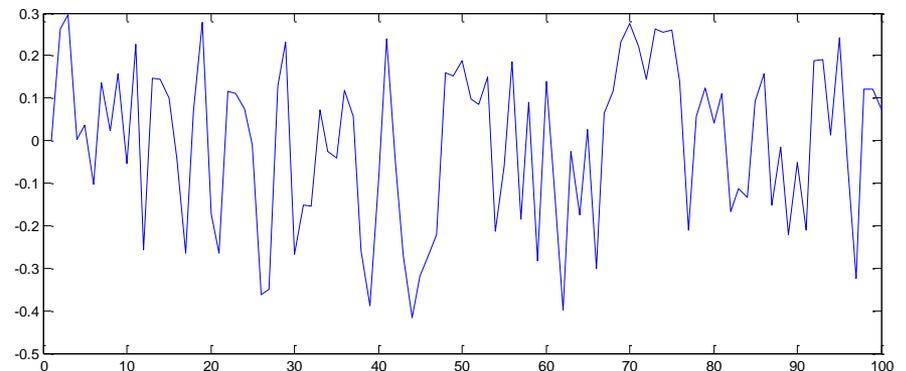
a) $\left\{ \begin{array}{l} e(t) = 0, \text{ com probabilidade } 1 - \mu \\ e(t) = r, \text{ com probabilidade } \mu; r \in N(0, \gamma), \text{ distribuição normal} \end{array} \right.$

b) $e(t) \in N(0, \gamma)$

a)



b)





Covariância



Assumindo $e(t)$ com média 0 e variância λ ,

$$\text{Média : } Ev(t) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k) Ee(t-k) = 0$$

Covariância :

$$\begin{aligned} Ev(t)v(t-\tau) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(s) Ee(t-k)e(t-\tau-s) \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(s) \delta(t-\tau-s) \lambda \\ &= \lambda \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(k-\tau) \end{aligned}$$

Covariância do processo v : $R_v(\tau) = Ev(t)v(t-\tau)$

Resposta do sistema \longrightarrow
$$y(t) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)u(t-k) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}u(t) = \left[\sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k} \right] u(t) = G(q)u(t)$$

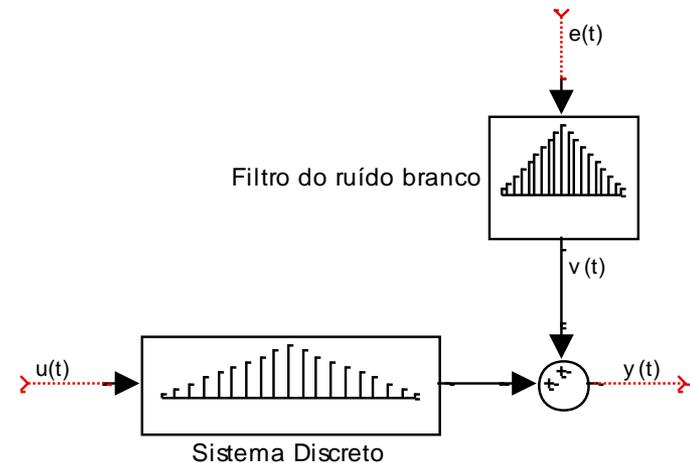
$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$$

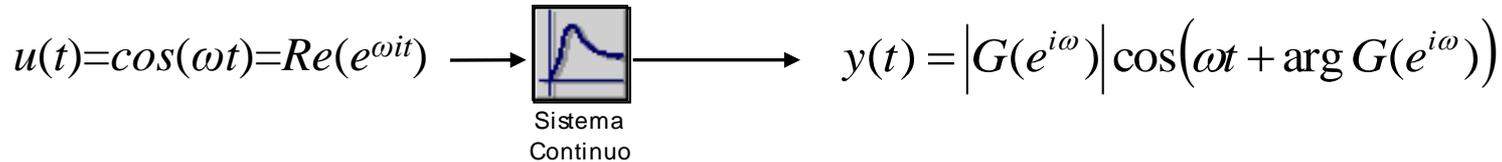
Funções de Transf. \longrightarrow
$$G(z) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)z^{-k}$$

$$H(q) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)z^{-k}$$

Resposta à perturbação \longrightarrow
$$v(t) = H(q)e(t)$$

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

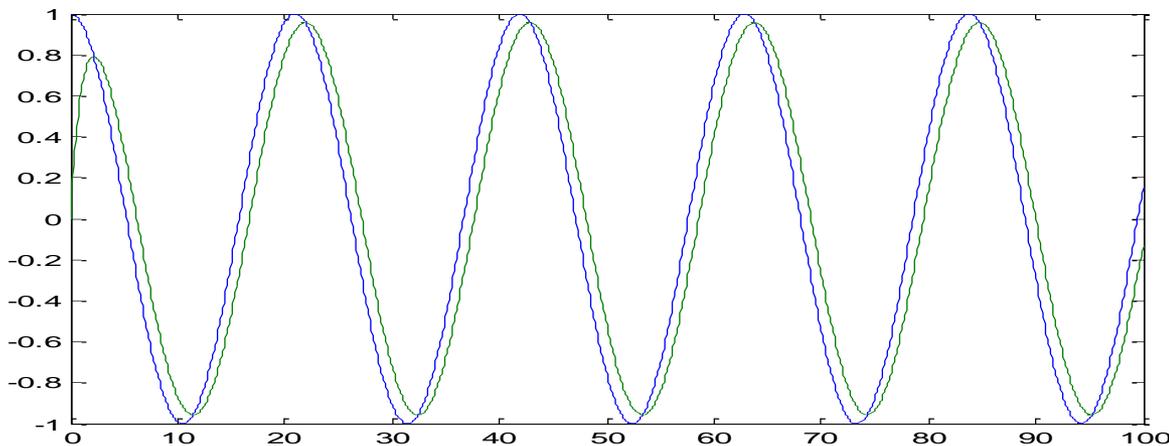




para $u(t) = 0 \quad \forall t < 0$,

$$y(t) = |G(e^{i\omega})| \cos(\omega t + \arg G(e^{i\omega})) - \text{Re} \left[e^{i\omega t} \sum_{k=t}^{\infty} g(k) e^{-i\omega k} \right]$$

$$\underbrace{\leq \sum_{k=t}^{\infty} |g(k)| \rightarrow 0}_{\text{para sistemas estáveis}}$$





Periodograma



Sequência finita $\{u(t), t = 1, 2, \dots, N\}$

Transformada de Fourier :

$$U_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N u(t) e^{-i\omega t}$$

Transformada de Fourier Discreta : $\left\{ U_N\left(\frac{2\pi}{N} k\right), k = 1, 2, \dots, N \right\}$

(DFT)

DFT inversa:

$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1-N/2}^{N/2} U_N\left(\frac{2\pi}{N} k\right) e^{i\left(\frac{2\pi}{N} t\right)k}$$

Parseval:

$$\sum_{k=1}^N \left| U_N\left(\frac{2\pi}{N} k\right) \right|^2 = \sum_{t=1}^N |u(t)|^2$$

Periodograma: $|U_N(\omega)|^2$



Propriedades do Periodograma



periódicidade $U_N(\omega + 2\pi) = U_N(\omega)$

se $u(t)$ é real $U_N(-\omega) = U_N^*(\omega)$

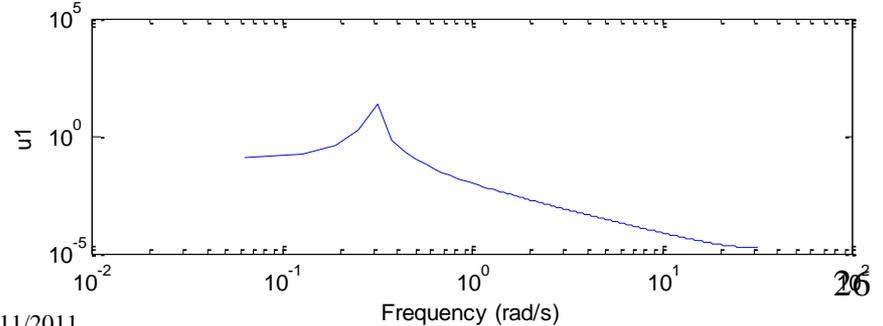
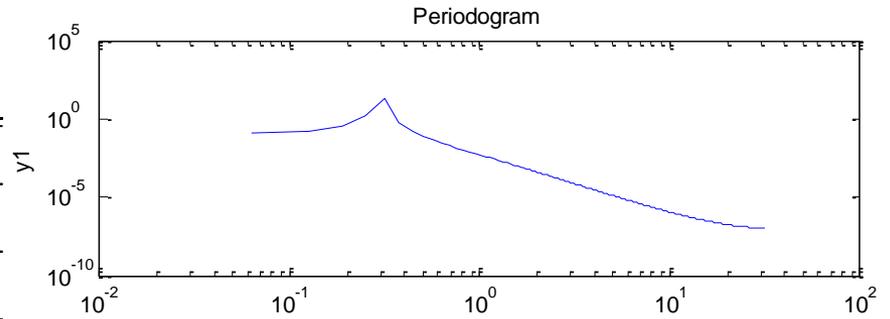
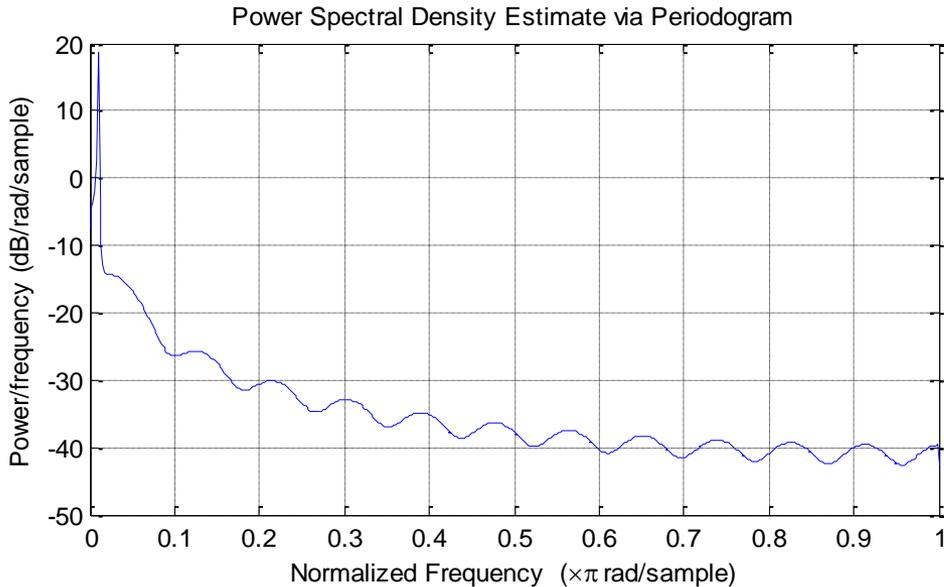
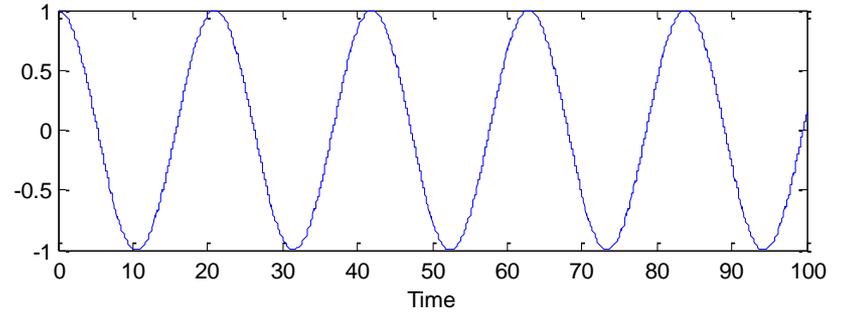
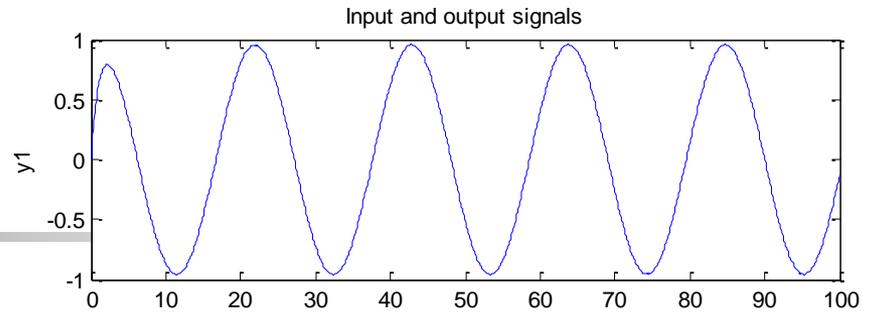


Exemplos



$u(t) = A \cos \omega_0 t$, com $\omega = 2\pi / N_0$, $N = sN_0$

$$\rightarrow |U_N(\omega)|^2 = \begin{cases} N \frac{A^2}{4}, & \text{para } \omega = \pm\omega_0 \\ 0, & \text{senão} \end{cases}$$





Sinal Periódico

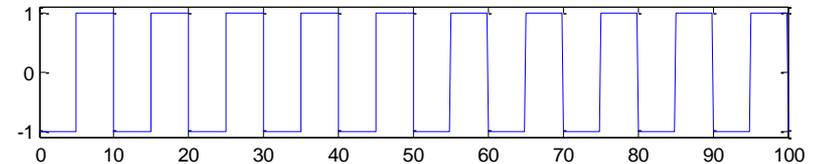


$$u(t) = u(t + N_0), \quad [1, N], \quad N = sN_0$$

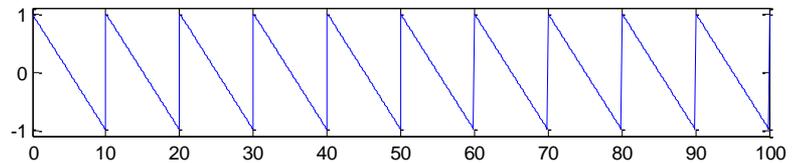
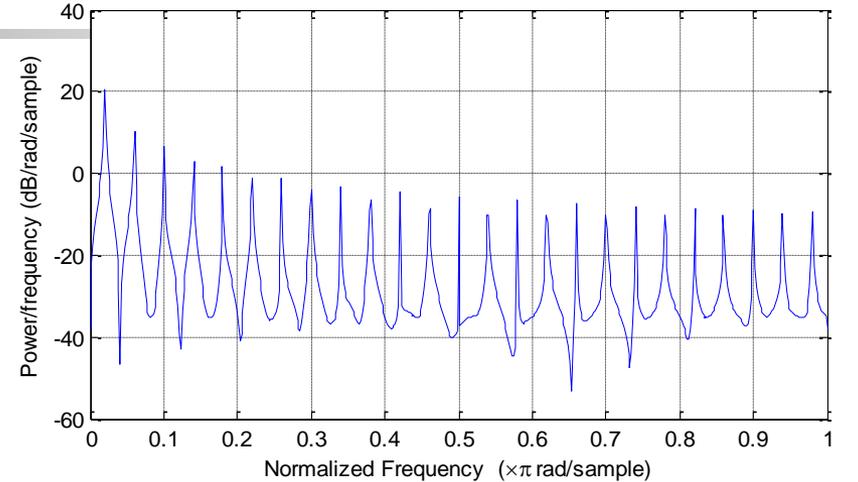
$$u(t) = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{r=-N_0/2+1}^{N_0/2} A_r e^{2\pi i t r / N_0}$$

$$\text{com } A_r = \frac{1}{\sqrt{N_0}} \sum_{t=1}^{N_0} u(t) e^{-2\pi i t r / N_0}$$

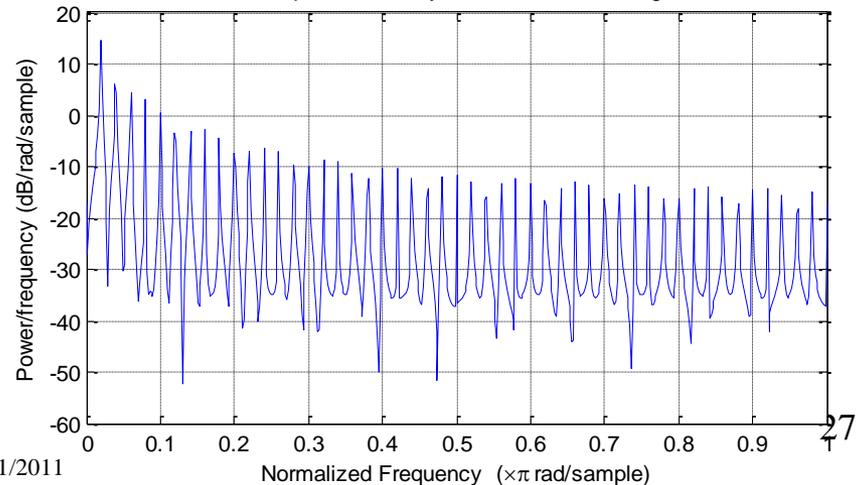
$$|U_N(\omega)|^2 = \begin{cases} s|A_r|^2, & \text{se } \omega = \frac{2\pi k}{N_0}, \\ 0, & \text{senão} \end{cases} \quad r = 0, \pm 1, \dots, \pm \frac{N_0}{2}$$



Power Spectral Density Estimate via Periodogram

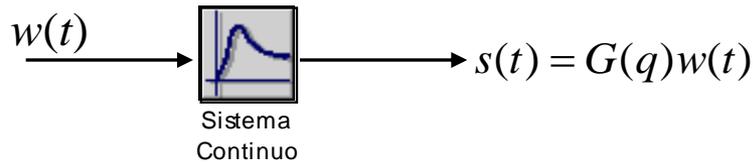


Power Spectral Density Estimate via Periodogram



Filtro ou Sistema Dinâmico: → Transformada de Fourier

$\{s(t)\}$ e $\{w(t)\}$ são relacionados por um sistema estritamente estável



$$S_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N s(t) e^{-i\omega t}$$

$$W_N(\omega) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{t=1}^N w(t) e^{-i\omega t}$$

$$S_N(\omega) = G(e^{i\omega})W_N(\omega) + R_N(\omega)$$

onde $|R_N(\omega)| \leq 2C_w \frac{C_G}{\sqrt{N}}$, com $C_G = \sum_{k=1}^{\infty} k|g(k)|$



Processos Estocásticos



- Uma seqüência de variáveis aleatórias com uma pdf conjunta
- Definições:

$$m_x(t) = Ex(t) = \textit{média}$$

$$R_x(t) = Ex(t_1)x^T(t_2) = \textit{correlação}$$

$$C_x(t_1, t_2) = E\left(x(t_1) - m_x(t_1)\right)\left(x(t_2) - m_x(t_2)\right)^T = \textit{covariância}$$

$$R_{xy}(t) = Ex(t_1)y^T(t_2) = \textit{correlação cruzada}$$

$$\textit{Var}(x(t)) = R_x(t, t) - E^2(x(t)) = \textit{variância}$$

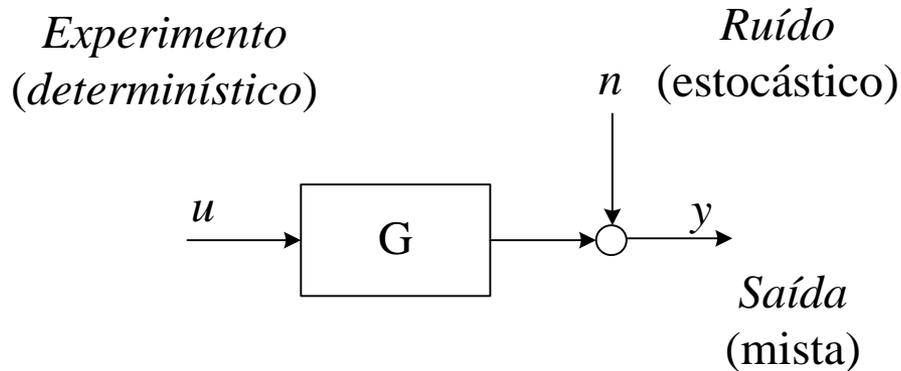


Estacionariedade



$x(t)$ é estacionário no sentido amplo (WSS) se:

$$\begin{cases} m_x(t) = m_x = \text{constante} \quad \forall t \\ R_x(t_1, t_2) = R_x(t_1 - t_2) \end{cases}$$



$$Ey(t) = G(q)u(t) \quad (\neq cte) \rightarrow \text{não é mais estacionário}$$

$$1) E s(t) = m_s(t) \quad |m_s(t)| \leq C \quad \forall t$$

$$2) E s(t)s(r) = R_s(t, r) \quad |R_s(t, r)| \leq C$$

$$e \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N R_s(t, t - \tau) = R_s(\tau) \quad \forall \tau$$

Se $s(t)$ é um processo estacionário, então satisfaz 1 e 2.
 Se $s(t)$ é determinístico então:

$$1) |s(t)| \leq C$$

$$2) \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N s(t)s(t - \tau) = R_s(\tau)$$

$s(t)$ tem energia finita

$$\left| \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N u(t)u(t-\tau) \right| \leq \frac{1}{N} \|u\|_2^2 \rightarrow 0 \quad N \rightarrow \infty$$

em geral

$$s(t) = \underbrace{x(t)}_{\text{estocástico}} + \underbrace{u(t)}_{\text{determinístico}}$$

$$\text{Notação : } \bar{E}(\cdot) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (\cdot)$$

Situação quasi-estacionária \Rightarrow

$$\bar{E}s(t) = m_s = cte$$

$$\bar{E}s(t)s(\tau) = R_s(t-\tau)$$

$$\bar{E}s(t) = m_x + m_u$$

$$\bar{E}s(t)s(t-\tau) = R_x(\tau) + R_u(\tau) + 2m_x m_u$$

Para um processo quasi-estacionário:

$$\Phi_x(e^{i\omega}) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau}$$

(Transformada de Fourier de $R_x(\tau)$)

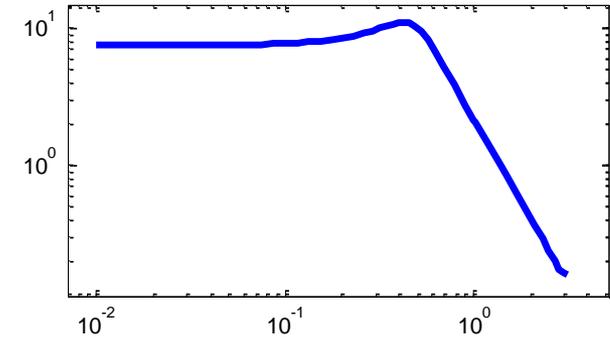
Exemplo : Sinal Senoidal $x(t) = A \cos(\omega_0 t)$

$$R_x(\tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N A \cos(\omega_0 t) A \cos \omega_0(t - \tau) = \frac{A^2}{2} \cos(\omega_0 \tau)$$

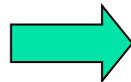
$$\Phi_x(e^{i\omega}) = \frac{A^2}{4} (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0))$$

$$\begin{aligned}
 E v(t)v(t-\tau) &= \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(s)E e(t-k)e(t-\tau-s) = \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(s)\delta(t-\tau-s)\lambda \\
 &= \lambda \sum_{s=0}^{\infty} h(k)h(k-\tau)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Phi_v(\omega) &= \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_v(\tau)e^{-i\omega\tau} = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \lambda e^{-i\omega\tau} \sum_{k=\max(0,\tau)}^{\infty} h(k)h(k-\tau) \\
 &= \lambda \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} \sum_{k=\max(0,\tau)}^{\infty} h(k)e^{-ik\omega} h(k-\tau)e^{-i(k-\tau)\omega} \\
 &= \lambda \sum_{s=0}^{\infty} h(s)e^{-is\omega} \sum_{k=0}^{\infty} h(k)e^{-ik\omega} = \lambda |H(e^{i\omega})|^2
 \end{aligned}$$



$$\Phi_v(\omega) = \lambda |H(e^{i\omega})|^2$$



Espectro de um processo estocástico descrito por

$$v(t) = H(q) e(t),$$

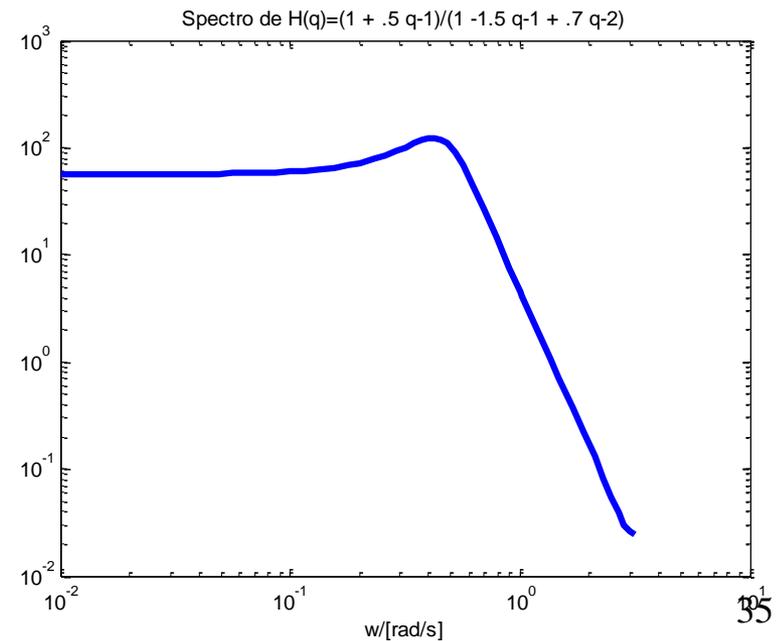
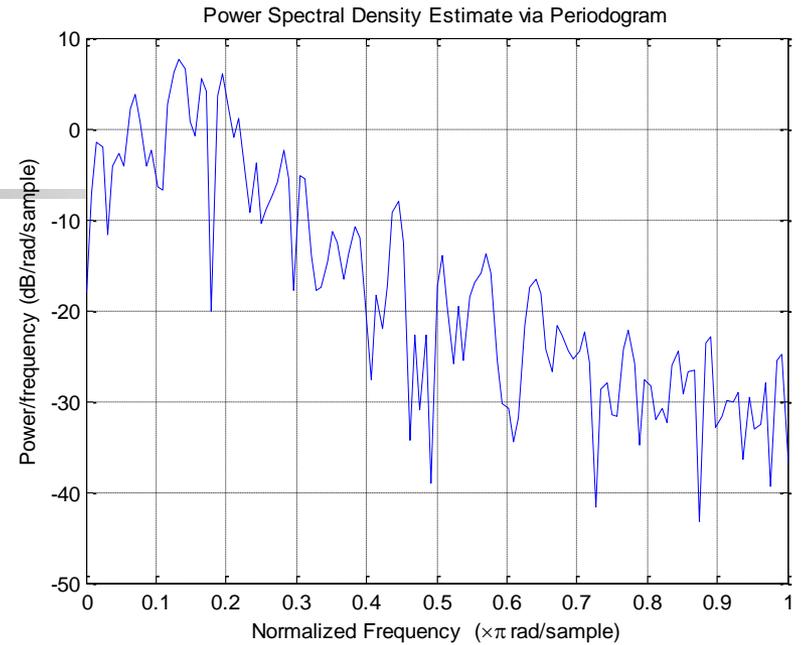
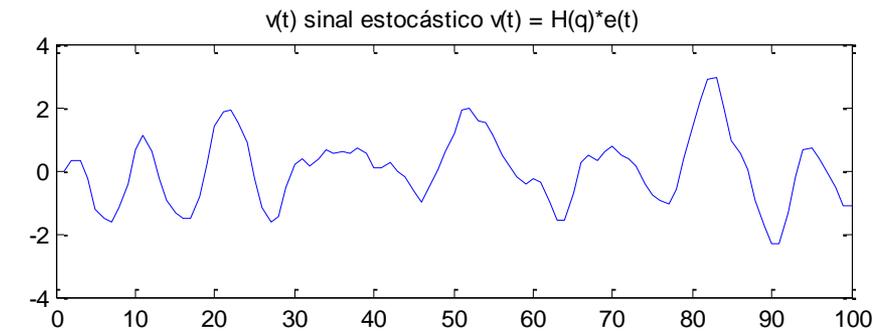
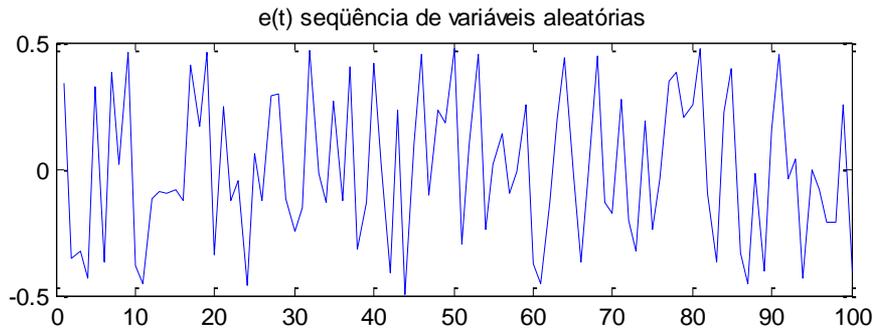
onde a seqüência de variáveis aleatórias $\{e(t)\}$ tem média 0 e covariância λ



Exemplo: Processo estacionário



Periodograma x Espectro



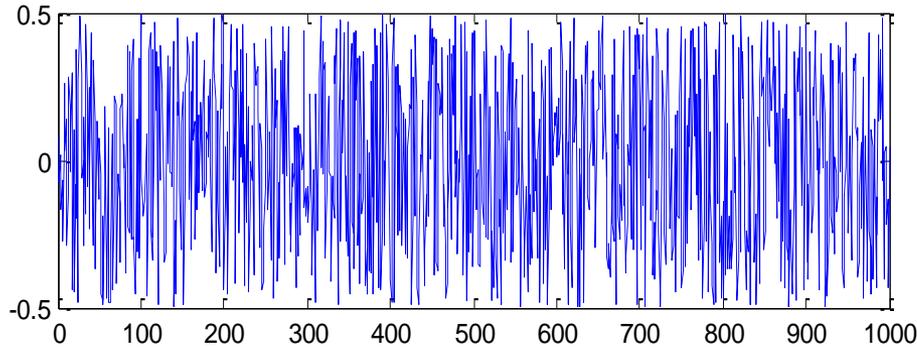


Exemplo: Processo estacionário

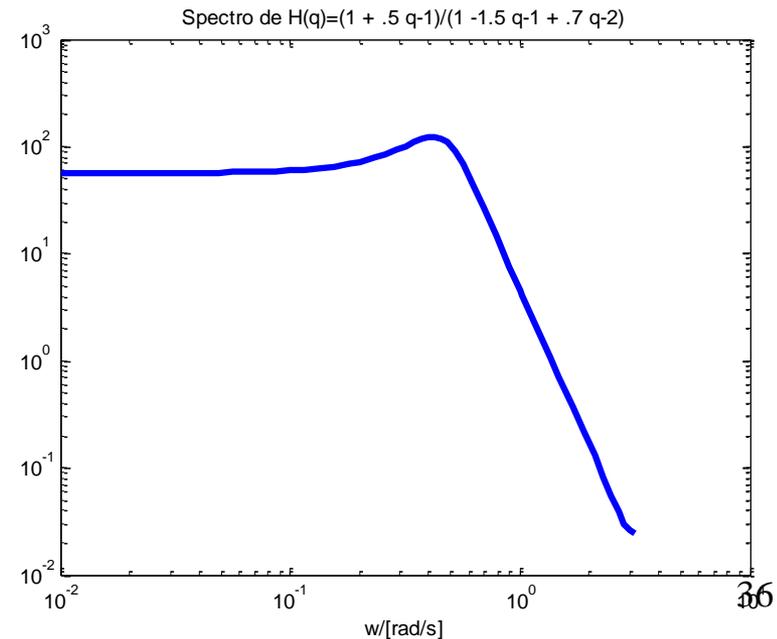
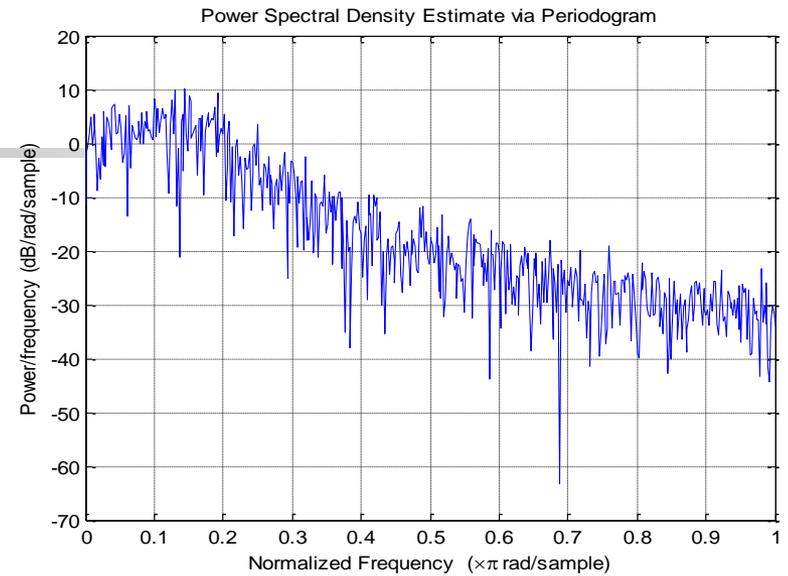
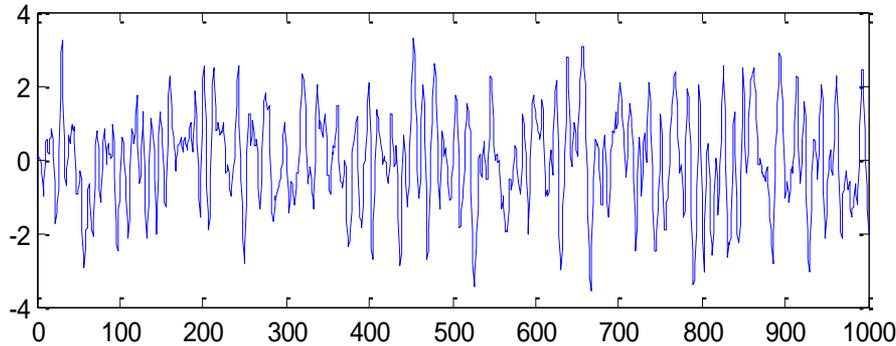


Periodograma x Espectro

$e(t)$ seqüência de variáveis aleatórias



$v(t)$ sinal estocástico $v(t) = H(q)*e(t)$





Sinal misto: determinístico + estocástico



$$s(t) = u(t) + v(t)$$

$\{u(t)\} \rightarrow$ *determinístico, espectro $\Phi_u(\omega)$*

$\{v(t)\} \rightarrow$ *estocástico, média 0, e espectro $\Phi_v(\omega)$*

$$\begin{aligned}\overline{E}s(t)s(t-\tau) &= \overline{E}u(t)u(t-\tau) + \overline{E}u(t)v(t-\tau) \\ &\quad + \overline{E}v(t)u(t-\tau) + \overline{E}v(t)v(t-\tau) \\ &= R_u(\tau) + R_v(\tau)\end{aligned}$$

pois $\overline{E}v(t)u(t-\tau) = 0$.

$$\Phi_s(\omega) = \Phi_u(\omega) + \Phi_v(\omega)$$



Periodograma x Espectro de Potência



$$|X_N(\omega)|^2 = \begin{cases} \frac{A^2}{4} N, & \text{para } \omega = \pm\omega_0 \\ 0, & \text{senão} \end{cases}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} |X_N(\omega)|^2 \xrightarrow{?} \Phi_x(e^{i\omega})$$

Resultado, para $s(t)$ quasi-estacionário:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_{-\pi}^{\pi} E |S_N(\omega)|^2 \Psi(\omega) d\omega = \int_{-\pi}^{\pi} \Phi_s(\omega) \Psi(\omega) d\omega$$

*para toda função $\Psi(\omega)$ suficiente mente suave.
(Convergência como distribuição)*

Obs.:

$|S_N(\omega)|^2$ é uma função "errática"

$\Phi_s(e^{i\omega})$ é uma função "bem comportada"



Espectro



Motivação:

O espectro é uma propriedade de segunda ordem dos sinais.

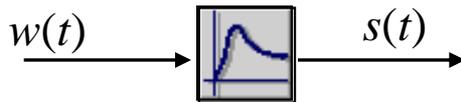
Descreve apenas certos aspectos do sinal, é, no entanto

suficiente para caracterizar várias propriedades relacionadas

à identificação de sistemas dinâmicos.

Espectro cruzado

$$\Phi_{xy}(e^{i\omega}) = \sum_{\tau=-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i\omega\tau}$$

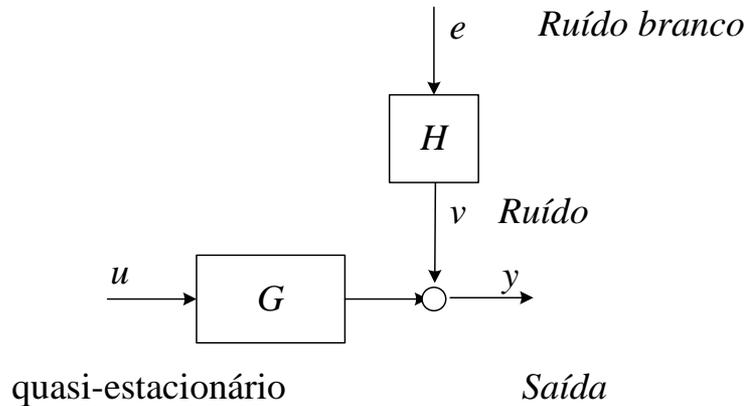


$\{w(t)\}$ *quasi-estacionário*

$s(t) = G(q)w(t) \rightarrow \{s(t)\}$ *quasi-estacionário*

$$\Phi_s(\omega) = |G(e^{i\omega})|^2 \Phi_w(\omega)$$

$$\Phi_{sw}(\omega) = G(e^{i\omega}) \Phi_w(\omega)$$



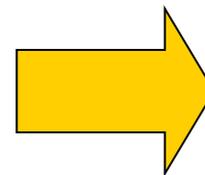
$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$

$\{u(t)\} \rightarrow$ *quasi-estacionário, espectro $\Phi_u(\omega)$*

$\{e(t)\} \rightarrow$ *ruído branco de variância λ*

$$\Phi_y(\omega) = |G(e^{i\omega})|^2 \Phi_u(\omega) + \lambda |H(e^{i\omega})|^2$$

$$\Phi_{yu}(\omega) = G(e^{i\omega}) \Phi_u(\omega)$$

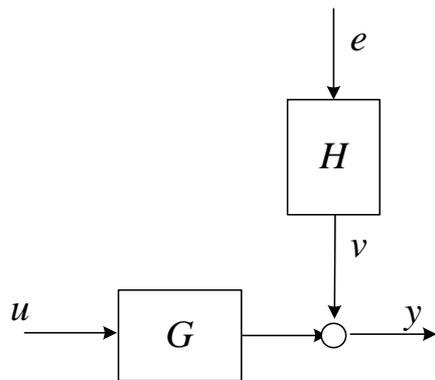


Relações fundamentais em
Identificação de Sistemas
 \rightarrow Métodos de correlação



MODELOS DE SISTEMAS LTI

$$y(t) = G(q)u(t) + H(q)e(t)$$



$u(t) \rightarrow$ entrada

$y(t) \rightarrow$ saída

$e(t) \rightarrow$ ruído (com $f_e(\cdot)$ PDF)

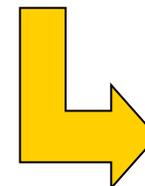
$$G(q) = \sum_{k=1}^{\infty} g(k)q^{-k}$$

$$H(q) = 1 + \sum_{k=1}^{\infty} h(k)q^{-k}$$

Modelo Parametrizado

$$y(t) = G(\theta, q)u(t) + H(\theta, q)e(t)$$

$$\theta \in D \subseteq \mathfrak{R}^d$$



Conjunto de Modelos
“Estrutura”

ARX (AutoRegressivo com entrada eXógena)

$$\hookrightarrow A(q)y(t)$$

$$\hookrightarrow B(q)u(t)$$

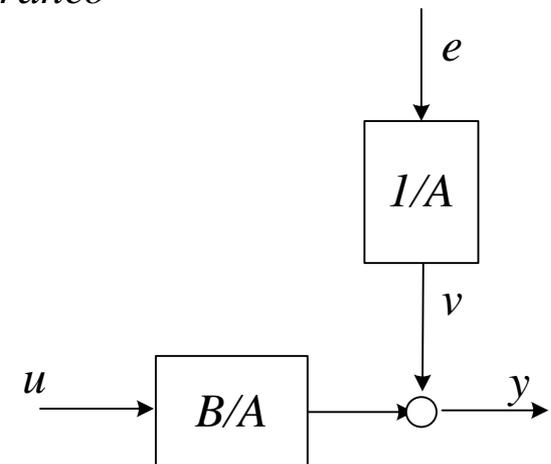
$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) \\ = b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b) + e(t)$$

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b}] \quad e(t) \text{ é um ruído branco}$$

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

para o modelo $y = Gu + He \rightarrow G = \frac{B}{A}, \quad H = \frac{1}{A}$



ARMAX (AutoRegressivo Média Móvel com entrada eXógena)

$$\hookrightarrow A(q)y(t)$$

$$\hookrightarrow C(q)e(t)$$

$$\hookrightarrow B(q)u(t)$$

$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_{n_a} y(t-n_a) =$$

$$b_1 u(t-1) + \dots + b_{n_b} u(t-n_b)$$

$$+ e(t) + c_1 e(t-1) + \dots + c_{n_c} e(t-n_c)$$

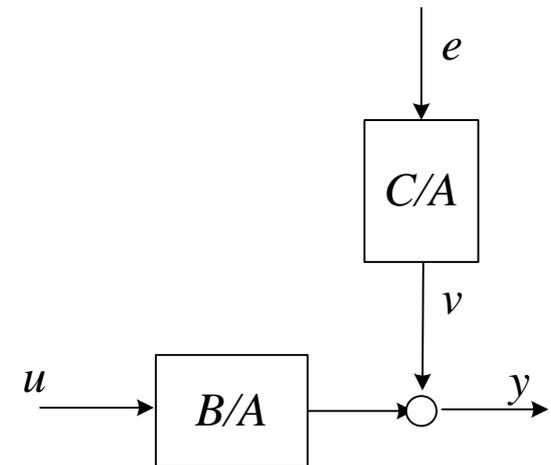
$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_{n_a} \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n_b} \quad c_1 \quad \dots \quad c_{n_c}]$$

$$A(q) = 1 + a_1 q^{-1} + \dots + a_{n_a} q^{-n_a}$$

$$B(q) = b_1 q^{-1} + \dots + b_{n_b} q^{-n_b}$$

$$C(q) = 1 + c_1 q^{-1} + \dots + c_{n_c} q^{-n_c}$$

para o modelo $y = Gu + He \rightarrow G = \frac{B}{A}, \quad H = \frac{C}{A}$

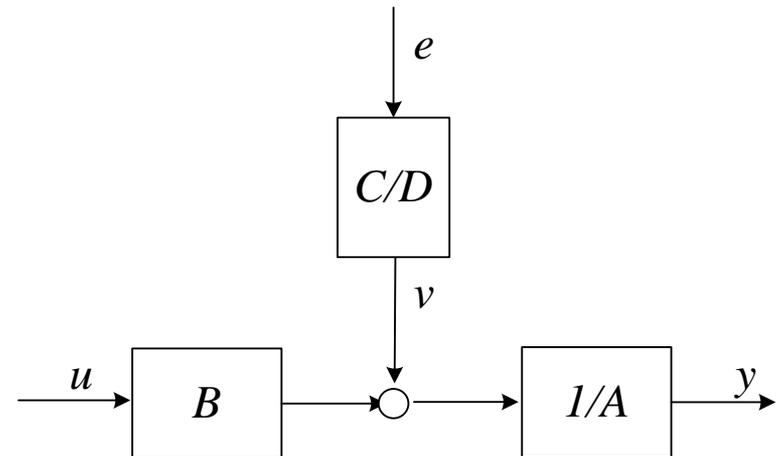


- *Modelo Equação de Erro (erro como média móvel) ou ARARX*

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + \frac{1}{D(q)}e(t)$$

- *ARARMAX*

$$A(q)y(t) = B(q)u(t) + \frac{C(q)}{D(q)}e(t)$$





Modelo OE – Erro de saída



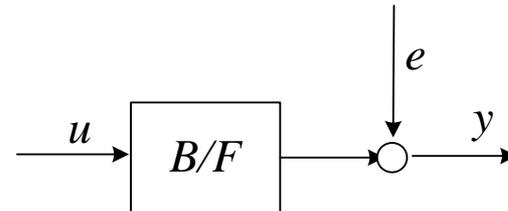
- *Modelo OE*

$$y(t) = \frac{B}{F} u + e(t)$$

$$\theta = [b_1 \quad \cdots \quad b_{n_b} \quad f_1 \quad \cdots \quad f_{n_f}]$$

- *Preditor de um passo* $\hat{y}(t|\theta) = \frac{B}{F} u$

$$G = \frac{B}{F}, \quad H = 1$$



- *Modelo OE*

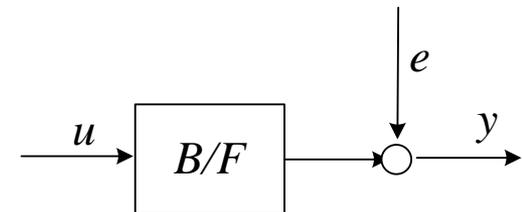
$$y(t) = \frac{B}{F}u + e(t) = w(t) + e(t)$$

$$\hat{y}(t|\theta) = \frac{B(q)}{F(q)}u(t) = w(t, \theta)$$

$$\phi(t, \theta) = \left[u(t-1) \quad \dots \quad u(t-n_b) \quad -w(t-1, \theta) \quad \dots \quad -w(t-n_f, \theta) \right]^T$$

- *Preditor* $\hat{y}(t|\theta) = \phi^T(t, \theta)\theta$

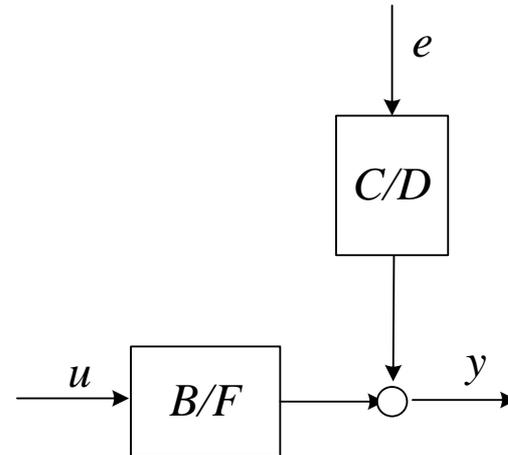
na realidade $w(t-k, \theta) = \hat{y}(t-k|\theta)$



- *Box – Jenkins ou ARMA*

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t)$$

$$\hat{y}(t|\theta) = \frac{D(q)B(q)}{C(q)F(q)} u(t) + \frac{C(q) - D(q)}{C(q)} y(t)$$



Mais genérico ainda...

$$A(q)y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} u(t) + \frac{C(q)}{D(q)} e(t) \dots$$



Estrutura Espaço de Estados



$$x(t+1) = A(\theta)x(t) + B(\theta)u(t) + \omega(t)$$

$$y(t) = C(\theta)x(t) + v(t)$$

$$A(\theta) \in \mathfrak{R}^{n \times n} \quad C(\theta) \in \mathfrak{R}^{p \times n}$$

Duas componentes de ruído (geralmente assumidos brancos)

$$\begin{cases} \omega(t) \rightarrow \text{perturbação} \\ v(t) \rightarrow \text{ruído de saída} \end{cases}$$

$$E\omega\omega^T = R_1(\theta)$$

$$Evv^T = R_2(\theta)$$

$$E\omega v^T = R_{12}(\theta)$$



Projeto do sinal de entrada



- Sinais mais utilizados:
 - Degrau
 - Sequência Binária Pseudo-Randômica (PRBS)
 - Processo ARMA
 - Sinais periódicos: soma de senóides
- Condições para “excitação suficiente”
- Degeneração do projeto do sinal de entrada
- Relação entre PRBS & ruído branco
- Propriedades no domínio da frequência destes sinais



Exemplos de sinal de entrada



- Entrada degrau

$$u(t) = \begin{cases} 1 & t \geq 0 \\ 0 & \text{senão} \end{cases}$$

- Sequência binária pseudo-randômica
 - sinal periódico
 - chaveamento entre dois níveis, segundo um certo padrão
 - níveis $\pm a$, período = M



III – ALGORITMOS



III.a ALGORITMOS

—

MÉTODOS DETERMINÍSTICOS



MÉTODOS NÃO PARAMÉTRICOS



Métodos não paramétricos



- Métodos no domínio do tempo
 - Resposta ao impulso
 - Resposta ao degrau
 - Análise da correlação / tempo
- Métodos no domínio da frequência
 - Teste da senóide
 - Análise da correlação / frequência
 - Análise de Fourier
 - Análise Espectral

Definição do problema

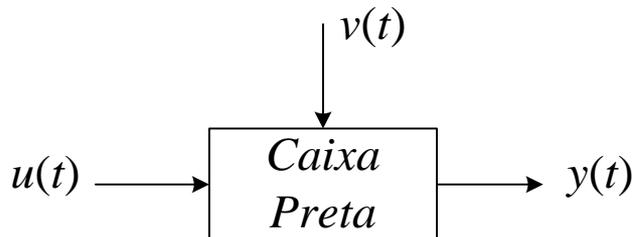
Sistema é estável, linear e invariante no tempo

$$y(t) = G_0(q)u(t) + v(t)$$

$$y(t) = g_0 * u(t) + v(t)$$

para $u(t)$ pulso de amplitude α em $t = 0$

$$y(t) = \alpha g_0(t) + v(t)$$



Métodos no domínio do tempo

→ estimam g_0

Métodos no domínio da frequência

→ estimam $G_0(e^{i\omega})$



Critérios



$$a) \left| G_0(e^{i\omega}) - \hat{G}(e^{i\omega}) \right| \forall \omega, 0 \leq \omega \leq \frac{\pi}{T}$$

$$b) \left| g_0(t) - \hat{g}(t) \right| \forall t \geq 0$$

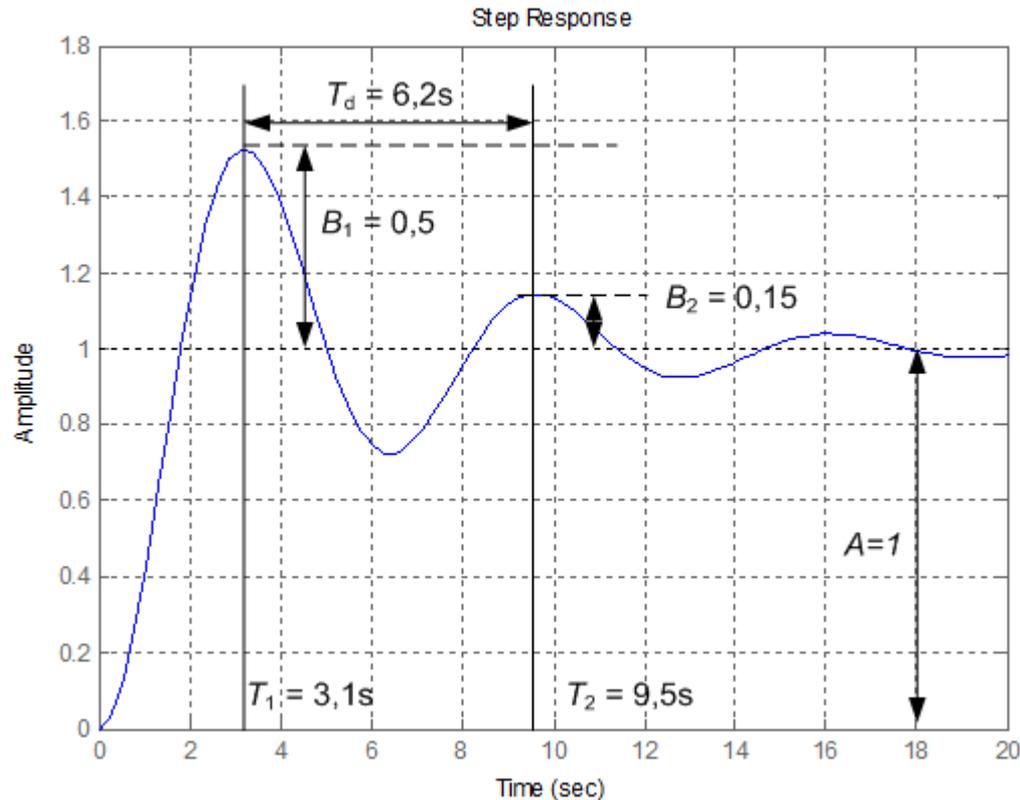
$$c) \sum_{t=0}^{\infty} \left| g_0(t) - \hat{g}(t) \right|$$

$$d) \sup_{\omega} \left| G_0(e^{i\omega}) - \hat{G}(e^{i\omega}) \right|$$

Ex. Processo de 2ª Ordem

Não há tratamento específico ao ruído
 → Relação Sinal/Ruído deve ser alta!

$$Ex : G(s) = \frac{1}{s^2 + 0,4s + 1}$$



A partir da resposta ao degrau

$$Modelo : \hat{G}(s) = \frac{A\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}(\omega_d t - \phi)$$

$$A; \quad \sigma = \zeta\omega_n;$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 2\pi / T_d$$

$$B_2 = B_1 e^{-\sigma(T_2 - T_1)}$$

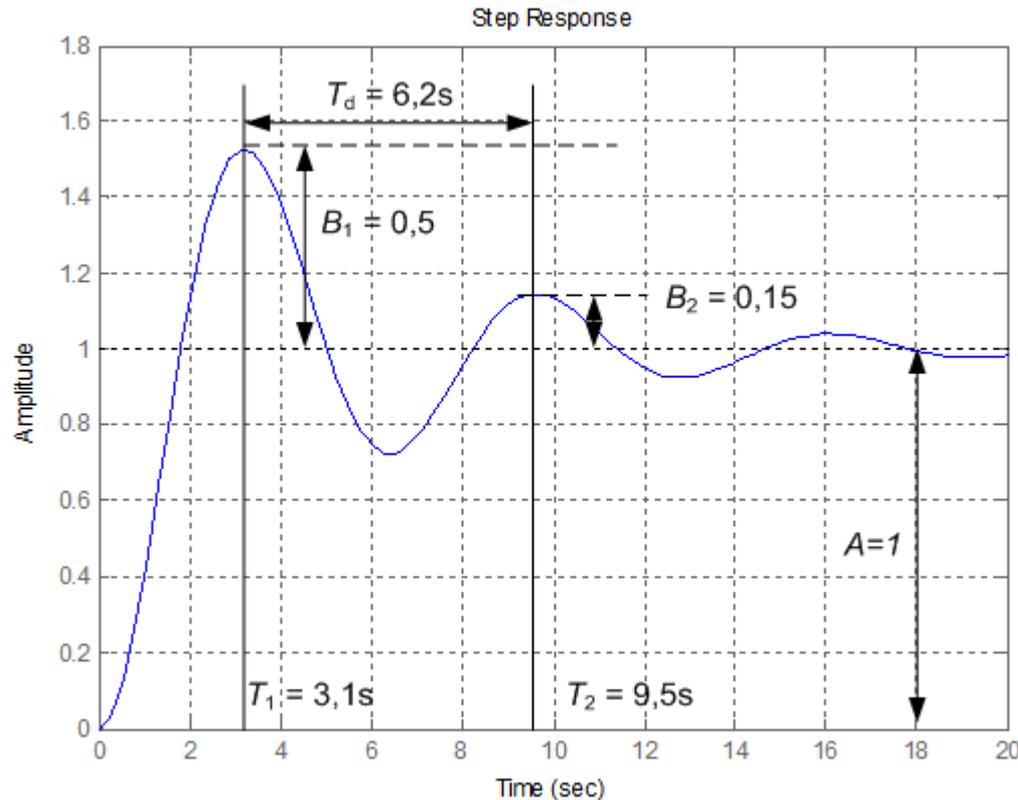
Ex. Processo de 2ª Ordem

$$\text{Ex: } G(s) = \frac{1}{s^2 + 0,4s + 1} \Rightarrow \hat{G}(s) = \frac{1,062}{s^2 + 0,3762s + 1,062}$$

A partir da resposta ao degrau

$$\text{Modelo: } \hat{G}(s) = \frac{A\omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2}$$

$$y(t) = 1 - \frac{e^{-\sigma t}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \text{sen}(\omega_d t - \phi)$$



$$A; \quad \sigma = \zeta\omega_n;$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2} = 2\pi / T_d$$

$$B_2 = B_1 e^{-\sigma(T_2 - T_1)}$$

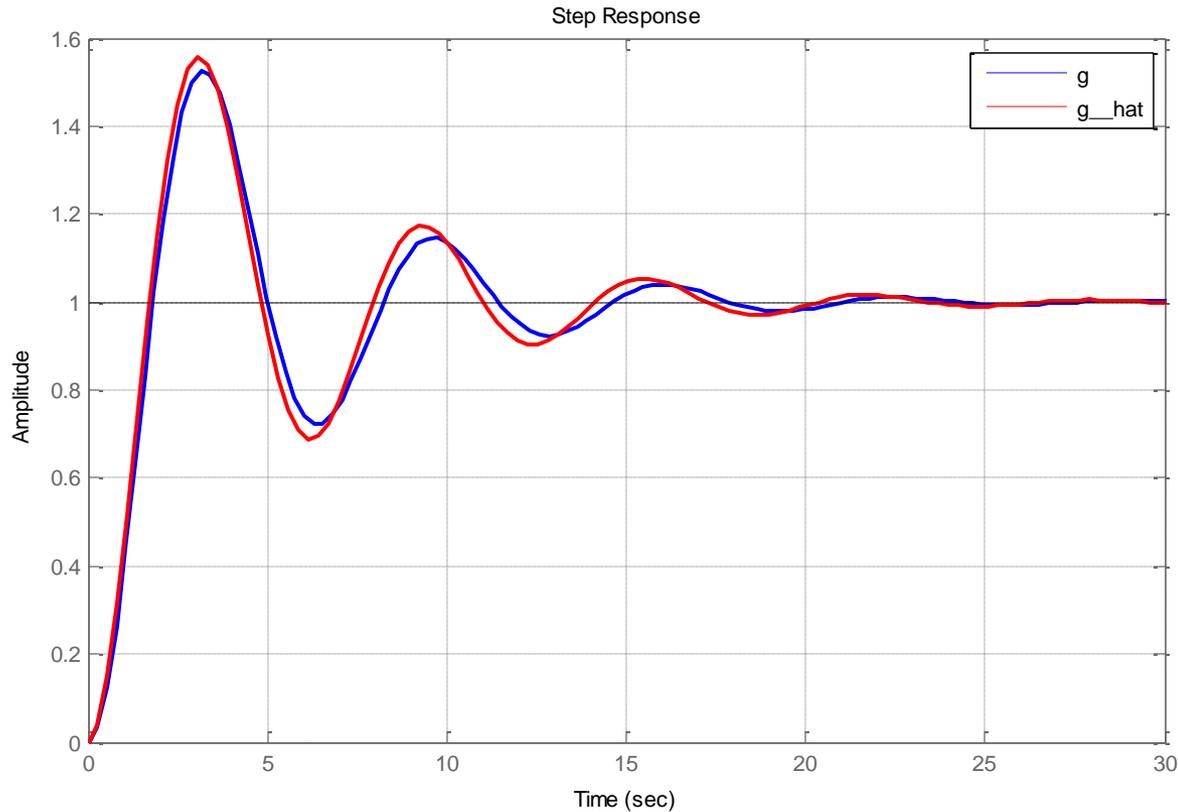
do gráfico :

$$\omega_n = 1,03; \quad \zeta = 0,1825; \quad A = 1$$

Ex. Processo de 2ª Ordem

$$Ex : G(s) = \frac{1}{s^2 + 0,4s + 1}$$

$$\Rightarrow \hat{G}(s) = \frac{1,062}{s^2 + 0,3762s + 1,062}$$





III.b ALGORITMOS – O ESTIMADOR DE MÍNIMOS QUADRADOS



O Estimador de Mínimos Quadrados



- Sistema de equações sobredeterminado

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\theta}$$

$$\mathbf{X}^T \mathbf{y} = \mathbf{X}^T \mathbf{X} \boldsymbol{\theta}$$

$$\boldsymbol{\theta} = \underbrace{[\mathbf{X}^T \mathbf{X}]^{-1} \mathbf{X}^T}_{\text{Matriz pseudo-inversa}} \mathbf{y}$$

Matriz pseudo-inversa



Modelos ARX e o método dos Mínimos Quadrados



“Um problema Arquétipo”

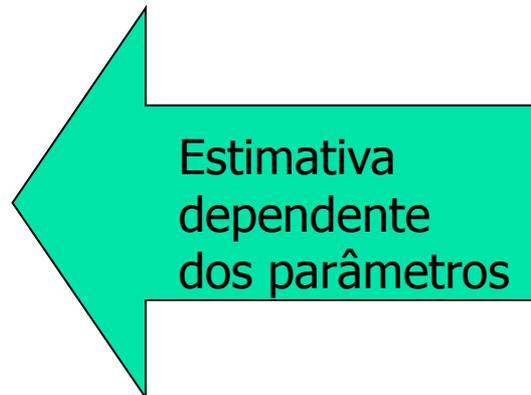
Modelo:
$$y(t) + a_1 y(t-1) + \dots + a_n y(t-n) = b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m)$$

$$y(t) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m)$$

Vetores:
$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad \dots \quad b_m]^T$$
$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n) \quad u(t-1) \quad \dots \quad u(t-m)]^T$$

Notação Compacta:

$$y(t) = \varphi^T \theta$$
$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t) \theta$$





O Estimador de Mínimos Quadrados



Dados do Processo:

$$Z^N = \{u(1) \quad y(1) \quad \dots \quad u(N) \quad y(N)\}$$

$$\min_{\theta} V_N(\theta, Z^N)$$

Função de custo de erro quadrado:

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \hat{y}(t | \theta))^2 = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(t) - \varphi^T(t)\theta)^2$$

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta, Z^N)$$

$$\frac{d}{d\theta} V_N(\theta, Z^N) = 0$$

MMQ:

$$\hat{\theta}_N = \left[\sum_{t=1}^N \varphi(t)\varphi^T(t) \right]^{-1} \sum_{t=1}^N \varphi(t)y(t)$$



Ex.: Equação a diferenças de 1ª ordem



$$y(t) + ay(t-1) = bu(t-1)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{a}_N \\ \hat{b}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum y^2(t-1) & -\sum y(t-1)u(t-1) \\ -\sum y(t-1)u(t-1) & \sum u^2(t-1) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} -\sum y(t)u(t-1) \\ \sum y(t)u(t-1) \end{bmatrix}$$



Ex.: Equação a diferenças de 1ª ordem



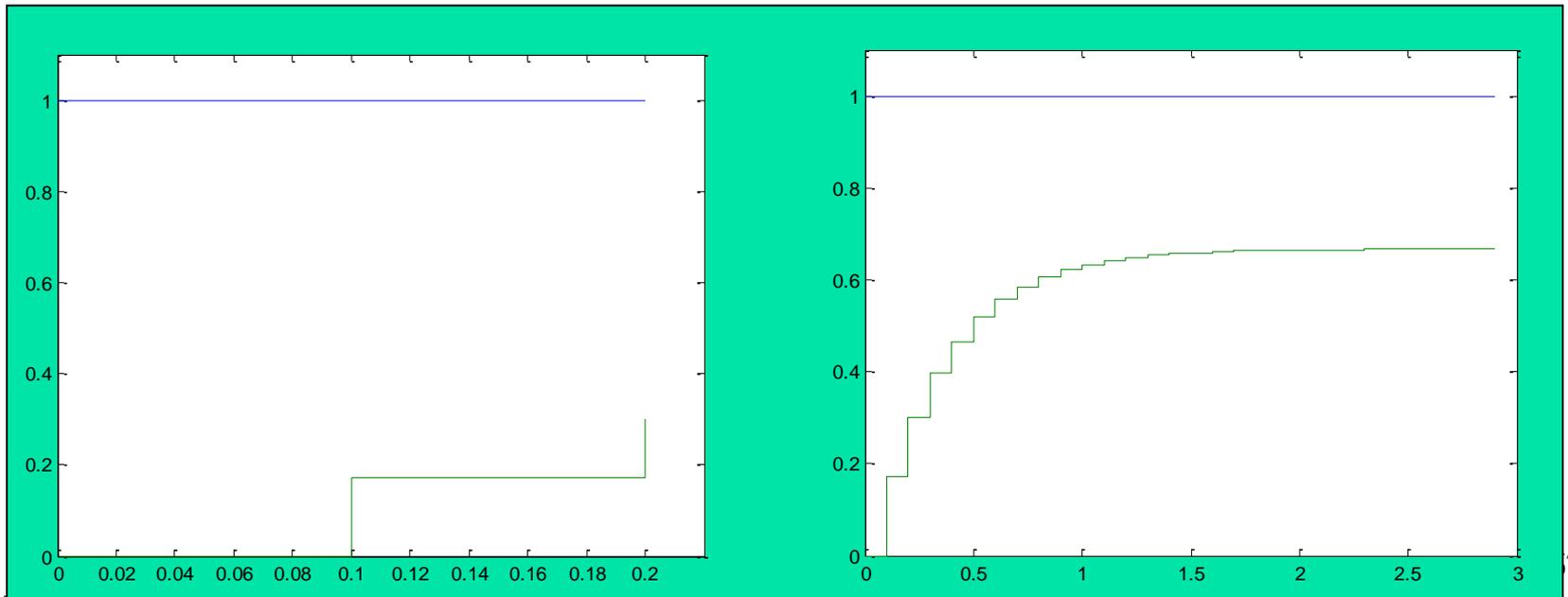
$$g_C(s) = \frac{2}{s+3} \xrightarrow{T=0.1} g(z) = \frac{0.1728}{z-0.7408}$$

$$N = 3$$

$$\hat{g}(z) = \frac{0.1728}{z-0.7408}$$

$$N = 30$$

$$\hat{g}(z) = \frac{0.1728}{z-0.7408}$$





Ex.: Equação a diferenças de 1ª ordem

$$y = y + 0.1 \text{rand}()$$

$$gC(s) = \frac{2}{s+3} \xrightarrow{T=0.1} g(z) = \frac{0.1728}{z-0.7408}$$

$$N = 3$$

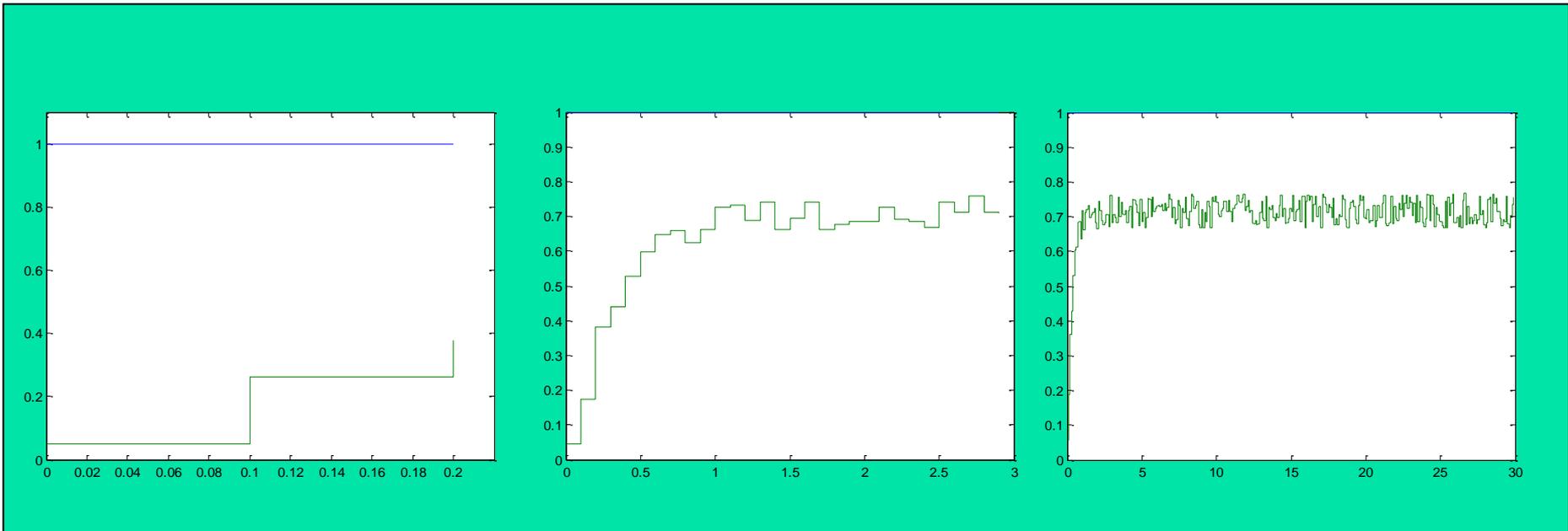
$$\hat{g}_3(z) = \frac{0.2357}{z-0.5395}$$

$$N = 30$$

$$\hat{g}_{30}(z) = \frac{0.2031}{z-0.7123}$$

$$N = 300$$

$$\hat{g}_{300}(z) = \frac{0.2854}{z-0.5996}$$





Ex.: Equação a diferenças de 1ª ordem



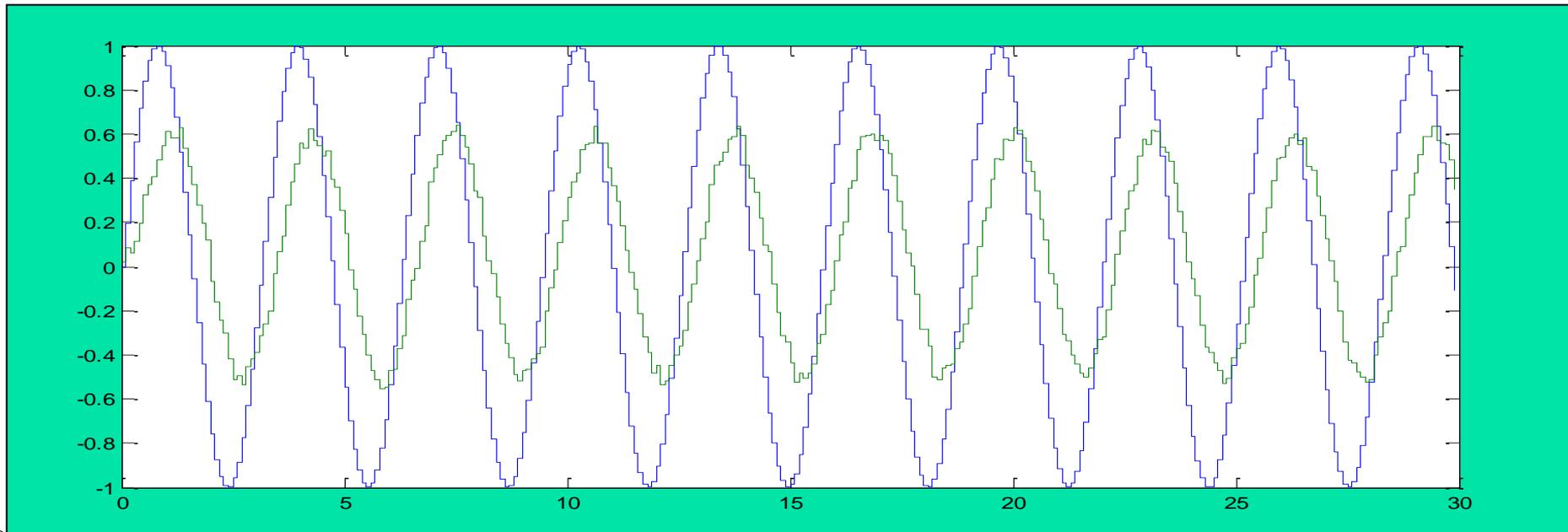
$$gC(s) = \frac{2}{s+3} \xrightarrow{T=0.1} g(z) = \frac{0.1728}{z-0.7408}$$

$$u = \sin(2t)$$

$$y = y + 0.1\text{rand}()$$

$$N = 300$$

$$\hat{g}_{300}(z) = \frac{0.1718}{z-0.7428}$$



$$y(t) = -a_1 y(t-1) - \dots - a_n y(t-n) + b_1 u(t-1) + \dots + b_m u(t-m)$$

$$\theta = [a_1 \quad \dots \quad a_n \quad b_1 \quad \dots \quad b_m]^T$$

$$\varphi(t) = [-y(t-1) \quad \dots \quad -y(t-n) \quad u(t-1) \quad \dots \quad u(t-m)]^T$$

$$\hat{y}(t | \theta) = \varphi^T(t) \theta$$

Regressão Linear:

Calcular \hat{y} utilizando os valores passados contidos em φ

\hat{y} é função linear dos parâmetros em θ

Modelo ARX:

Auto-Regressivo – \hat{y} depende de valores passados de y
X – entrada eXterna (u), variável eXógena



Polarização do Estimador MQ



$$\hat{\theta} = A\mathbf{y}, \quad A = [\Psi^T \Psi]^{-1} \Psi^T \quad y(k) = y^i(k) + e(k) \quad \text{Variáveis aleatórias}$$

Polarização (bias) $b = E[\hat{\theta}] - \theta$

Modelo:

$$y(k) = \psi^T(k-1)\theta + e(k)$$

$$\mathbf{y} = \Psi\theta + \mathbf{e}$$

$$\hat{\theta} = A\mathbf{y}, \quad A \text{ é uma matriz que depende dos regressores } \Psi$$

$$b = E[A\mathbf{y}] - \theta$$

$$= E[A(\Psi\theta + \mathbf{e})] - \theta$$

$$= E[A(\Psi - I)\theta] + E[A\mathbf{e}]$$

$$= E[\underbrace{A\Psi - I}_{=0}\theta] + E[\underbrace{A\mathbf{e}}_{=0}]$$

$$b=0 \rightarrow \quad \quad \quad =0 \quad \quad \quad =0$$



Estimadores Não Polarizados



- EMQ - Estimador estendendo de mínimos quadrados
- GMQ – Estimador de mínimos quadrados generalizado
- VI – Estimador das variáveis instrumentais



MÉTODOS DE ESTIMAÇÃO DE PARÂMETROS



Princípios subjacentes de métodos de estimação de parâmetros

$\mathcal{M}(\theta)$ – *modelos parametrizados*

$\theta \in D_{\mathcal{M}} \subset \mathbb{R}^d$ – *vetor de parâmetros*

$\mathcal{M}^* = \{\mathcal{M}(\theta) \mid \theta \in D_{\mathcal{M}}\}$ – *conjunto de modelos*

Cada modelo \rightarrow uma maneira de prever as saídas futuras.

Filtro linear como preditor:

$$\mathcal{M}(\theta) : \hat{y}(t \mid \theta) = W_y(q, \theta) + W_u(q, \theta)$$

Para o preditor de um passo adiante:

$$y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t)$$

com:

$$W_y(q, \theta) = [1 - H^{-1}(q, \theta)], \quad W_u(q, \theta) = H^{-1}(q, \theta)G(q, \theta)$$



Princípios subjacentes de métodos de estimação de parâmetros



$$Z^N = [y(1), u(1), y(2), u(2), \dots, y(N), u(N)] \quad \text{–vetor de dados}$$

O mapeamento

$$Z^N \rightarrow \hat{\theta}_N \in D_{\mathcal{M}}$$

é um método de estimação de parâmetros.

Avaliação de um modelo candidato :

$$\varepsilon(t, \theta_*) = y(t) - \hat{y}(t | \theta_*) \quad \rightarrow \text{erro de predição}$$

Para Z^N conhecido \rightarrow erro pode ser calculado para $t = 1, 2, \dots, N$

Minimização do erro de predição

$$\varepsilon(t, \theta_*) = y(t) - \hat{y}(t | \theta_*), \quad t = 1, 2, \dots, N \quad \rightarrow \text{vetor de erro em } \mathcal{R}^N$$

Avaliado por qualquer norma em \mathcal{R}^N , quadrática ou não.

Quão "grande" é o erro de predição?

$$\text{Filtragem linear estável : } \varepsilon_F(t, \theta) = L(q)\varepsilon(t, \theta), \quad t = 1, 2, \dots, N$$

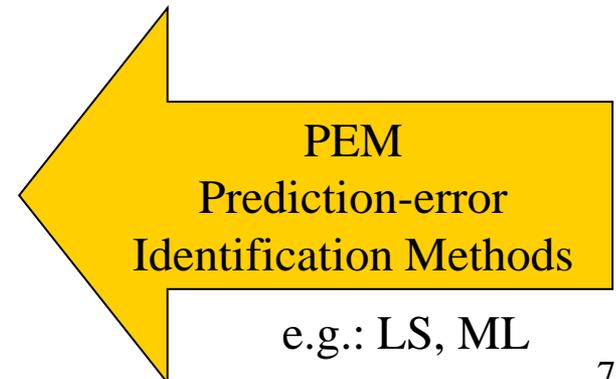
Norma :

$$V_N(\theta, Z^N) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon_F(t, \theta))$$

onde $\ell(\cdot)$ é uma função escalar, tipicamente positiva.

Estimador de parâmetros :

$$\hat{\theta}_N = \hat{\theta}_N(Z^N) = \arg \min_{\theta} V_N(\theta, Z^N)$$





III.d Estimadores Recursivos



- Estimação em batelada
- Estimação seqüencial
- Estimação recursiva

- Estimação off-line
- Estimação on-line
- Estimação em tempo real

Seja o sistema

$$y(k) = \psi^T \theta + e(k), \text{ com } E[e(k)] = 0, \text{ cov}[e(k)] = R$$

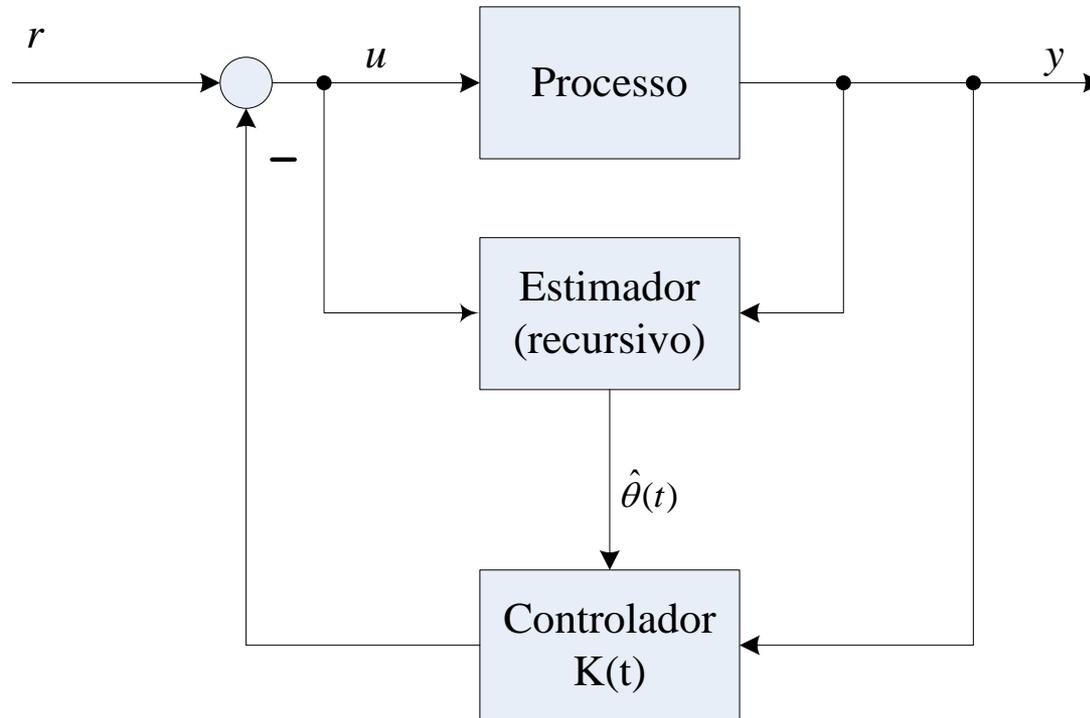
Algoritmo recursivo

$$y(k) = \psi_k^T (k-1) \hat{\theta}_k + \xi$$

⋮

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k \underbrace{(y(k) - \psi_k^T \hat{\theta}_{k-1})}_{\text{Inovação}}$$

Inovação



O controlador $K(t)$ é um sistema estável variante no tempo.

PARTE IV

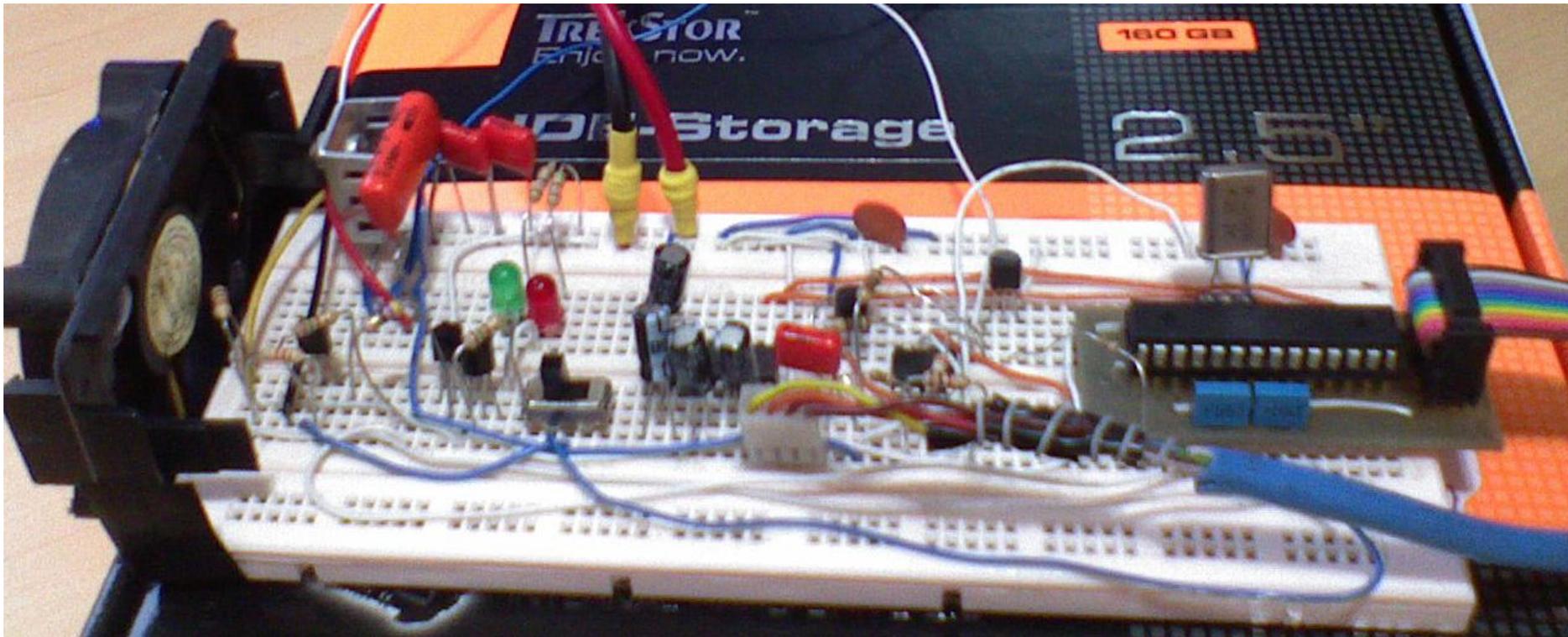
IDENTIFICAÇÃO NA PRÁTICA

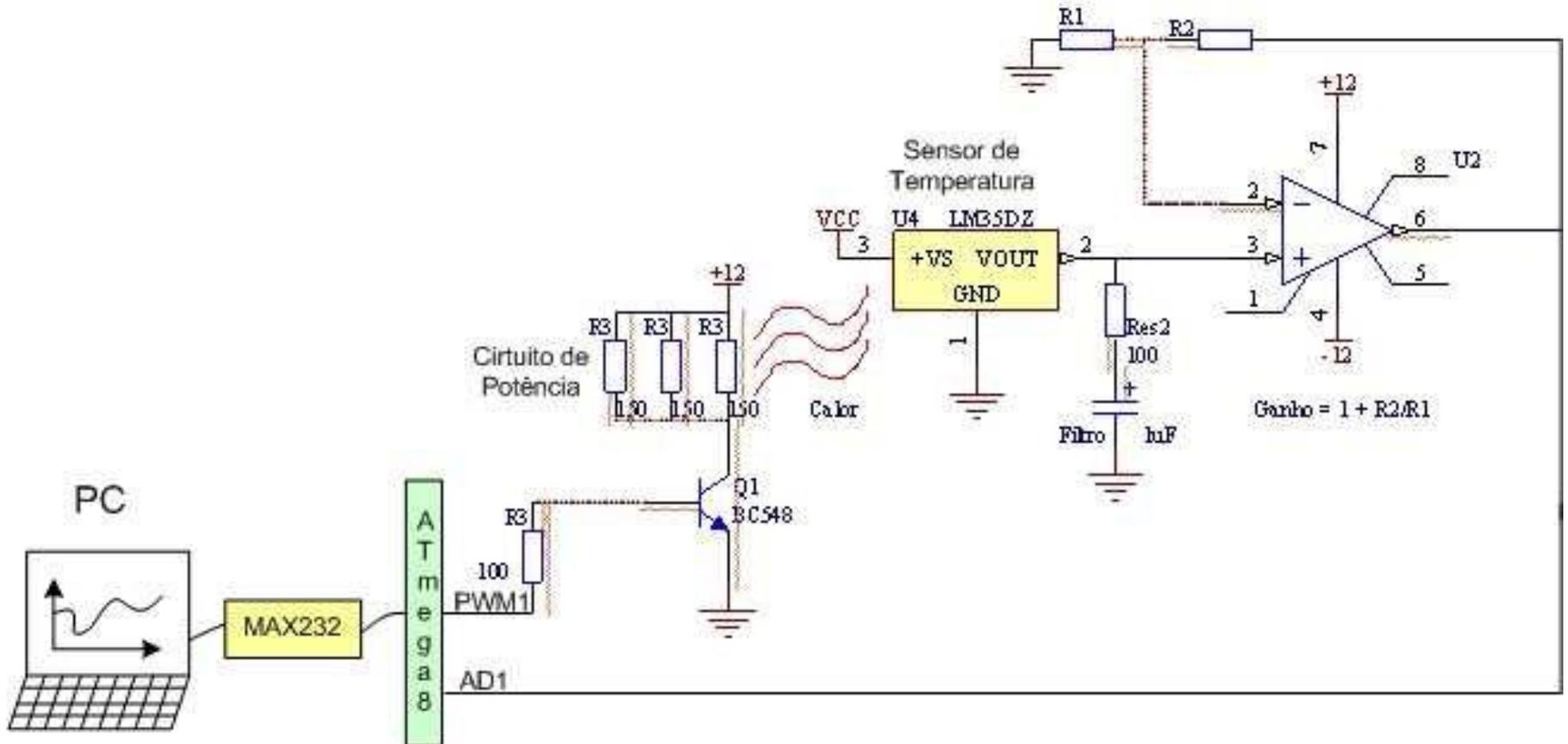
- a) Processo Térmico
- b) Nível de Líquido 2^a Ordem
- c) Nível de Líquido 4^a Ordem



PARTE IV

a) PROCESSO TÉRMICO







Processo Térmico



Identificação – Process Model

1. ident
2. Carregar os sinais de u, y
3. Remover a média
4. Selecionar faixas: [identificação, validação]
5. Process Models
6. Estimate: $P1D, P1, P2, P2D, P2DZ, \dots$
7. Model Output



Processo Térmico



Modelo de Processo

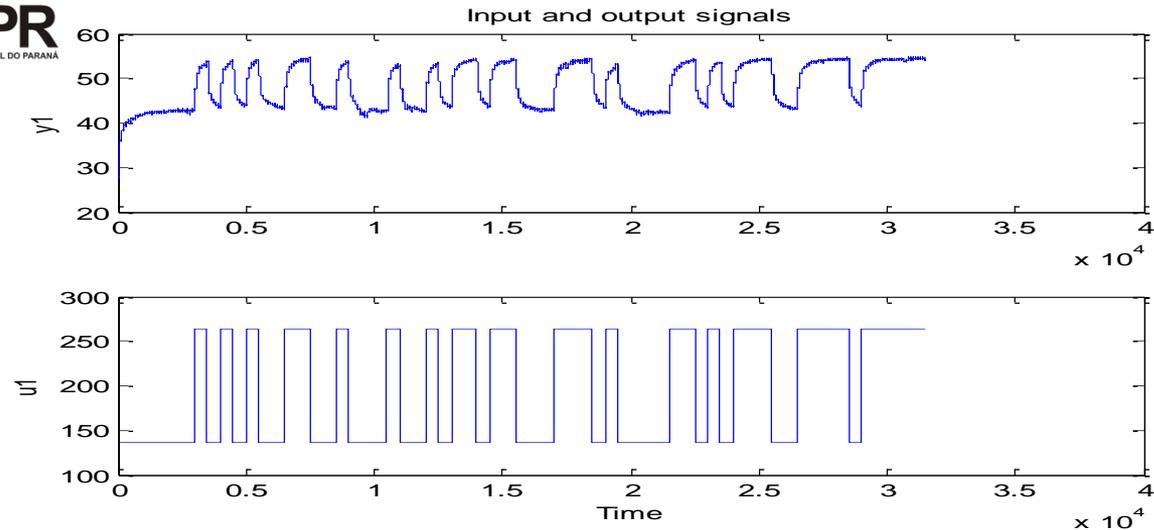
$$P1(s) = \frac{K_p}{1 + T_{p1}s}$$

$$P2D(s) = \frac{K_p e^{-T_d s}}{(1 + T_{p1}s)(1 + T_{p2}s)}$$

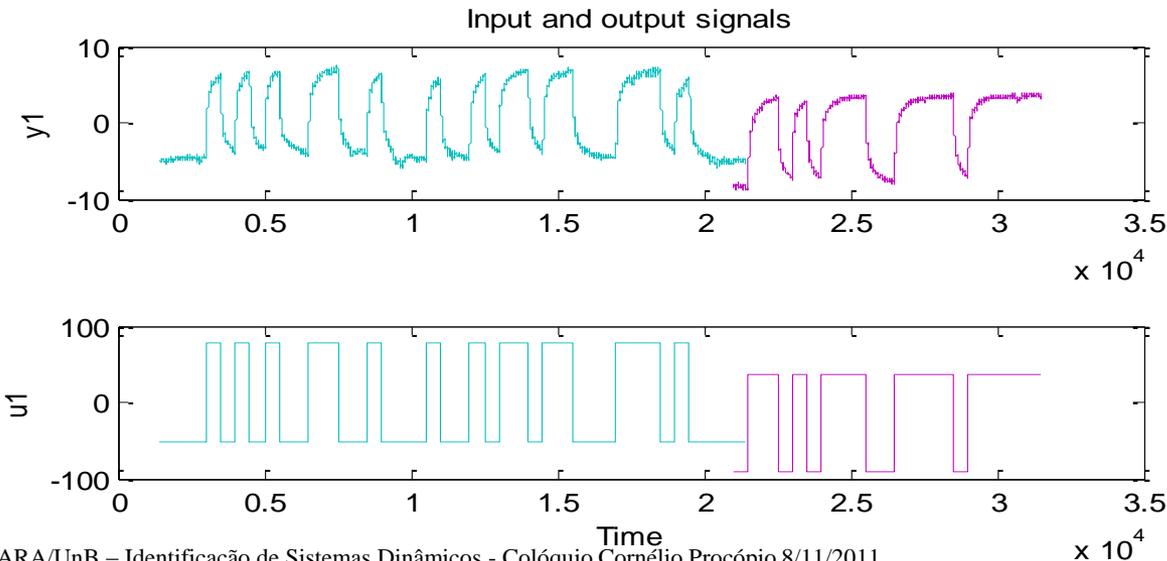
$$P2DZ(s) = \frac{K_p (1 + T_z s) e^{-T_d s}}{(1 + T_{p1}s)(1 + T_{p2}s)}$$

...

Identificação do Processo Térmico



Sinais medidos
~9h30

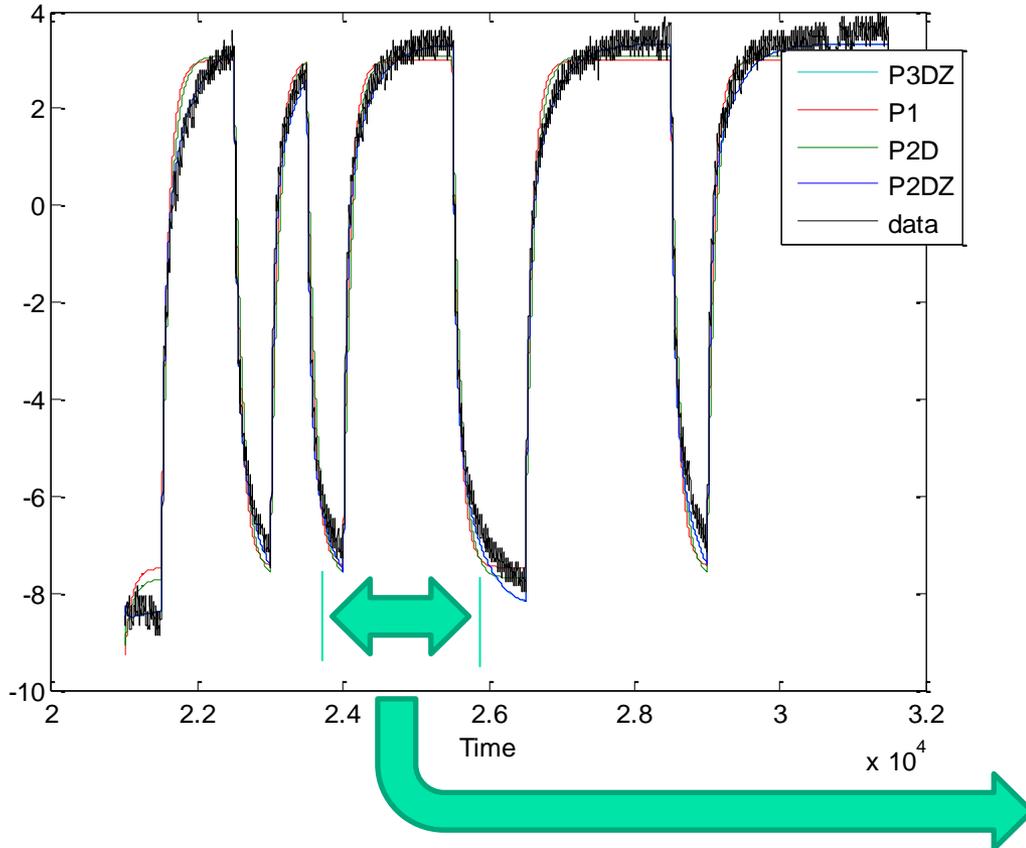


Procedimento:

- Excluir transição p/ P.O.
- Conjunto de Identificação
- Conjunto de Validação
- Subtrair média

Identificação do Processo Térmico

Measured and simulated model output



Fit:

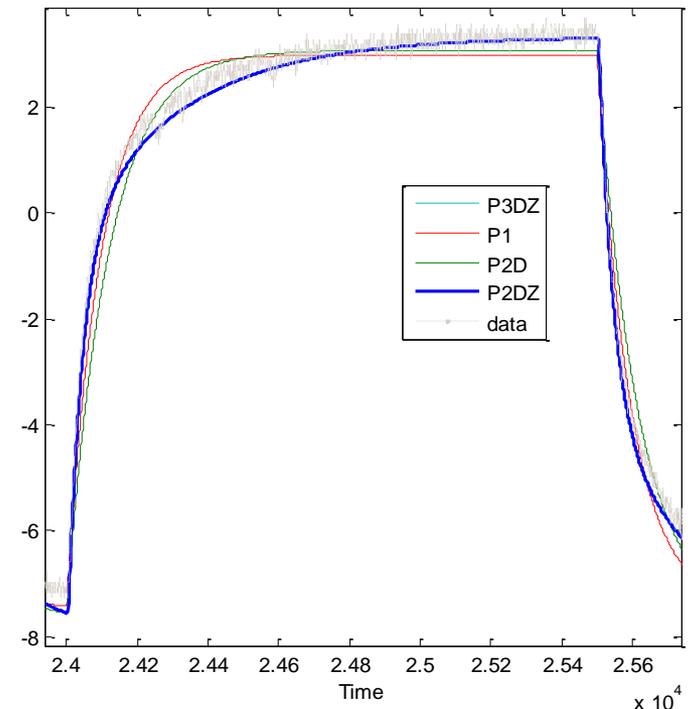
P2DZ: 93.43

P3DZ: 93.42

P1: 87.66

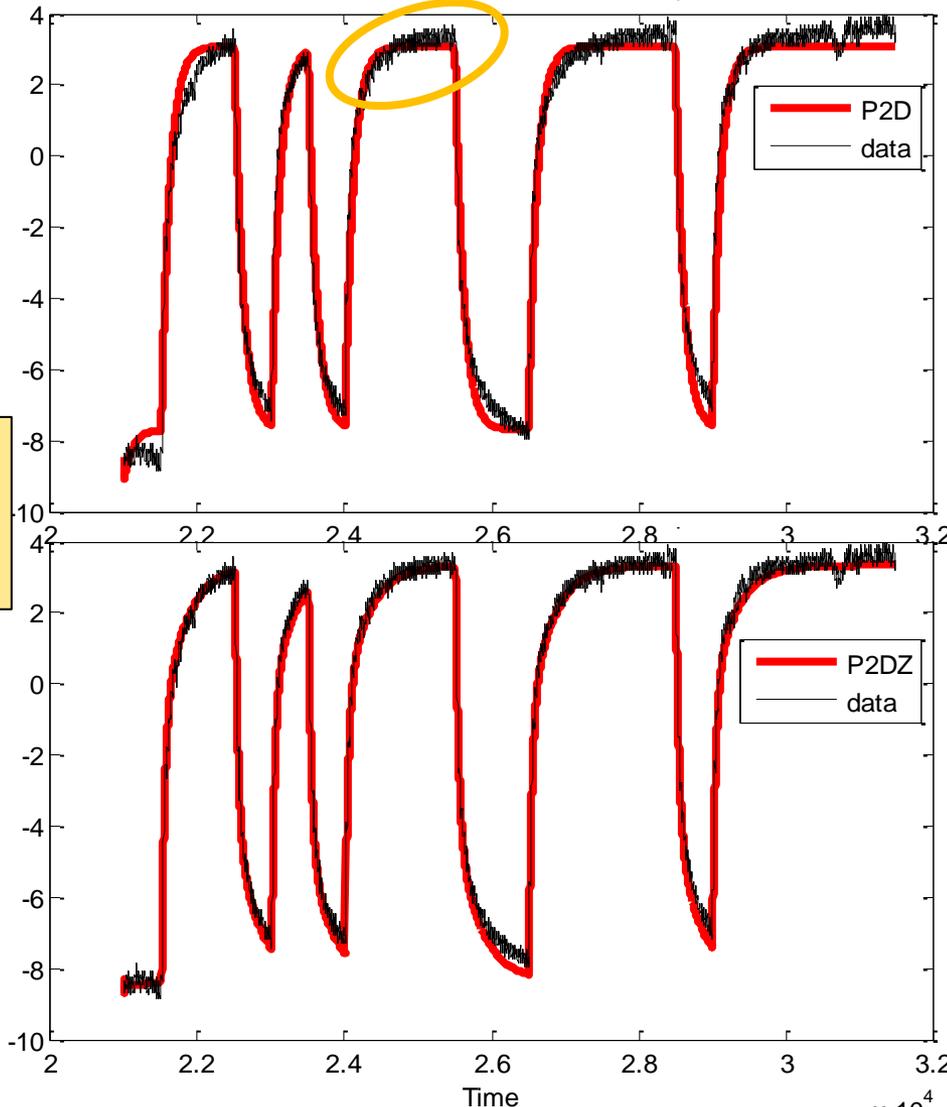
P2D: 86.9

Measured and simulated model output



Identificação do Processo Térmico

Measured and simulated model output



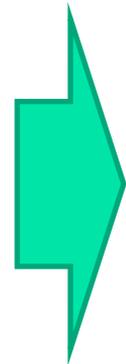
Fit:
P2D: 86.9
P2DZ: 93.43

$$P2D(s) = \frac{K_p e^{-T_d s}}{(1 + T_{p1} s)(1 + T_{p2} s)}$$

$$P2DZ(s) = \frac{K_p (1 + T_z s) e^{-T_d s}}{(1 + T_{p1} s)(1 + T_{p2} s)}$$

P2D

- Kp = 0.084231
- Tp1 = 116.15
- Tp2 = 0.001
- Td = 0



P1 !!

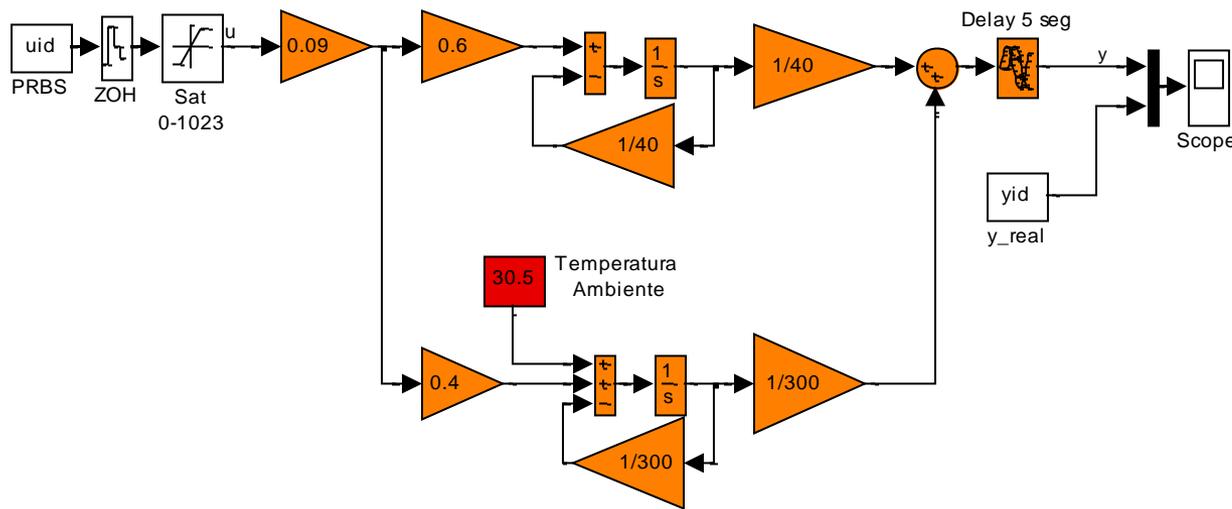
$$\frac{K_p}{(1 + T_{p1} s)}$$

P2DZ

- Kp = 0.091263
- Tp1 = 308.19
- Tp2 = 41.164
- Td = 4.8147
- Tz = 200.4

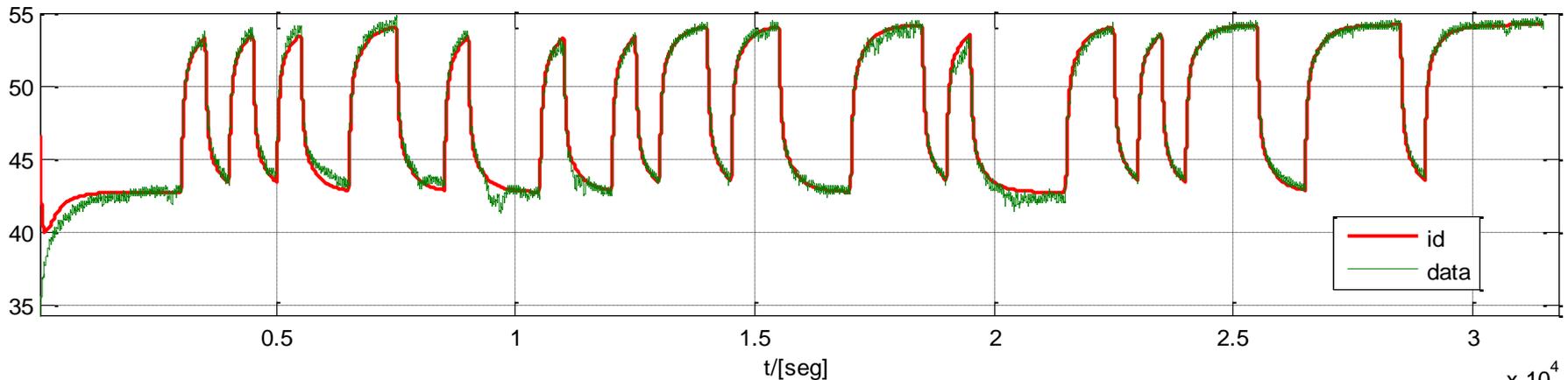
Identificação do Processo Térmico

Zero ? Influência do meio ambiente !



$$P2DZ(s) = \frac{K_p (1+T_z s) e^{-T_d s}}{(1+T_{p1} s)(1+T_{p2} s)}$$

$K_p = 0.091263$
 $T_{p1} = 308.19$
 $T_{p2} = 41.164$
 $T_d = 4.8147$
 $T_z = 200.4$





PARTE IV

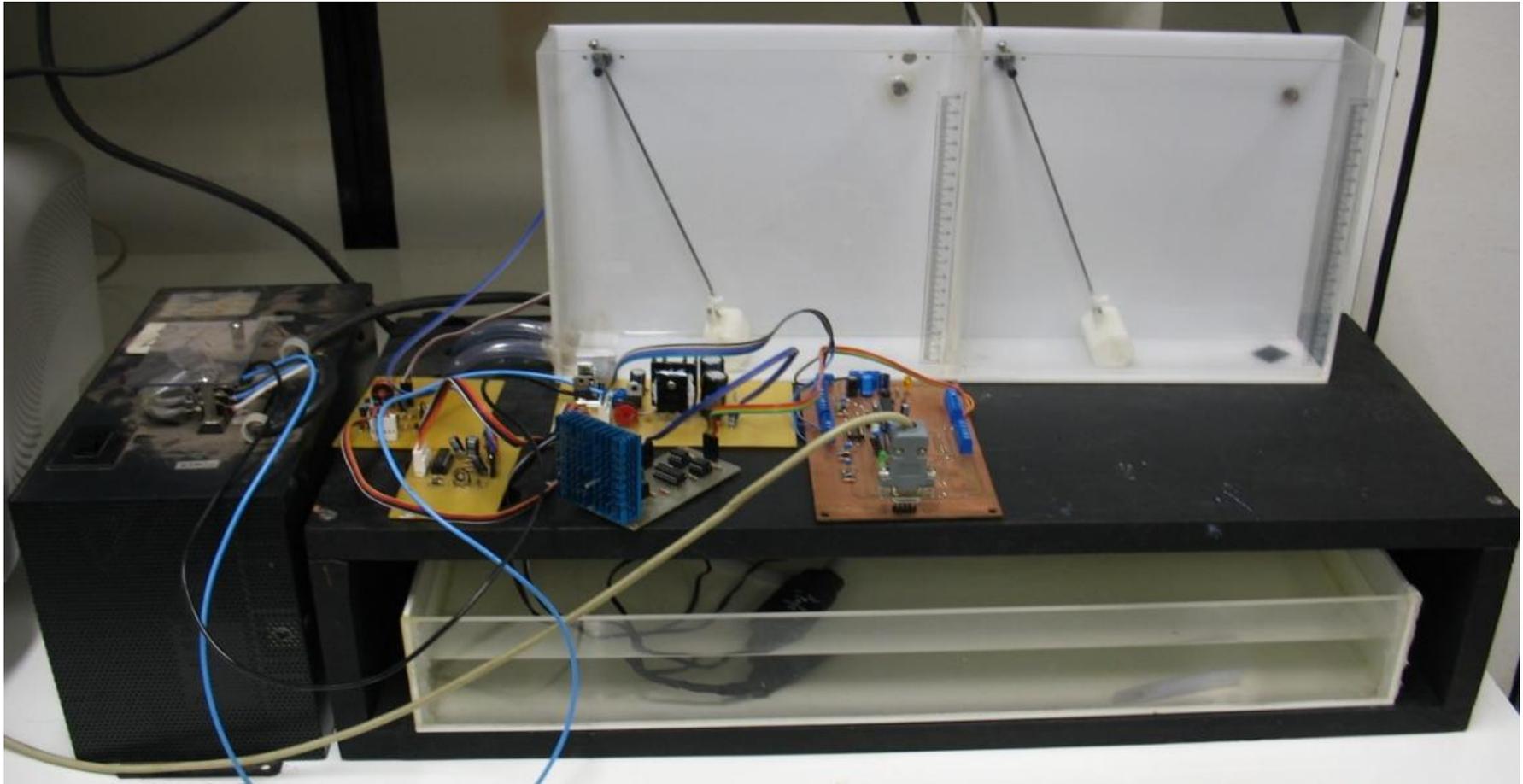
b) NÍVEL DE LÍQUIDO

2^a ORDEM



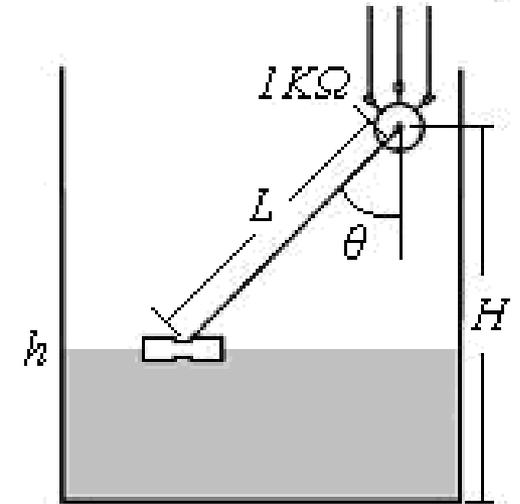
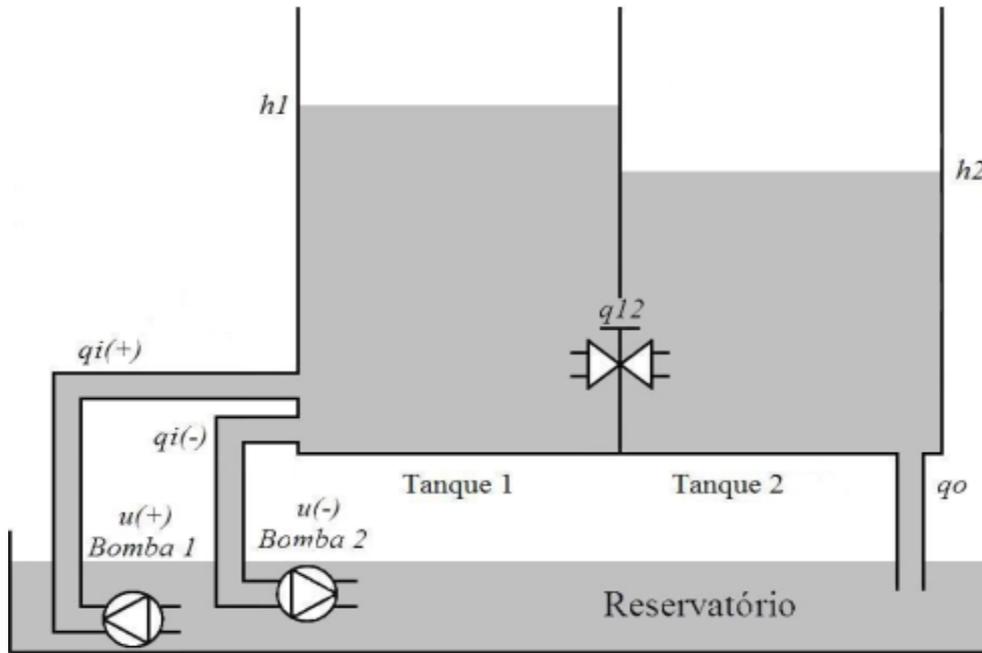
Identificação em Malha Fechada

Processo de Nível – 2ª Ordem



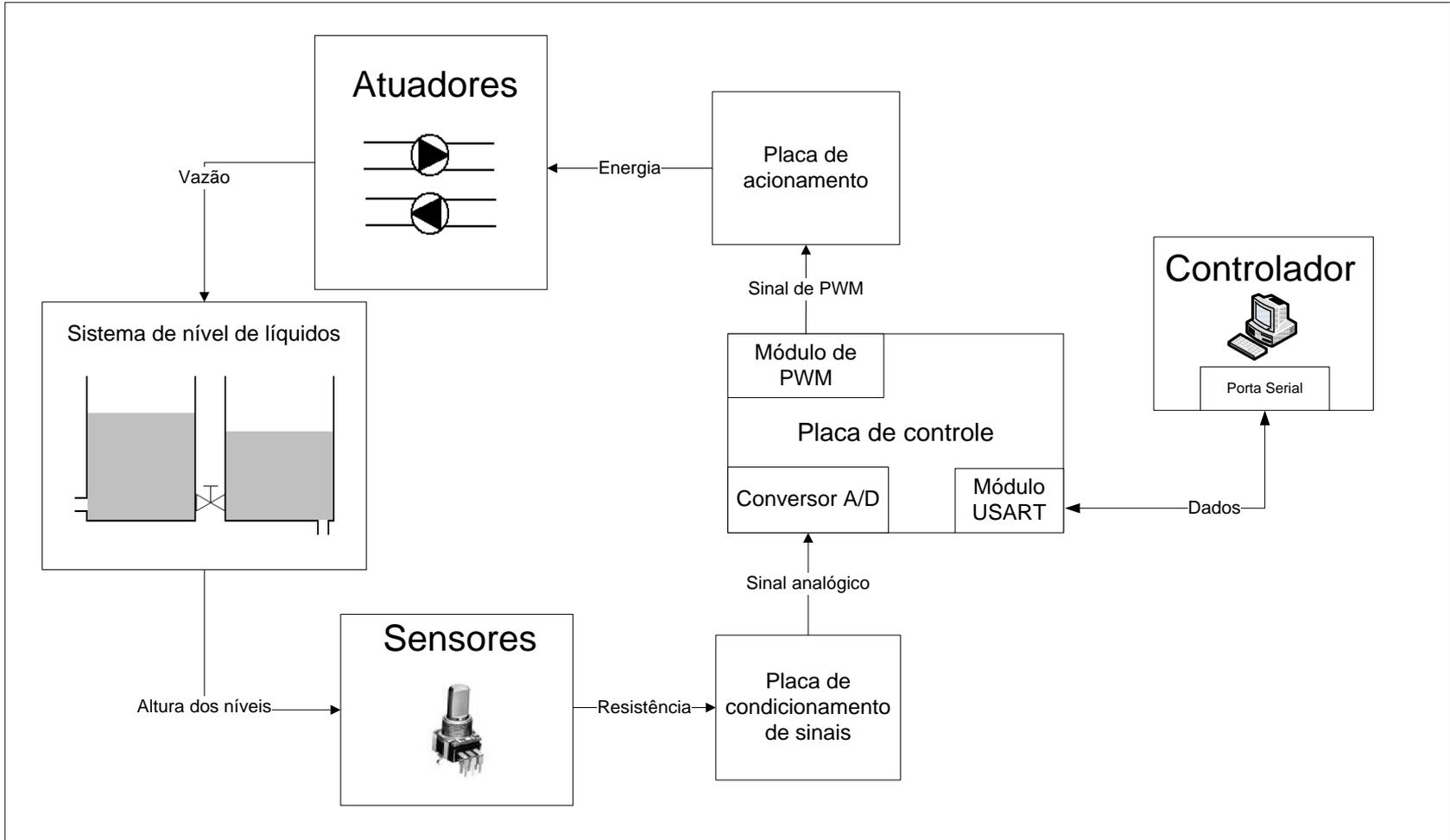
Identificação em Malha Fechada

Processo de Nível – 2ª Ordem



Identificação em Malha Fechada

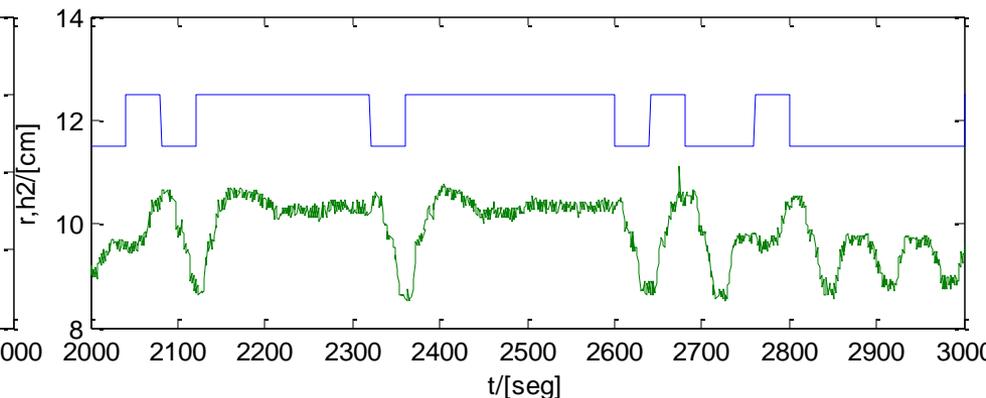
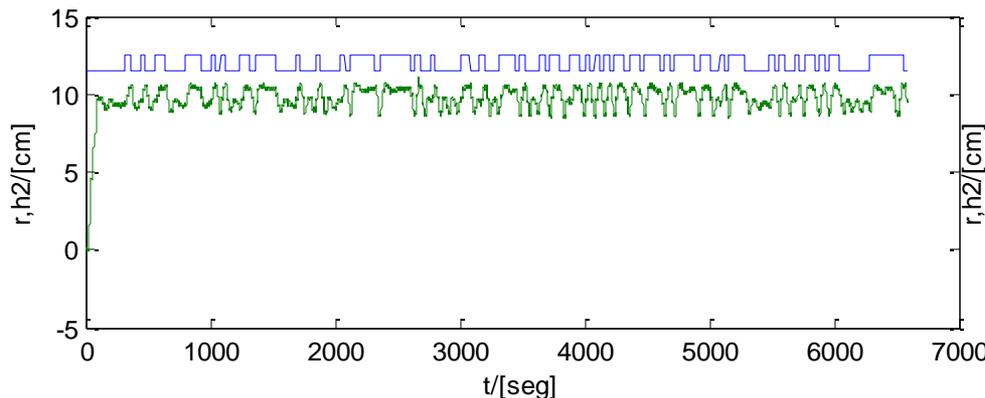
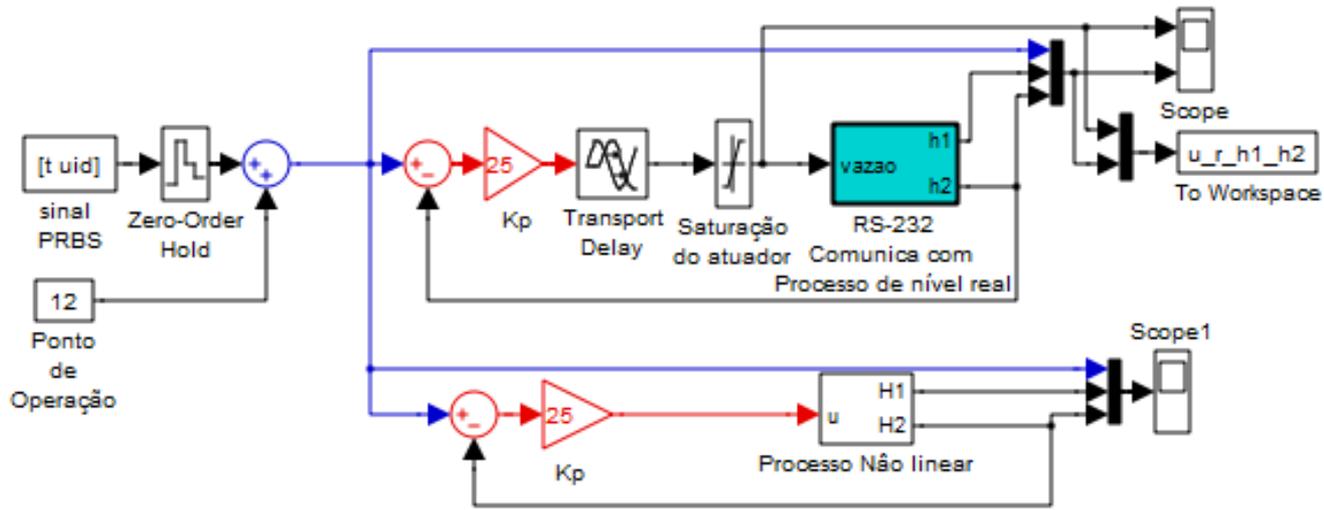
Processo de Nível – 2ª Ordem





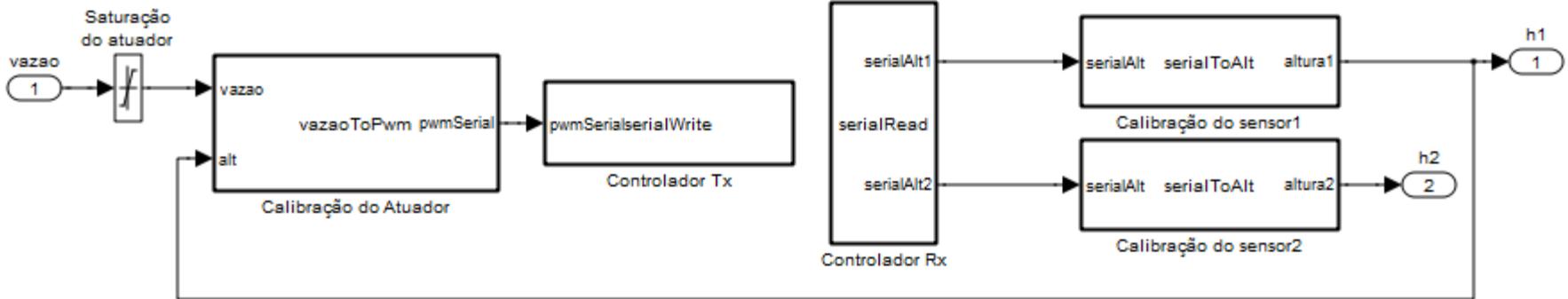
Identificação em Malha Fechada

Processo de Nível – 2ª Ordem



Identificação em Malha Fechada

Processo de Nível – 2ª Ordem

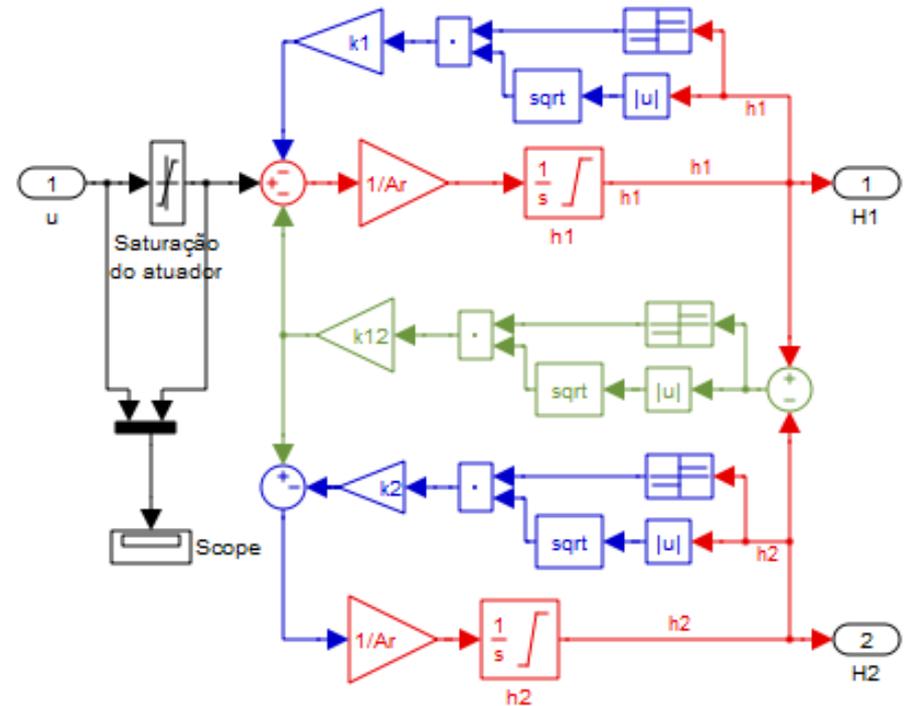


Identificação em Malha Fechada

Processo de Nível – 2ª Ordem

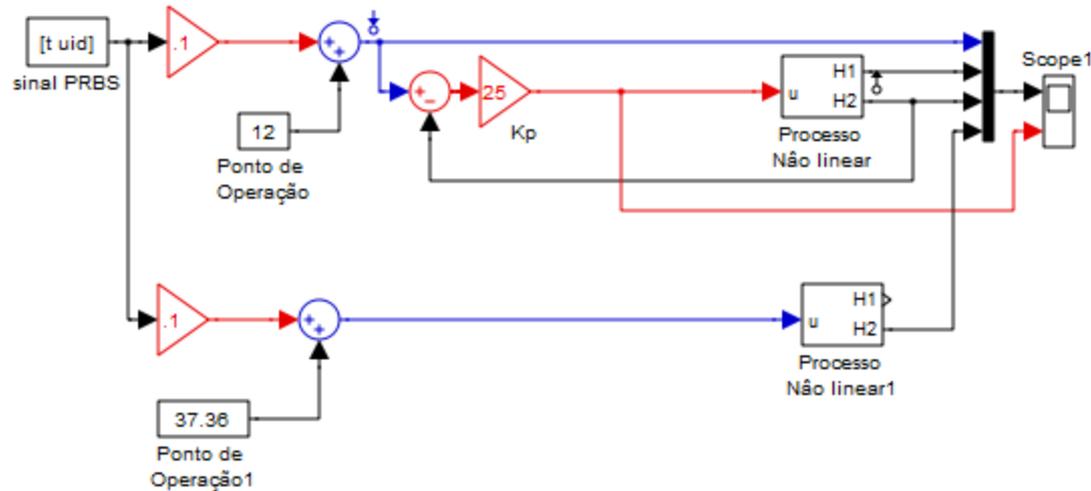
$$A_r \frac{dh_1}{dt} = q_i - \text{sign}(h_1 - h_2) k_{12} \sqrt{|h_1 - h_2|}$$

$$A_r \frac{dh_2}{dt} = \text{sign}(h_1 - h_2) k_{12} \sqrt{|h_1 - h_2|} - k_2 \sqrt{h_2}$$



Identificação

Malha Aberta x Malha Fechada?



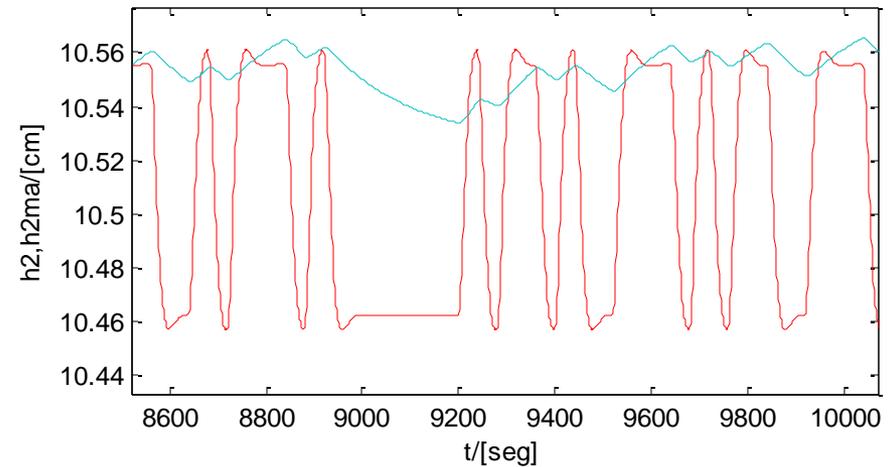
Experimento de 3h30:

Malha fechada OK

```
uid=idinput(12600,'PRBS',[0 0.025],[-.5 .5]);
```

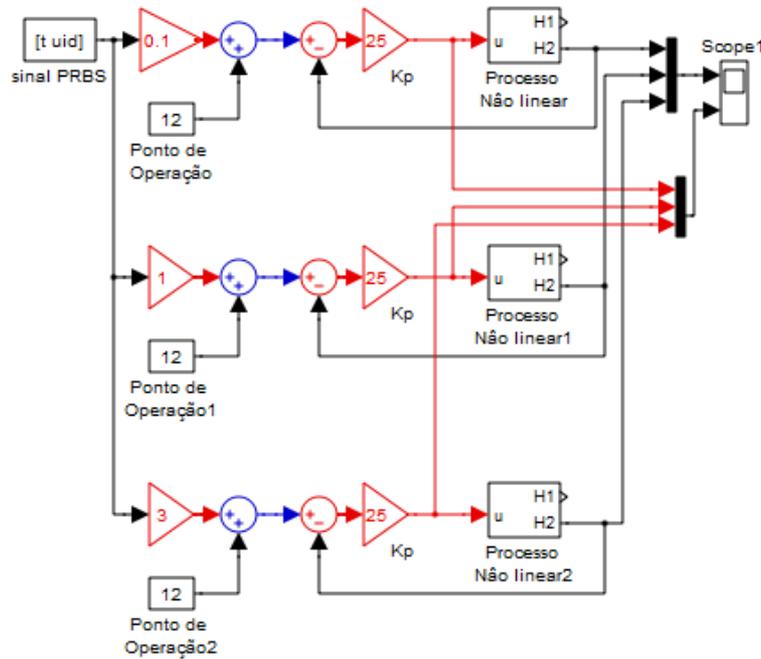
Malha aberta ->

seria necessário aumentar muito o tempo do experimento!!

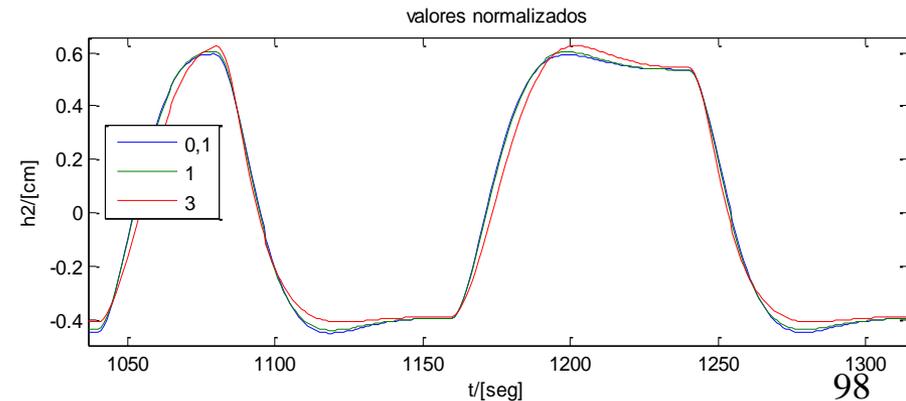
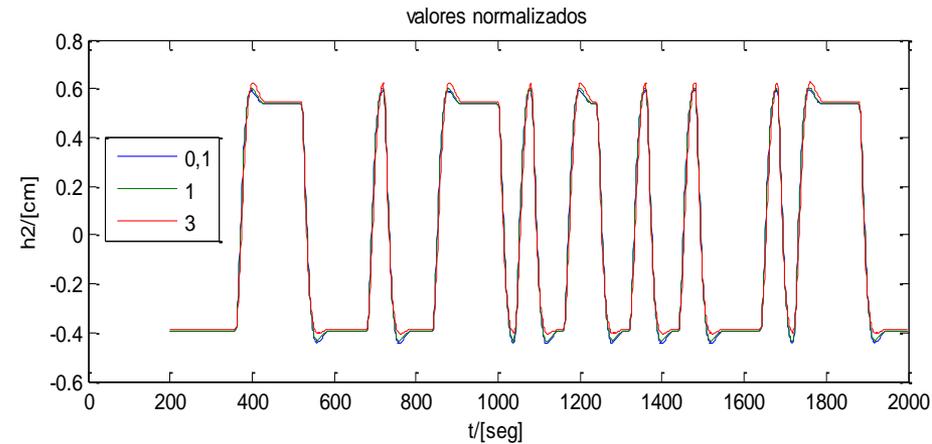
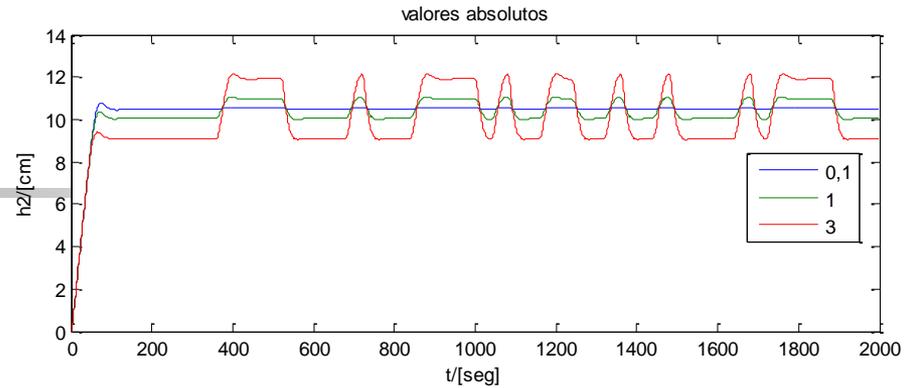




Identificação Pequenos Sinais?



```
uid=idinput(12600,'PRBS',[0 0.025],[-.5 .5]);
```

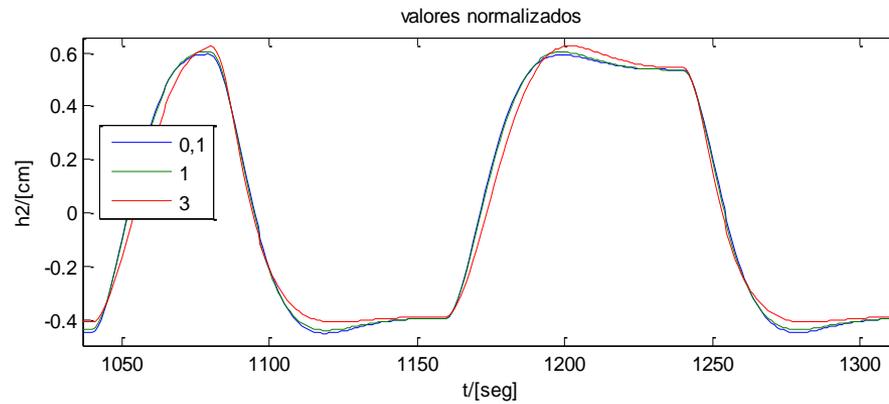


Teorema de Nyquist

REGRA: 5 a 8 amostras durante o tempo de subida.

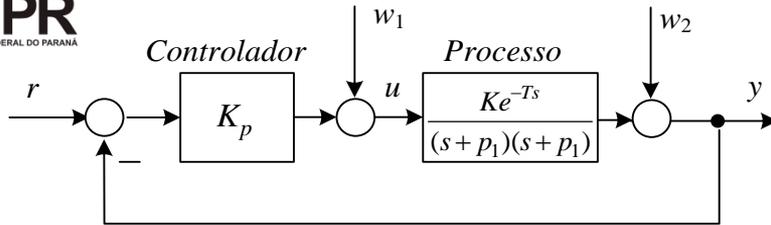
Em geral é melhor realizar o experimento numa taxa mais alta e posteriormente decimar o sinal.

Considerar a operação em malha fechada.



```
uid=idinput(12600,'PRBS',[0 0.025],[-.5 .5]);
```

Identificação em Malha Fechada



Malha Aberta:
$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{Ke^{-Ts}}{s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1p_2}$$

- Processo muito lento
- Ponto de Operação?

Identificação em Malha Fechada:

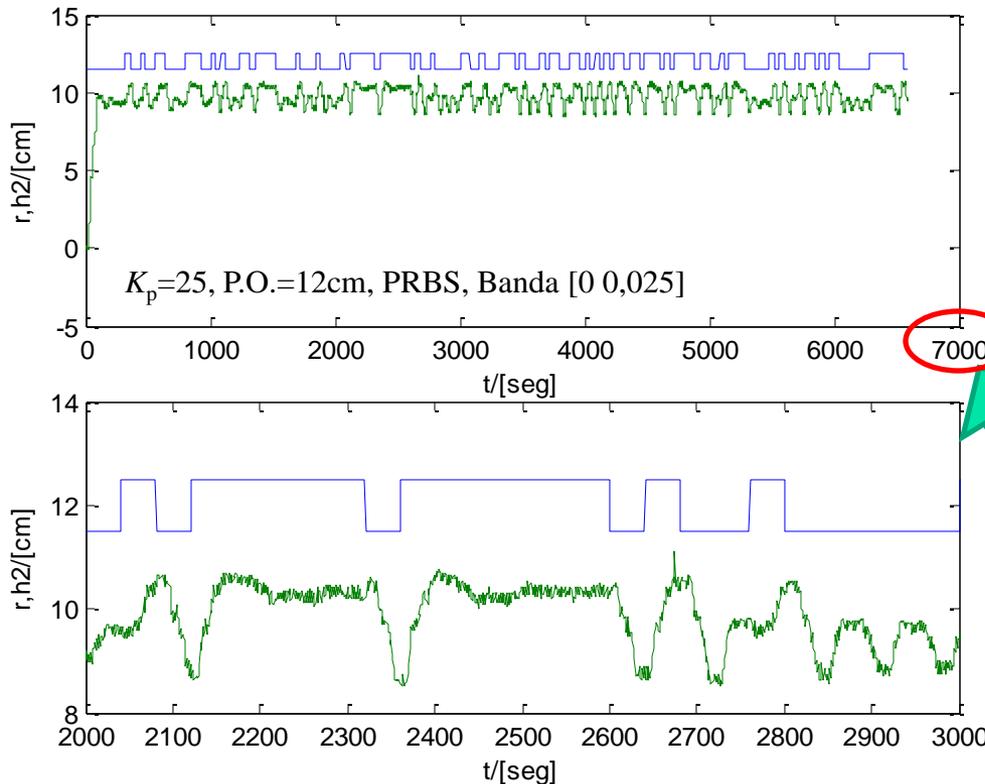
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_p Ke^{-Ts}}{s^2 + (p_1 + p_2)s + p_1p_2 + K_p K}$$

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{0,0073637e^{-4,7s}}{s^2 + 0,05741s + 0,007676}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,0002945e^{-4,7s}}{s^2 + 0,05741s + 0,0003123}$$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{0,0002945e^{-4,7s}}{(s + 0,0513)(s + 0,0061)}$$

$$T_1 = 19,48\text{seg}; T_2 = 164,35\text{seg}$$





PARTE IV

c) NÍVEL DE LÍQUIDO

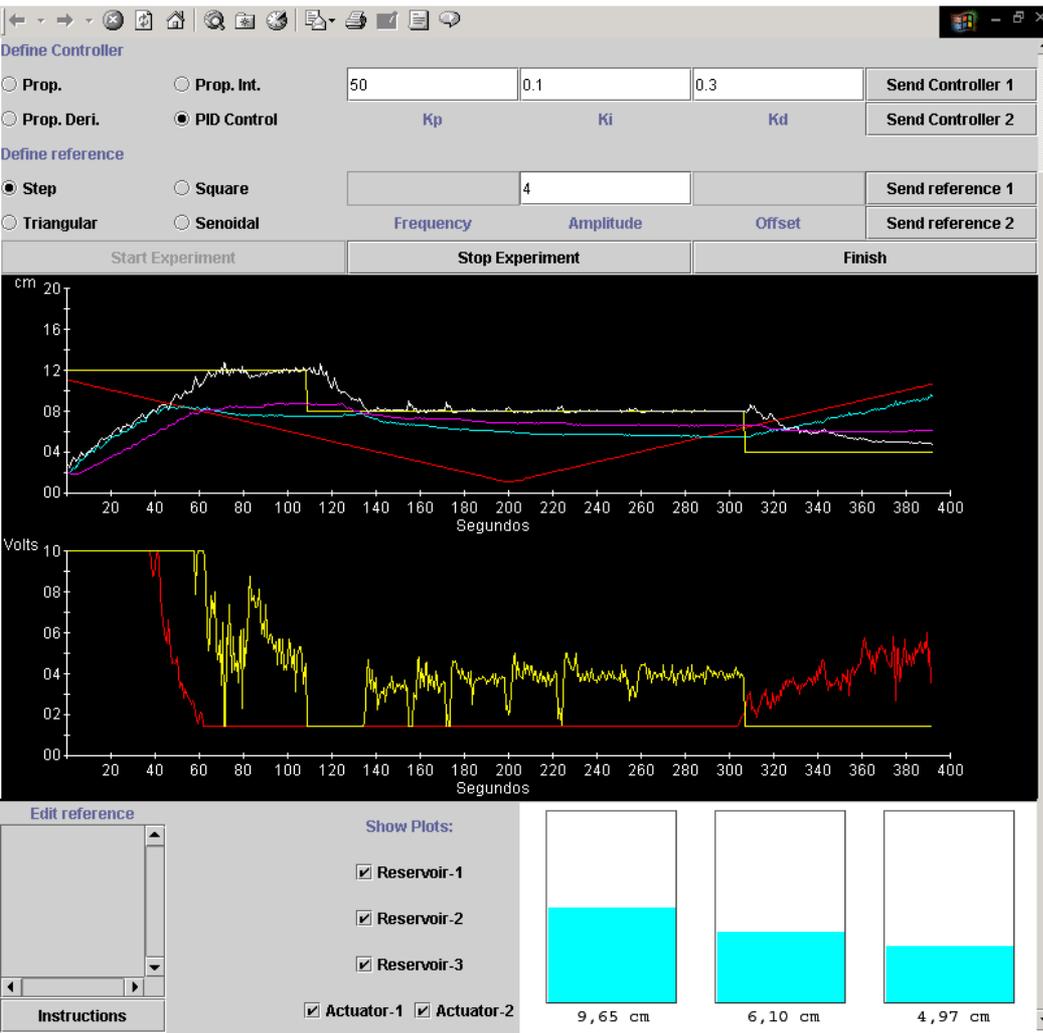
4^a ORDEM



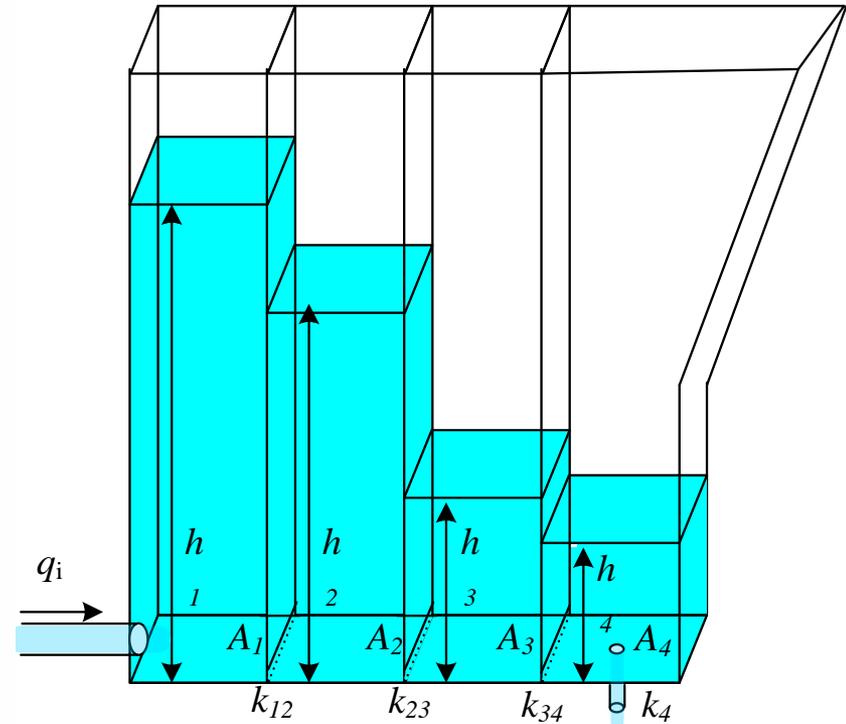
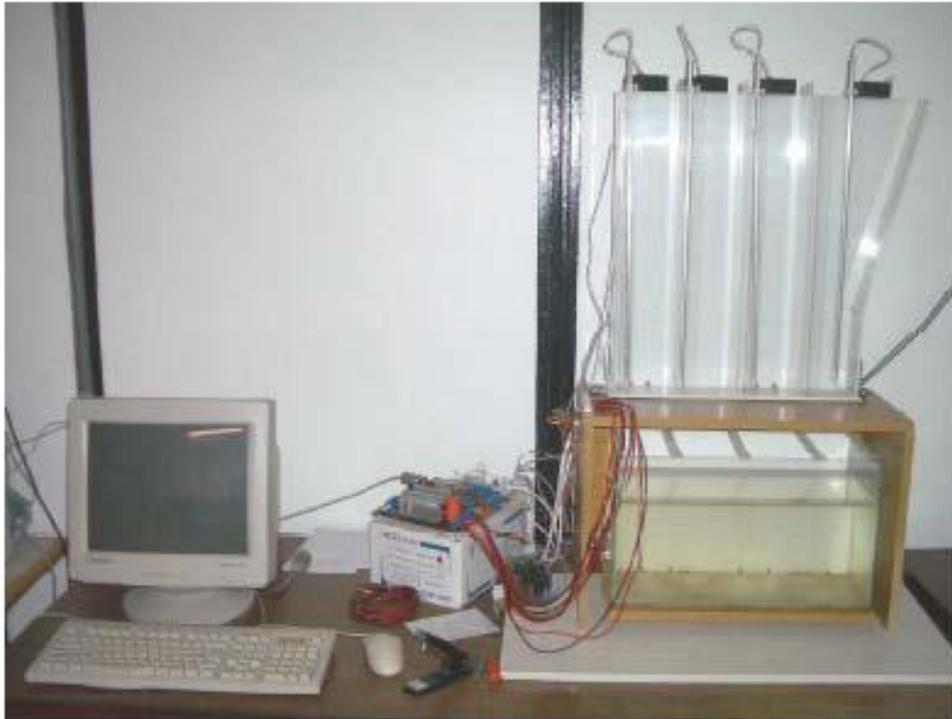
LEARn



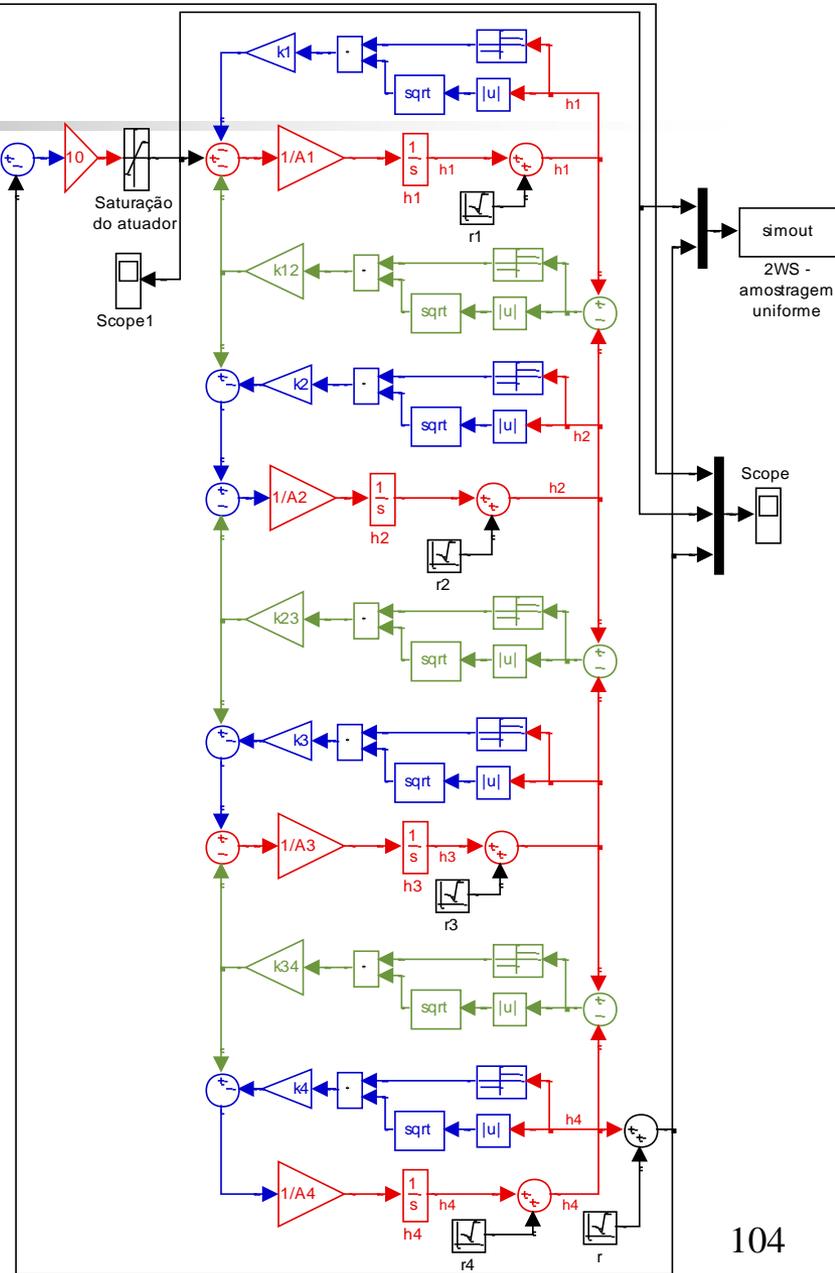
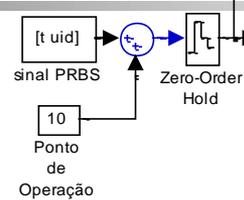
Laboratorio de Ensino de Automação Remoto da UnB



Processo de Nível de Líquido 4ª Ordem



Processo de Nível

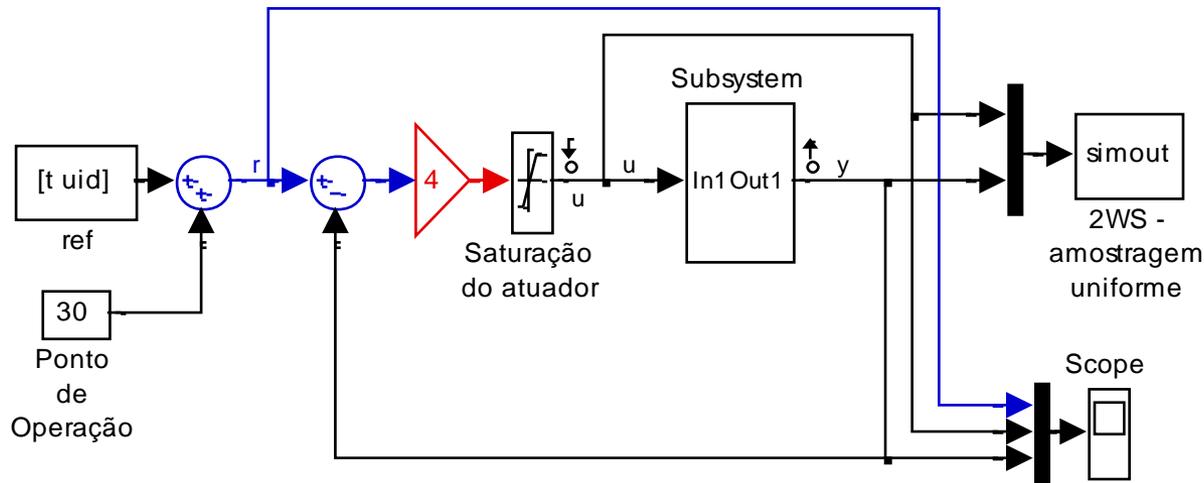


$$\begin{cases}
 A_1 \cdot h_1 &= q_{i1} - k_{12} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot \text{sign}(h_1 - h_2) \\
 A_2 \cdot h_2 &= k_{12} \cdot \sqrt{|h_1 - h_2|} \cdot \text{sign}(h_1 - h_2) \dots \\
 &\quad -k_{o2} \cdot \sqrt{h_2} - k_{23} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot \text{sign}(h_2 - h_3) \\
 A_3 \cdot h_3 &= q_{i2} + k_{23} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot \text{sign}(h_2 - h_3) \dots \\
 &\quad -k_{34} \cdot \sqrt{|h_3 - h_4|} \cdot \text{sign}(h_3 - h_4) \\
 A_4 \cdot h_4 &= k_{34} \cdot \sqrt{|h_3 - h_4|} \cdot \text{sign}(h_3 - h_4) - k_{o4} \cdot \sqrt{h_4}
 \end{cases}$$

Linearização em Ponto de Operação (u, y)

P1: $r = 10$; $h_1=19,1$; $h_2=11,7$; $h_3=7,31$; $h_4=3,87$

P2: $r = 30$; $h_1=84,3$; $h_2=51,9$; $h_3=32,3$; $h_4=17,1$





Linearização em Ponto de Operação (u, y)

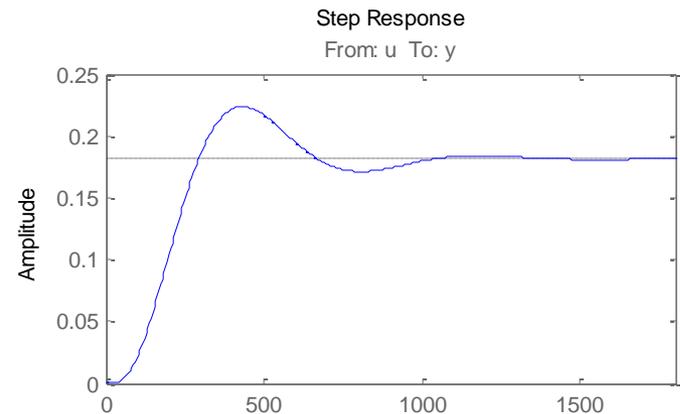
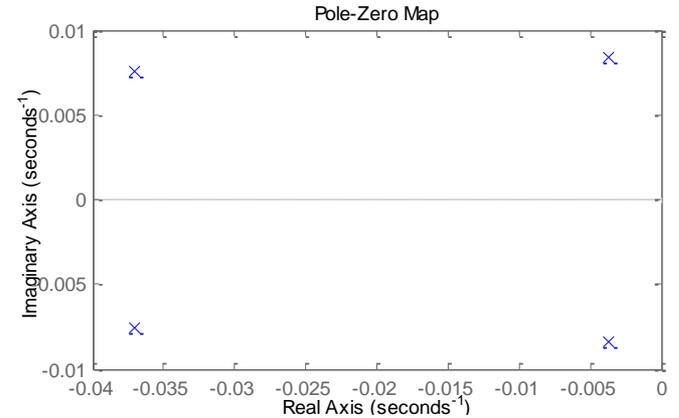
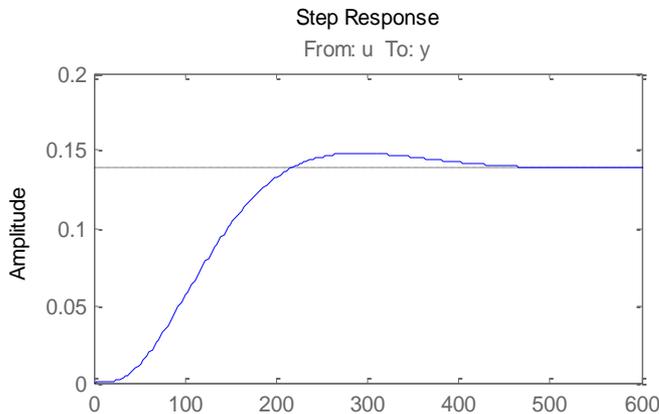
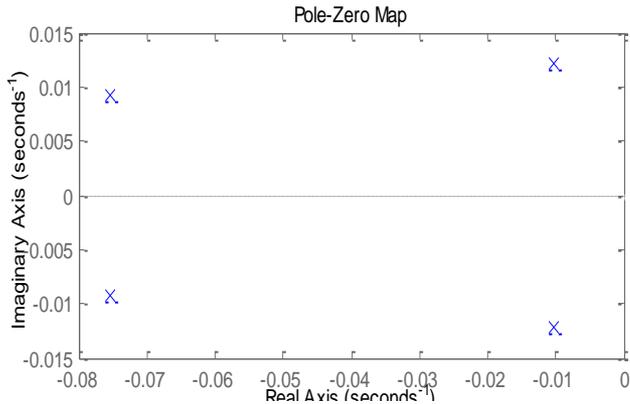


P1: r = 10; h1=19,1; h2=11,7; h3=7,31; h4=3,87

P2: r = 30; h1=84,3; h2=51,9; h3=32,3; h4=17,1

$$P1: \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.0446e-007}{(s^2 + 0.151s + 0.005785)(s^2 + 0.02073s + 0.0002536)}$$

$$P2: \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.1978e-008}{(s^2 + 0.07416s + 0.001432)(s^2 + 0.007496s + 8.453e-005)}$$





Linearização Analítica em P.O.

P1: $r = 10$; $h1=19,1$; $h2=11,7$; $h3=7,31$; $h4=3,87$

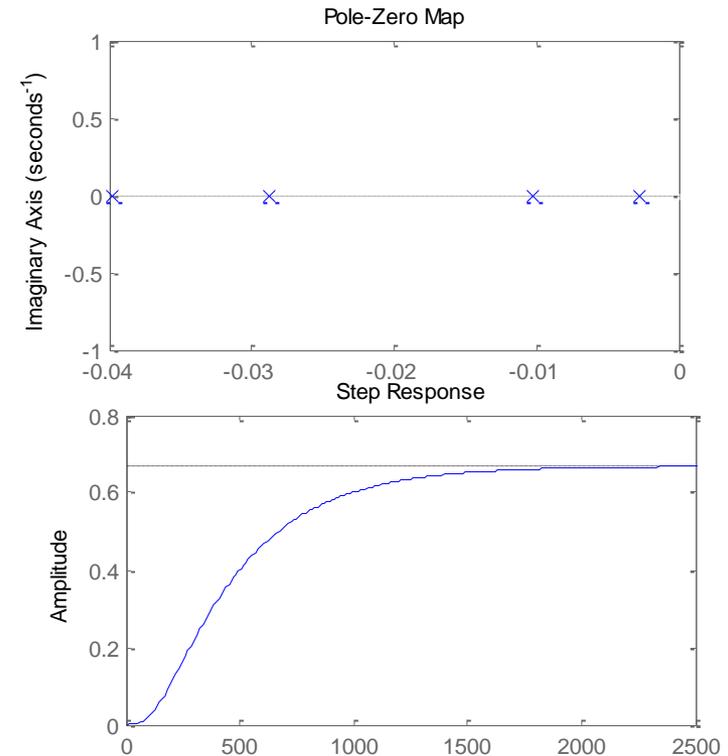
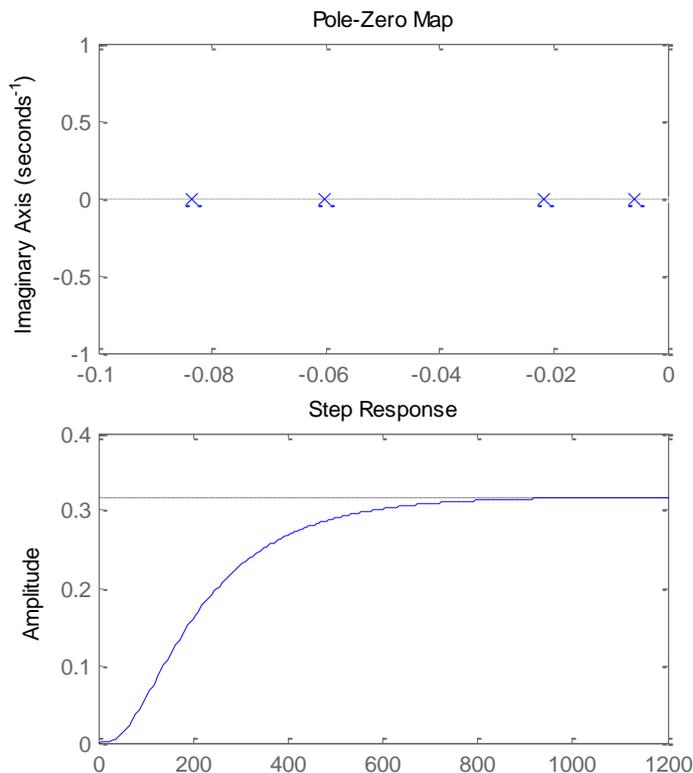
P2: $r = 30$; $h1=84,3$; $h2=51,9$; $h3=32,3$; $h4=17,1$

$2.0448e-007$

$$(s + 0.08362)(s + 0.06036)(s + 0.02168)(s + 0.00588)$$

$2.1982e-008$

$$(s + 0.03976)(s + 0.0287)(s + 0.01031)(s + 0.002796)$$





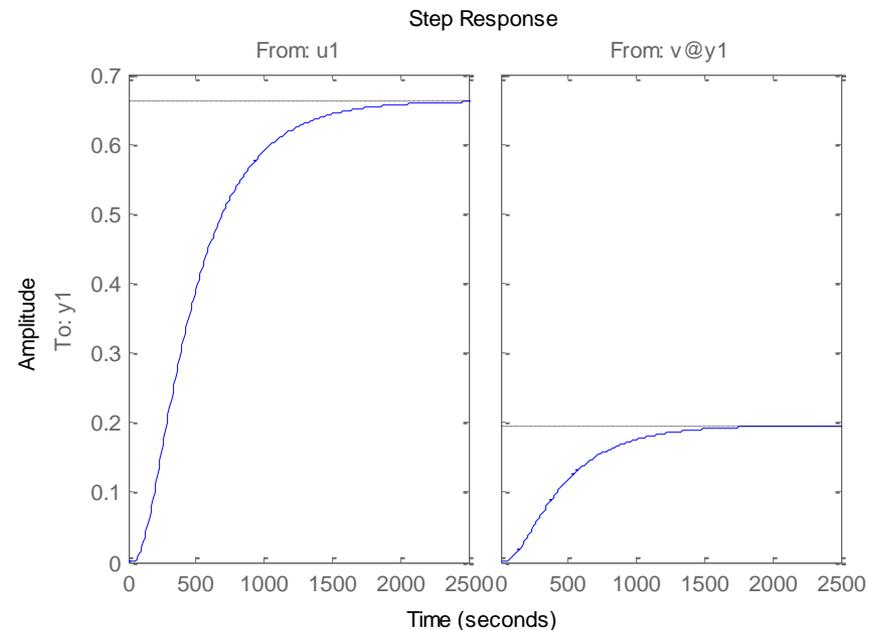
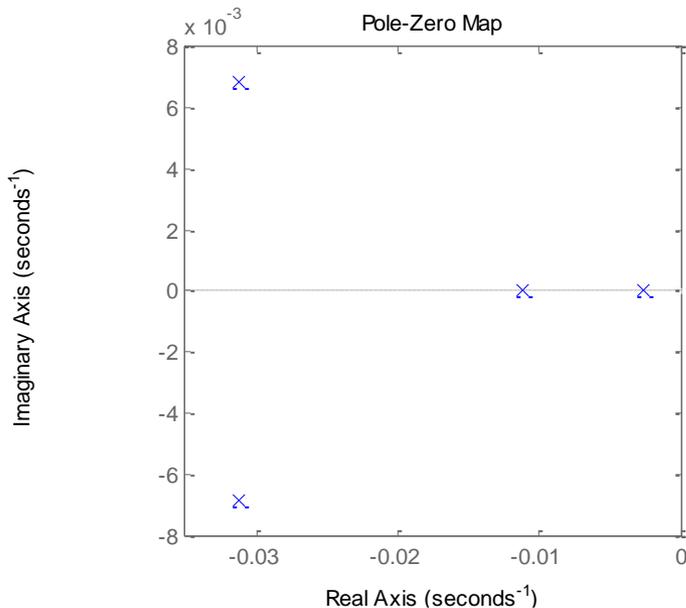
Identificação em P.O. (em Malha Fechada)



```
uid=idinput(10000,'PRBS',[0 0.05],[-1 1])
```

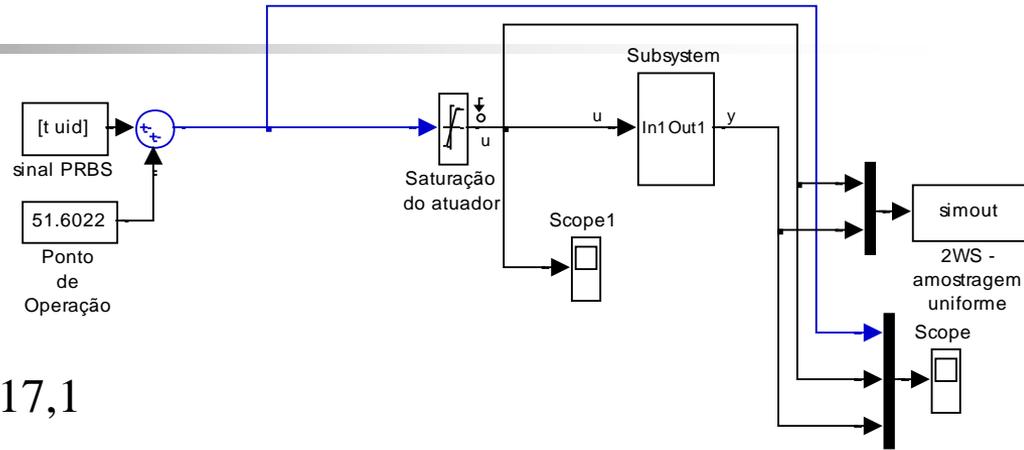
P2: $r = 30$; $h_1=84,3$; $h_2=51,9$; $h_3=32,3$; $h_4=17,1$

$n_4s_4 - \text{Best Fit} = 97,62$ $\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3.6002e-007 (s + 0.2757) (s^2 - 0.5737s + 0.2038)}{(s + 0.01119) (s + 0.002666) (s^2 + 0.06255s + 0.001025)}$





Identificação em P.O. - Malha Aberta

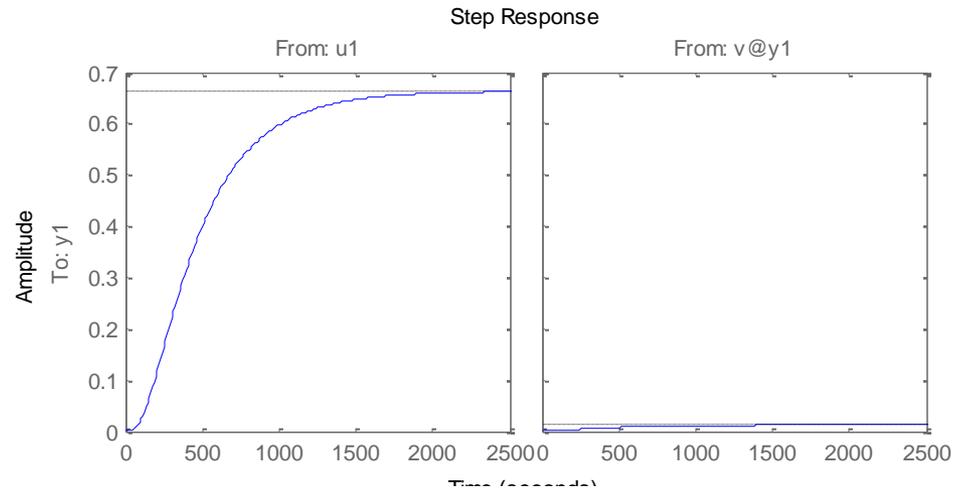
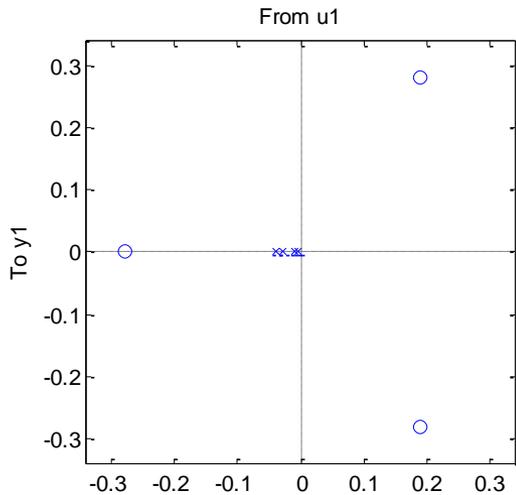


`uid=idinput(10000,'PRBS',[0 0.05],[-1 1])`

P2: $r = 30$; $h1=84,3$; $h2=51,9$; $h3=32,3$; $h4=17,1$

$n4s4 - \text{Best Fit} = 95,63$

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{6.7775e-007 (s + 0.2777) (s^2 - 0.3814s + 0.1151)}{(s + 0.03914) (s + 0.02876) (s + 0.01034) (s + 0.002808)}$$





Identificação P.O.

– Control Design – Linear Analysis



P2: $u = 51.6$; $h1=84,3$; $h2=51,9$; $h3=32,3$; $h4=17,1$

`zpk(Model_sys2)`

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.198e-008}{(s + 0.03972)(s + 0.02881)(s + 0.01032)(s + 0.002809)}$$

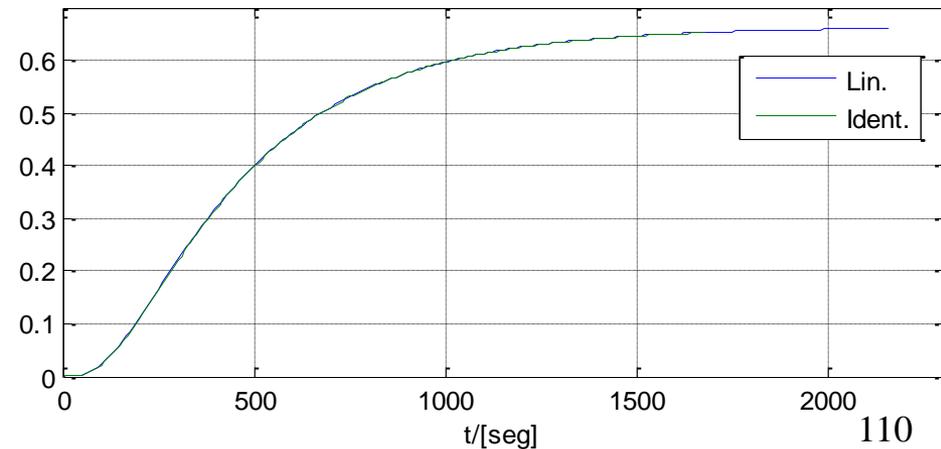
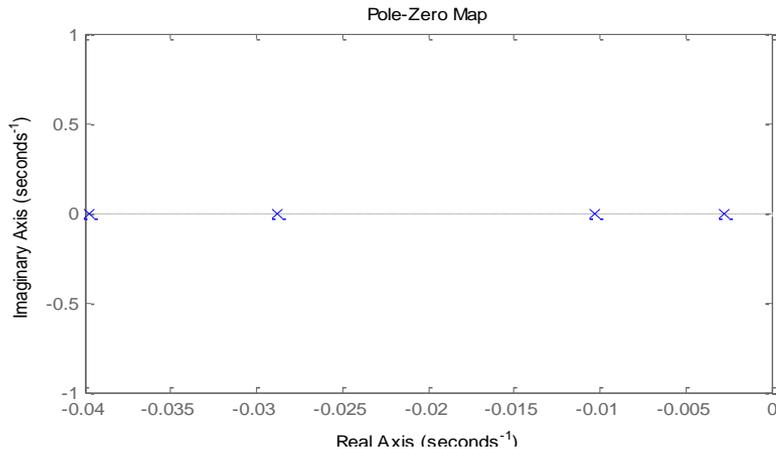
Modelo Analítico:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{2.1982e-008}{(s + 0.03976)(s + 0.0287)(s + 0.01031)(s + 0.002796)}$$

`uid=idinput(10000,'PRBS',[0 0.01],[-1 1]):`

`n4s4: Fit 98.55 zpk(d2c(n4s4))`

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{3.6168e-008 (s + 0.7369) (s^2 - 1.054s + 0.8185)}{(s + 0.03846)(s + 0.002816)(s + 0.01025)(s + 0.02969)}$$





V Conclusões



- Teoria já bem estabelecida
- Dificuldades Práticas
- Principal Ferramenta: MMQ e variantes
- “Arte” na escolha de:
 - ✓ estrutura, taxa de amostragem, algoritmos etc
- Algoritmos Recursivos
- Sistemas não-lineares



Referências

- 1) **Aguirre**, L.A. (2007): Introdução à Identificação de Sistemas, 3a ed, Editora UFMG
- 2) Lennart **Ljung** (1999): System Identification - Theory For the User, 2nd ed, PTR Prentice Hall, Upper Saddle River, N.J.
- 3) **Landau**, I.D; Zito, G. (2006): Digital Control Systems; Design, Identification and Implementation, Springer.
- 4) **Haykin**, S. (2001): Redes Neurais – Princípios e Prática, 2ª Ed., Ed. Bookman
- 5) **Rossiter**, J. A. (2003): Model-based predictive control: a practical approach, CRC press.
- 6) **MatLab** - Control System Toolbox, System Identification Toolbox, Model Predictive Control Toolbox
- 7) www.periodicos.capes.gov.br



FIM



Contato:

Prof. Adolfo Bauchspiess

Tel. +55 61 3107 5571

adolfo AT lara unb br

<http://lara.unb.br/~adolfo>

Endereço:

Sala B1-34/18 (Caixa Postal 04386)

Departamento de Engenharia Elétrica - ENE/FT/UnB

Campus Universitário Darcy Ribeiro - Asa Norte

70904-970 Brasília-DF BRASIL

Página da Disciplina – Identificação de Sistemas Dinâmicos:

http://lara.unb.br/~bauchspiess/index.php?option=com_content&view=article&id=69&Itemid=68