

DESENVOLVIMENTO DE MODELOS DE VOLTERRA USANDO FUNÇÕES DE KAUTZ E SUA APLICAÇÃO À MODELAGEM DE UM SISTEMA DE LEVITAÇÃO MAGNÉTICA

ALEX DA ROSA*, WAGNER C. AMARAL*, RICARDO J. G. B. CAMPELLO†

*DCA/FEEC/UNICAMP, CEP 13083-852, Campinas-SP, Brasil

†COPOP/UNISANTOS, CEP 11070-906, Santos-SP, Brasil

Emails: alex@dca.fee.unicamp.br, wagner@dca.fee.unicamp.br, campello@unisantos.br

Abstract— This work tackles the problem of modeling nonlinear systems using Wiener/Volterra models based on the two-parameter Kautz functions. In principle, a large number of parameters is required to represent the Volterra kernels (generalized impulse responses). This problem can be lessened by describing every kernel using an orthonormal basis of functions, such as the Kautz basis. The resulting model, so-called Wiener/Volterra model, can be truncated into a few number of terms if the Kautz functions are properly designed. In the present paper, the selection of the free-design complex poles that fully parameterize these functions is approached by minimizing an upper bound for the error resulting from the truncation of the kernel expansion into a finite number of functions. If the kernels are not available, they need to be estimated from data measured from the system to be modeled. An iterative algorithm to simultaneously estimate the Volterra kernels and the Kautz poles directly from input-output data is proposed and applied to the modeling of a magnetic levitation system.

Keywords— Nonlinear systems, Volterra series, Kautz functions, Optimization, System identification.

Resumo— Este trabalho estuda o problema de modelagem de sistemas não-lineares usando modelos de Wiener/Volterra baseado nas funções de Kautz. Em princípio, muitos parâmetros são necessários para representar os kernels de Volterra (respostas ao impulso generalizadas). Este problema pode ser contornado ao se descrever cada kernel usando uma base de funções ortonormais, como a base de Kautz. O modelo resultante, conhecido como modelo de Wiener/Volterra, pode ser truncado em um número menor de termos se as funções de Kautz forem projetadas adequadamente. Neste trabalho analisa-se a seleção dos pólos complexos livres que parametrizam essas funções, pela minimização de um limitante superior para o erro que resulta do truncamento da expansão do kernel em um número finito de funções. Se os kernels não estiverem disponíveis, é necessário estimá-los a partir de dados medidos do sistema a ser modelado. Um algoritmo iterativo para estimar simultaneamente os kernels de Volterra e os pólos de Kautz diretamente de dados de entrada-saída é proposto e aplicado para a modelagem de um sistema de levitação magnética.

Keywords— Sistemas não-lineares, Séries de Volterra, Funções de Kautz, Otimização, Identificação de sistemas.

1 Introdução

Modelos discretos de Volterra relacionam a saída $y(k)$ com a entrada $u(k)$ de um processo físico como (Rugh, 1981; Schetzen, 1989):

$$y(k) = \sum_{\eta=1}^{\infty} \sum_{\tau_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{\tau_{\eta}=0}^{\infty} h_{\eta}(\tau_1, \dots, \tau_{\eta}) \prod_{j=1}^{\eta} u(k - \tau_j) \quad (1)$$

onde as funções $h_{\eta}(\tau_1, \dots, \tau_{\eta})$ são os kernels de Volterra de ordem η . A equação (1) é a generalização do modelo de resposta ao impulso (Eykhoff, 1974), tradicionalmente utilizado para análise de sistemas lineares. Os modelos de Volterra possuem a vantagem de permitir estender a sistemas não-lineares conceitos definidos somente para os lineares. A principal desvantagem desses modelos, entretanto, é que eles necessitam de um número considerável de termos para a representação dos kernels de Volterra (Aguirre, 2004). Esta desvantagem é minimizada usando-se um conjunto de funções ortonormais para a representação dos kernels, o que leva aos modelos de Wiener/Volterra (Rugh, 1981).

Modelos de Wiener/Volterra descrevem matematicamente os kernels h_{η} como uma expansão usando uma base de funções ortonormais $\{\psi_n\}$ (Schetzen,

1989):

$$h_{\eta}(k_1, \dots, k_{\eta}) = \sum_{i_1=1}^{\infty} \cdots \sum_{i_{\eta}=1}^{\infty} \alpha_{i_1, \dots, i_{\eta}} \prod_{j=1}^{\eta} \psi_{i_j}(k_j) \quad (2)$$

que assume que os kernels sejam absolutamente somáveis em $[0, \infty)$.

Dada a propriedade de ortonormalidade do conjunto $\{\psi_n\}$, ou seja $\sum_{k=0}^{\infty} \psi_q(k)\psi_r(k) = \delta_{qr}$, onde δ_{qr} é a função delta de Kronecker, os coeficientes $\alpha_{(\cdot)}$ podem ser calculados a partir de (2) como:

$$\alpha_{i_1, \dots, i_{\eta}} = \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_{\eta}=0}^{\infty} h_{\eta}(k_1, \dots, k_{\eta}) \prod_{j=1}^{\eta} \psi_{i_j}(k_j) \quad (3)$$

A idéia do uso de funções ortonormais em modelagem para controle e processamento de sinais é clássica. Uma vantagem é que elas são robustas em implementações numéricas (Wahlberg, 1994). Algumas bases de funções ortonormais amplamente utilizadas na aproximação, modelagem e identificação de sistemas são as funções de Laguerre e de Kautz (Broome, 1965; Wahlberg and Mäkilä, 1996; Tanguy et al., 2002), e as funções ortonormais generalizadas (*Generalized Orthonormal Basis Functions – GOBFs*) (Ninness and Gustafsson, 1997). A base de Laguerre é parametrizada completamente por pólos

reais e representam um caso particular da base de Kautz, que é descrita por um par de pólos complexos conjugados. Esta última, por sua vez, é um caso especial das GOBFs.

O uso de modelos lineares e não-lineares baseados nas funções de Laguerre e de Kautz tem sido difundido em estudos envolvendo identificação e controle de processos dinâmicos (Rugh, 1981; Schetzen, 1989; Oliveira et al., 2000; Doyle III et al., 2002). Muitos problemas de controle podem ser formulados como a otimização de uma certa função de custo sobre uma classe de sistemas estáveis, e as funções ortonormais fornecem boas parametrizações desta classe de sistemas (Wahlberg and Mäkilä, 1996). Dependendo da seleção dos pólos das funções ortonormais, os modelos que utilizam tais funções podem requerer um pequeno número de termos para representar um dado sistema por meio de uma série ortonormal truncada. Uma vez que os pólos daquelas funções são parâmetros livres dentro de uma região de estabilidade, um problema diretamente relacionado é a sua seleção ótima (Silva, 1995).

Um dos primeiros trabalhos que objetivaram resolver o problema de seleção de pólos foi (Clowes, 1965), que abordou a escolha dos pólos de Laguerre na aproximação de sistemas lineares. Um outro trabalho (Masnadi-Shirazi and Ahmed, 1991) investigou a aproximação ótima de uma classe particular de sistemas lineares usando funções de Laguerre. Posteriormente, condições de otimalidade para a determinação dos pólos de Laguerre foram estudadas em (Silva, 1994). Uma solução analítica para a escolha ótima do pólo de Laguerre no caso de sistema estáveis lineares foi obtida minimizando uma função de custo quadrática (Fu and Dumont, 1993; Tanguy et al., 1995). Mais recentemente, esta solução foi estendida para modelos de Volterra de qualquer ordem (Campello et al., 2003; Campello et al., 2004; Campello et al., 2006).

Uma grande vantagem das funções de Laguerre é que elas possuem transformadas que são funções racionais com uma forma repetitiva muito simples (Silva, 1994). Dinâmicas pouco amortecidas, entretanto, são difíceis de aproximar com um pequeno número de funções de Laguerre. Estas funções não são bem apropriadas para descrever sistemas com pólos dominantes esparsos (Wahlberg, 1994). Esta desvantagem aumentou o interesse no estudo das funções de Kautz, introduzidas primeiramente em (Kautz, 1954), e que permitem aproximar melhor os sistemas com comportamento oscilatório (Silva, 1995; Wahlberg, 1994). Uma solução analítica subótima para a seleção dos pólos de Kautz na representação de sistemas lineares discretos é apresentada em (Tanguy et al., 2002). Esta solução foi estendida para modelos de Volterra de qualquer ordem (da Rosa, 2005; da Rosa et al., 2005) e envolve a seleção ótima de um dos parâmetros relacionados com os pólos de Kautz. O presente trabalho estende os resultados apresentados em (da Rosa et al., 2005),

onde a solução proposta para o problema da seleção ótima dos pólos de Kautz depende do conhecimento prévio dos kernels de Volterra. Se esta informação não estiver disponível, os kernels podem ser estimados a partir de dados de entrada/saída medidos do sistema a ser modelado. O presente trabalho propõe um algoritmo para o cálculo simultâneo dos kernels de Volterra e dos correspondentes pólos ótimos de Kautz. Um sistema de levitação magnética com forte comportamento oscilatório é modelado usando este algoritmo.

Este trabalho está organizado como segue. Na próxima seção, as funções de Kautz são apresentadas no contexto dos modelos de Wiener/Volterra. Na Seção 3, o problema de otimização para a seleção dos pólos de Kautz é discutido. Na Seção 4, um sistema dinâmico de levitação magnética é representado usando-se um modelo de Volterra com funções de Kautz. Finalmente, as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2 Expansão de modelos de Volterra usando funções de Kautz

Por razões computacionais, a equação (2) é, na prática, aproximada com um número finito M de funções, como:

$$\tilde{h}_\eta(k_1, \dots, k_\eta) = \sum_{i_1=1}^M \cdots \sum_{i_\eta=1}^M \alpha_{i_1, \dots, i_\eta} \prod_{j=1}^{\eta} \psi_{i_j}(k_j) \quad (4)$$

Se o sinal de entrada $u(k)$ em (1) for limitado, então os kernels de ordem superior podem ser ignorados de forma que o modelo de Volterra resultante seja truncado em uma ordem finita N (Eykhoff, 1974). Além disso, se for assumido que $u(k) = 0$ para $k < 0$, então a equação (1) fica:

$$y(k) = \sum_{\eta=1}^N \left[\sum_{i_1=1}^M \cdots \sum_{i_\eta=1}^M \alpha_{i_1, \dots, i_\eta} \cdot \prod_{j=1}^{\eta} \left(\sum_{\tau_j=0}^k \psi_{i_j}(\tau_j) u(k - \tau_j) \right) \right] \quad (5)$$

Quando o conjunto de funções ortonormais é a base de Laguerre, tais funções podem ser expressas no domínio z como (Wahlberg, 1994):

$$\Phi_n(z) = \sqrt{1 - c^2} \frac{z}{z - c} \left(\frac{1 - cz}{z - c} \right)^{n-1} \quad (6)$$

onde $n = 1, 2, \dots$ e c ($|c| < 1$) é o pólo (real) de Laguerre.

As funções de Kautz, que constituem uma generalização de segunda ordem de (6), são definidas como segue (Wahlberg, 1994):

$$\begin{aligned} \Psi_{2n}(z) &= \frac{\sqrt{(1-c^2)(1-b^2)}}{z^2 + b(c-1)z - c} \left[\frac{-cz^2 + b(c-1)z + 1}{z^2 + b(c-1)z - c} \right]^{n-1} \\ \Psi_{2n-1}(z) &= \frac{\sqrt{1-c^2} z(z-b)}{z^2 + b(c-1)z - c} \left[\frac{-cz^2 + b(c-1)z + 1}{z^2 + b(c-1)z - c} \right]^{n-1} \end{aligned} \quad (7)$$

onde b e c são constantes reais tais que $|b| < 1$ e $|c| < 1$. Estas constantes estão relacionadas com o par de pólos de Kautz $(\beta, \bar{\beta})$ como

$$b = (\beta + \bar{\beta}) / (1 + \beta\bar{\beta}) \quad (8)$$

$$c = -\beta\bar{\beta} \quad (9)$$

A base de Kautz é completa no espaço $\ell^2[0, \infty)$ para $|\beta| < 1$, então qualquer sinal de energia finita (incluindo kernels absolutamente somáveis) pode ser aproximado com uma exatidão pré-determinada fazendo-se o truncamento de uma expansão ortonormal infinita (Wahlberg, 1994; Tanguy et al., 2002).

Na próxima seção, uma solução para o problema da seleção dos pólos de Kautz, baseado na minimização de um limitante superior para o erro de aproximação associado com a expansão truncada do kernel, é apresentada.

3 Seleção dos pólos de Kautz

A seleção ótima dos pólos de Laguerre por meios de uma abordagem analítica foi estudada em trabalhos anteriores (Fu and Dumont, 1993; Tanguy et al., 1995; Campello et al., 2003; Campello et al., 2004; Campello et al., 2006). As funções de Laguerre possuem certas propriedades que tornam este problema mais fácil de se resolver do que quando usa-se funções de Kautz. A solução que será apresentada aqui consiste em adaptar o problema original (Kautz) em um problema transformado (Laguerre), que possui solução conhecida.

As funções de Kautz, definidas na equação (7), dependem de dois parâmetros reais (b e c). A escolha destes parâmetros tem uma influência direta no cálculo dos coeficientes $\alpha_{i_1, \dots, i_\eta}$ em (3). A seleção ótima simultânea de b e c é um problema em aberto. Entretanto, é possível considerar um dos parâmetros como constante a fim de obter a melhor escolha para o outro. Detalhes são dados a seguir.

Sejam ϕ_n ($n = 1, 2, \dots$) as funções de Laguerre no domínio do tempo, ou seja, a transformada Z inversa de (6). Considere também $\alpha_{i_1, \dots, i_\eta}$ os coeficientes da expansão do η -ésimo kernel $h_\eta(k_1, \dots, k_\eta)$ usando funções de Kautz, dados pela equação (3). Defina então as seguintes funções:

$$g_{\text{par}}(k_1, \dots, k_\eta) \triangleq \sum_{i_1=1}^{\infty} \cdots \sum_{i_\eta=1}^{\infty} \alpha_{2i_1, \dots, 2i_\eta} \cdot \prod_{j=1}^{\eta} \phi_{i_j}(k_j) \quad (10)$$

$$g_{\text{impar}}(k_1, \dots, k_\eta) \triangleq \sum_{i_1=1}^{\infty} \cdots \sum_{i_\eta=1}^{\infty} \alpha_{2i_1-1, \dots, 2i_\eta-1} \cdot \prod_{j=1}^{\eta} \phi_{i_j}(k_j) \quad (11)$$

Definindo a norma $\|h_\eta\|$ como

$$\|h_\eta\|^2 = \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_\eta=0}^{\infty} h_\eta^2(k_1, \dots, k_\eta)$$

e usando as equações (2)–(4), bem como a propriedade de ortonormalidade do conjunto $\{\phi_n\}$, demonstra-se em (da Rosa, 2005) que o Erro Quadrático Normalizado (EQN) da aproximação do kernel h_η , definido como $\text{EQN} \triangleq (\|h_\eta - \tilde{h}_\eta\|^2) / \|h_\eta\|^2$, é limitado por:

$$\text{EQN} \leq L(c) \triangleq \frac{2(m_2 c^2 - 2m_1 c + m_3)}{\eta(M+1)\|h_\eta\|^2(1-c^2)} \quad (12)$$

onde M é o número de funções de Kautz usadas na expansão truncada dada pela equação (4), e os termos m_p ($p = 1, 2, 3$) são definidos como:

$$m_1 = \mu_1(g_{\text{par}}) + \mu_1(g_{\text{impar}}) \quad (13)$$

$$m_2 = \mu_2(g_{\text{par}}) + \mu_2(g_{\text{impar}}) \quad (14)$$

$$m_3 = \mu_2(g_{\text{par}}) + \mu_2(g_{\text{impar}}) + \eta\mu_3(g_{\text{par}}) + \eta\mu_3(g_{\text{impar}}) \quad (15)$$

com $g_{\text{par}}(k_1, \dots, k_\eta)$ e $g_{\text{impar}}(k_1, \dots, k_\eta)$ definidos nas equações (10) e (11), respectivamente. Os momentos $\mu_1(x)$, $\mu_2(x)$ e $\mu_3(x)$ são dados pelas seguintes equações:

$$\mu_1(x) = \sum_{l=1}^{\eta} \left[\sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_l=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_\eta=0}^{\infty} k_l \cdot x(k_1, \dots, k_l, \dots, k_\eta) x(k_1, \dots, k_l - 1, \dots, k_\eta) \right] \quad (16)$$

$$\mu_2(x) = \sum_{l=1}^{\eta} \left[\sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_l=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_\eta=0}^{\infty} k_l \cdot x^2(k_1, \dots, k_l, \dots, k_\eta) \right] \quad (17)$$

$$\mu_3(x) = \sum_{k_1=0}^{\infty} \cdots \sum_{k_\eta=0}^{\infty} x^2(k_1, \dots, k_\eta) \quad (18)$$

Uma escolha ótima para o parâmetro c das funções de Kautz pode então ser obtida a partir da solução do seguinte problema de otimização:

$$\min_{|c| < 1} L(c) = \frac{2(m_2 c^2 - 2m_1 c + m_3)}{\eta(M+1)\|h_\eta\|^2(1-c^2)} \quad (19)$$

Sendo $\|h_\eta\|$ uma constante não-nula para um dado sistema, a condição necessária para resolver (19) é $\partial L(c) / \partial c = 0$, que é satisfeita se e somente se

$$m_1 c^2 - (m_2 + m_3)c + m_1 = 0 \quad (20)$$

Então, definindo $\xi \triangleq (m_2 + m_3) / (2m_1)$, a solução de (20) é dada por:

$$c_{\text{otimo}} = \begin{cases} \xi - \sqrt{\xi^2 - 1} & \text{se } \xi > 1 \\ \xi + \sqrt{\xi^2 - 1} & \text{se } \xi < -1 \end{cases} \quad (21)$$

É possível mostrar de maneira formal que a condição $-1 \leq \xi \leq 1$ é infactível, e também que $\partial L(c)/\partial c = 0$ é uma condição necessária e suficiente para resolver o problema (19). Detalhes adicionais podem ser obtidos em (da Rosa, 2005).

A equação (21) representa então uma solução analítica global para a seleção do parâmetro c das funções de Kautz. Ela pode ser usada para minimizar o limitante superior da norma quadrática do erro resultante da expansão truncada dos kernels de Volterra.

4 Estimação dos kernels de Volterra e dos pólos de Kautz

O cálculo dos pólos ótimos de Kautz na expansão dos modelos de Volterra requer um conhecimento prévio sobre os kernels do modelo. Sempre que esta informação não estiver disponível, os kernels precisam ser estimados a partir de dados de entrada/saída medidos do sistema a ser modelado. Um algoritmo que estima simultaneamente os kernels e os correspondentes pólos de Kautz é apresentado a seguir.

4.1 Algoritmo proposto

A idéia central do algoritmo iterativo descrito abaixo consiste em recuperar os kernels de Volterra a partir de estimação numérica via mínimos quadrados dos coeficientes de Kautz, seguidos pelo cálculo dos pólos ótimos de Kautz correspondentes. Este procedimento continua até que a diferença entre kernels em iterações sucessivas seja menor do que um dado limiar, ou que um número máximo de iterações seja excedido.

1. Selecione a ordem N do modelo (5) levando em conta a sua representabilidade e o número de parâmetros. $N = 2$ é usualmente apropriado para sistemas com não-linearidade suave (Billings, 1980).
2. Escolha um truncamento prático para os kernels de Volterra, ou seja, uma constante $\epsilon < \infty$ tal que $h_\eta(k_1, \dots, k_\eta)$ seja assumido nulo para $k_l > \epsilon, \forall l \in \{1, \dots, \eta\}$. Este valor pode ser escolhido baseado no tempo de estabelecimento do sistema.
3. Escolher M , o número de funções de Kautz a serem utilizadas na aproximação do kernel $h_\eta(k_1, \dots, k_\eta)$, levando em conta a precisão do modelo e sua dimensão.
4. Selecione um pólo de Kautz inicial para cada kernel, usualmente no quadrante direito do plano z , onde encontram-se os pólos de qualquer sistema físico discretizado.
5. Estime os coeficientes $\alpha_{(\cdot)}$ em (5) usando dados de entrada/saída disponíveis e um algoritmo de mínimos quadrados.

6. Estime os kernels de Volterra usando a equação aproximada (4) e considere-os como os kernels reais.
7. Para cada kernel: encontre os parâmetros de Kautz b e c que fornecem o menor erro de aproximação do kernel (EQN) variando b sobre o intervalo de factibilidade $] -1, 1[$ e calculando os respectivos valores ótimos para c por meio da equação (21).
8. Parar se um critério de convergência tiver sido atingido. Caso contrário, volte ao passo 5.

O algoritmo apresentado acima foi usado para obter um modelo de Wiener/Volterra de um sistema de levitação magnética cuja descrição é dada abaixo (ECP, 1999).

4.2 Descrição do sistema de levitação magnética

O sistema de levitação magnética considerado aqui, esquematicamente descrito na Figura 1, consiste de uma bobina superior e uma inferior que produzem um campo magnético em resposta a uma corrente DC. Um ou dois discos movimentam-se por uma haste de vidro. Energizando-se a bobina inferior, um disco é levantado por uma força magnética repulsiva. Quando a corrente na bobina aumenta, também aumentam a intensidade do campo e a altura do disco levantado. Para a bobina superior, a força de levitação é atrativa. Dois sensores baseados em laser medem as posições dos discos. A haste é projetada para dar grandes deslocamentos verticais para claramente demonstrar princípios de levitação e controle de movimento (ECP, 1999).

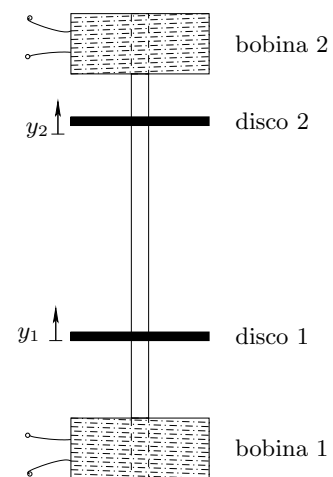


Figura 1: Desenho esquemático do sistema de levitação magnética.

A Seção 4.3 apresenta resultados experimentais obtidos aplicando-se o algoritmo descrito na Seção 4.1 aos dados de entrada/saída medidos de uma planta em laboratório do sistema de levitação magnética descrito acima.

4.3 Resultados de simulação

Os dados experimentais foram adquiridos mantendo-se constante a corrente aplicada à bobina 1 da planta enquanto variava-se a corrente na bobina 2. Considera-se como sinal de entrada u a corrente pela bobina 2, que foi projetada como uma seqüência de degraus com diferentes amplitudes de forma a excitar os diferentes modos do sistema. O sinal de saída medido y foi tomado como a posição do disco 1 (y_1). A não-linearidade entre as variáveis de entrada e saída consideradas é uma relação inversa de quarta potência.

A Figura 2 mostra os dados de entrada e saída disponíveis para a estimação do modelo. Antes da estimação, esses dados foram amostrados usando-se um período de amostragem de 0,017 segundos, e normalizados dentro do intervalo $[-1, 1]$ para evitar problemas numéricos. Um outro conjunto similar mas independente de dados também foi obtido e reservado para posterior validação do modelo.

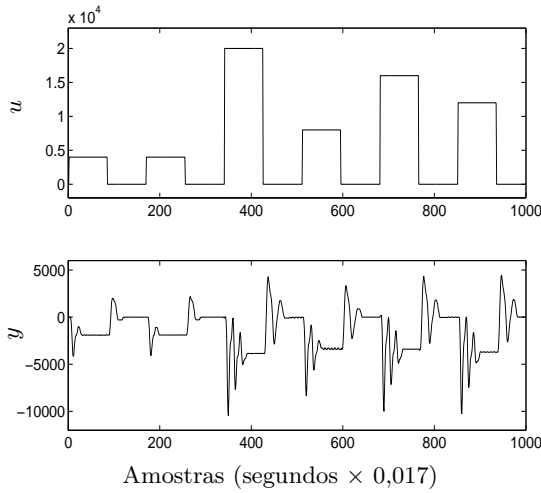


Figura 2: Acima: corrente pela bobina 2 (sinal de entrada u). Abaixo: posição do disco 1 (sinal de saída y)

Objetiva-se obter um modelo que relacione a entrada u e a saída y mostradas na Figura 2 por meios de uma representação de Volterra de segunda ordem ($N = 2$):

$$y(k) = \sum_{\tau_1=0}^{\epsilon} h_1(\tau_1)u(k - \tau_1) + \sum_{\tau_1=0}^{\epsilon} \sum_{\tau_2=0}^{\epsilon} h_2(\tau_1, \tau_2)u(k - \tau_1)u(k - \tau_2) \quad (22)$$

em que os kernels h_1 e h_2 são expandidos usando uma base de Kautz truncada, de acordo com a equação (4).

Baseado no tempo de resposta do sistema, os termos de ordem superior a 50 dos kernels são considerados nulos. Em outras palavras, $\epsilon = 50$ na equação (22), e além disso $M = 6$ funções de Kautz foram utilizadas. Inicializando o algoritmo com os pólos de

Kautz em $0,5 \pm 0,5i$ para os kernels de primeira e segunda ordem, os correspondentes valores iniciais dos parâmetros b e c de acordo com as equações (8) e (9) são $b = 0,66666$ e $c = -0,5$. Após 30 iterações do algoritmo, os valores finais dos parâmetros de Kautz, para ambos os kernels, são aqueles apresentados na Tabela 1. Simulações com diferentes pólos iniciais mostraram resultados semelhantes.

Tabela 1: Valores finais dos parâmetros de Kautz após 30 iterações do algoritmo iterativo: kernels de primeira e segunda ordem.

η	b	c	(β, β)
1	0,90357	-0,68024	$0,75911 \pm 0,32248i$
2	0,92277	-0,69416	$0,78166 \pm 0,28839i$

A equação (22) é então utilizada para simular o sistema. A Figura 3 ilustra a previsão da saída y do sistema com relação a um outro conjunto de dados (dados de validação), juntamente com o valor de saída real (medido). Pode-se notar que o modelo confere à saída do sistema quase perfeitamente.

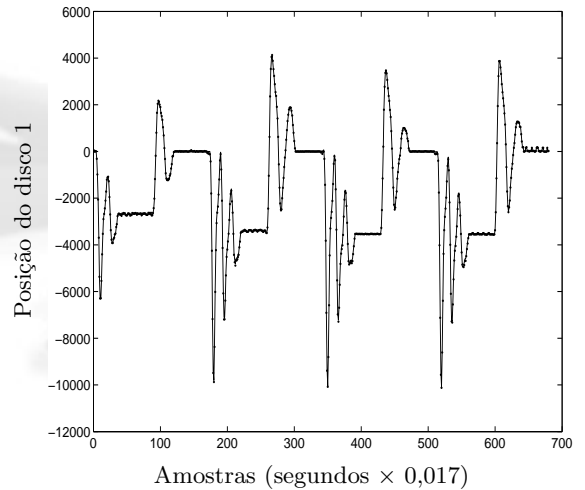


Figura 3: Saídas do sistema (linha sólida) e do modelo (linha pontilhada).

5 Conclusões

Neste trabalho, apresentou-se uma solução analítica para a seleção ótima de um dos parâmetros de Kautz em modelos de Wiener/Volterra. Esta solução é baseada na minimização de um limitante superior do erro resultante da aproximação truncada dos kernels de Volterra usando funções de Kautz. O uso desta solução requer manter constante um dos parâmetros, já que a fórmula para a otimização de ambos ainda não foi estudada. Propôs-se ainda um algoritmo para estimação simultânea dos kernels de Volterra e dos pólos de Kautz a partir de dados medidos do sistema a ser modelado. Este algoritmo foi aplicado com sucesso para a modelagem de um sistema não-linear de levitação magnética. Em trabalhos futuros,

os autores pretendem estudar o problema da escolha simultânea de ambos os parâmetros de Kautz.

Agradecimentos

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

Referências

- Aguirre, L. A. (2004). *Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, Editora da UFMG.
- Billings, S. A. (1980). Identification of nonlinear systems – a survey, *IEE Proc. Part D* **127**(6): 272–285.
- Broome, P. W. (1965). Discrete orthonormal sequences, *Journal of the Association for Computing Machinery* **12**(2): 151–168.
- Campello, R. J. G. B., Favier, G. and Amaral, W. C. (2003). Optimal expansions of discrete-time Volterra models using Laguerre functions, *Proc. 13th IFAC Symposium on System Identification*, Rotterdam, Holanda.
- Campello, R. J. G. B., Favier, G. and Amaral, W. C. (2004). Optimal expansions of discrete-time Volterra models using Laguerre functions, *Automatica* **40**(5): 815–822.
- Campello, R. J. G. B., Favier, G. and Amaral, W. C. (2006). A note on the optimal expansion of Volterra models using Laguerre functions, *Automatica* **42**(4): 689–693.
- Clowes, G. J. (1965). Choice of time-scaling factor for linear system approximation using orthonormal Laguerre functions, *IEEE Transactions on Automatic Control* **10**(4): 487–489.
- da Rosa, A. (2005). *Desenvolvimento de Modelos Discretos de Volterra Usando Funções de Kautz*, Dissertação de Mestrado, Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação da Universidade Estadual de Campinas (FEEC/UNICAMP), Campinas-SP, Brasil.
- da Rosa, A., Amaral, W. C. and Campello, R. J. G. B. (2005). Choice of free parameters in expansions of discrete-time Volterra models using Kautz functions, *Proc. 16th IFAC World Congress*, Praga, Rep. Tcheca.
- Doyle III, F. J., Pearson, R. K. and Ogunnaike, B. A. (2002). *Identification and Control Using Volterra Models*, Springer-Verlag.
- ECP (1999). *Manual for Model 730 – Magnetic Levitation System*, Educational Control Products, California, USA.
- Eykhoff, P. (1974). *System Identification: Parameter and State Estimation*, John Wiley & Sons.
- Fu, Y. and Dumont, G. A. (1993). An optimum time scale for discrete Laguerre network, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(6): 934–938.
- Kautz, W. H. (1954). Transient synthesis in time domains, *IRE Transactions on Circuit Theory* **1**(3): 29–39.
- Masnadi-Shirazi, M. A. and Ahmed, N. (1991). Optimum Laguerre networks for a class of discrete-time systems, *IEEE Transactions on Signal Processing* **39**(9): 2104–2108.
- Ninness, B. and Gustafsson, F. (1997). A unifying construction of orthonormal bases for system identification, *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**(4): 515–521.
- Oliveira, G. H. C., Amaral, W. C., Favier, G. and Dumont, G. (2000). Constrained robust predictive controller for uncertain processes modeled by orthonormal series functions, *Automatica* **36**(4): 563–571.
- Rugh, W. J. (1981). *Nonlinear System Theory – The Volterra/Wiener Approach*, The Johns Hopkins University Press.
- Schetzen, M. (1989). *The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems*, Robert Krieger Publishing Company.
- Silva, T. O. (1994). Optimality conditions for truncated Laguerre networks, *IEEE Transactions on Signal Processing* **42**(9): 2528–2530.
- Silva, T. O. (1995). Optimality conditions for truncated Kautz networks with two periodically repeating complex conjugate poles, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(2): 342–346.
- Tanguy, N., Morvan, R., Vilbé, P. and Calvez, L. C. (1995). Optimum choice of free parameter in orthonormal approximations, *IEEE Transactions on Automatic Control* **40**(10): 1811–1813.
- Tanguy, N., Morvan, R., Vilbé, P. and Calvez, L. C. (2002). Pertinent choice of parameters for discrete Kautz approximation, *IEEE Transactions on Automatic Control* **47**(5): 783–787.
- Wahlberg, B. (1994). System identification using Kautz models, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**(6): 1276–1282.
- Wahlberg, B. and Mäkilä, P. M. (1996). Approximation of stable linear dynamical systems using Laguerre and Kautz functions, *Automatica* **32**(5): 693–708.