Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Prova 1 – 2012/1 (26/04/2012)

Aluno:____

Matrícula: ____

Instruções

- A prova consiste de três questões discursivas
- A prova terá a duração de 2h
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias serão dadas no final da prova.
- Toda resposta deverá está contida nas folhas da prova. Folhas de rascunho serão fornecidas caso necessário, mas não devem ser entregues.
- Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

Questão	Nota
Q1	
Q2	
Q3	
Total	

UnB

departamento de engenharia elétrica

Questão 1 (3 pontos)

Para a transmissão de dados digitais é usual a fragmentação de uma mensagem em diversos pacotes, que, por motivos diversos, podem não chegar todos ao receptor. Este tipo de situação é tratado com um modelo de apagamento, ou seja, além de erro de bit podemos ter o caso de não termos informação nenhuma sobre este bit, caso que chamamos de apagamento (*erasure*). Chamando de A o evento de apagamento, o bit na saída do canal pode ter três valores diferentes, **0**,**1** ou $\boldsymbol{A}$. Sendo b o bit enviado e r o valor recebido, e supondo as seguintes probabilidades:

$$Pr(\mathrm{b}=0)=0{,}3$$
$$Pr(\mathrm{r}=A)=0{,}05$$
$$Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=0)=0{,}01$$
$$Pr(\mathrm{r}=0|\mathrm{b}=1)=0{,}02$$

a) Qual a probabilidade de erro? (0,8)
b) Sabendo que o bit recebido foi 1, qual a probabilidade de ter sido enviado também o bit 1? (0,7)
c) Criamos agora uma variável aleatória $\mathrm{y}=\begin{cases}2r-1, & r=0 \text{ ou } r=1\\ 0, & r=A\end{cases}$. Calcule a média e a variância de y. (0,7)

d) Suponhamos agora que os bits sejam agrupados em pacotes de 1000 bytes e que sejam acrescentados 500 bytes de redundância por meio de um código corretor de erros. O código permite uma detecção correta desde que $f+2e<200$, em que e representa o número de erros e f o número de apagamentos. Qual a probabilidade aproximada de erro na detecção do pacote? (0,8)

a)
$$Pr(\epsilon)=Pr(\mathrm{b}=0)Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=0)+Pr(\mathrm{b}=1)Pr(\mathrm{r}=0|\mathrm{b}=1)$$
$$Pr(\mathrm{b}=1)=1-Pr(\mathrm{b}=0)=0{,}7$$

$$Pr(\epsilon)=(0{,}3)(0{,}01)+(0{,}7)(0{,}02)=0{,}017$$

b)
$$Pr(\mathrm{b}=1|\mathrm{r}=1)=\frac{Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=1)Pr(\mathrm{b}=1)}{Pr(\mathrm{r}=1)}$$
$$Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=1)=1-Pr(\mathrm{r}=0|\mathrm{b}=1)-Pr(\mathrm{r}=A)=0{,}93$$
$$Pr(\mathrm{r}=1)=Pr(\mathrm{b}=0)Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=0)+Pr(\mathrm{b}=1)Pr(\mathrm{r}=1|\mathrm{b}=1)=(0{,}3)(0{,}01)+(0{,}7)(0{,}93)=0{,}654$$
$$Pr(\mathrm{b}=1|\mathrm{r}=1)=\frac{0{,}93(0{,}7)}{0{,}654}=0{,}9954$$

c)
$$Pr(\mathrm{y}=-1)=Pr(\mathrm{r}=0)=Pr(\mathrm{b}=0)Pr(\mathrm{r}=0|\mathrm{b}=0)+Pr(\mathrm{b}=0)Pr(\mathrm{r}=0|\mathrm{b}=1)=0{,}296$$
$$Pr(\mathrm{y}=0)=Pr\,\mathrm{r}=A=0{,}05$$
$$Pr(\mathrm{y}=1)=Pr(\mathrm{r}=1)=0{,}654$$

$$E\{\mathrm{y}\}=\sum_y y\,Pr(\mathrm{y}=y)=-0{,}296+0{,}654=0{,}358$$
$$E\{\mathrm{y}^2\}=\sum_y y^2\,Pr(\mathrm{y}=y)=0{,}296+0{,}654=0{,}950$$
$$\mathrm{var}\{\mathrm{y}\}=E\{\mathrm{y}^2\}-E^2\{\mathrm{y}\}=0{,}822$$

d) podemos criar a variável aleatória $z_i = 1$ se houver um apagamento no *i*-ésimo bit, $z_i = 2$ se houver um erro e $z_i = 0$ se a transmissão for correta.

Desta forma temos que $z = f + 2e = \sum_{i=1}^{N} z_i$.

Queremos saber $Pr(z < 200)$ e podemos usar o teorema do limite central.

z é uma v.a Gaussiana com média $\bar{z} = N\bar{z}_i$ e variância $\sigma_z^2 = N\sigma_{z_i}^2$.

$$\bar{z}_i = 1 \times 0{,}05 + 2 \times 0{,}017 + 0 \times Pr(C) = 0{,}084$$
$$E\{z_i^2\} = 1 \times 0{,}05 + 4 \times 0{,}017 = 0{,}118$$
$$\sigma_{z_i}^2 = E\{z_i^2\} - \bar{z}_i^2 = 0{,}1109$$

N = 1500 (8) = 12000

Portanto
$$\bar{z} = 1008$$
$$\sigma_z^2 = 1331$$

$$Pr(\epsilon) = Pr(z > 200) \approx Q\left(200 - \frac{\bar{z}}{\sigma_z}\right) = Q(-22{,}1) \approx 1$$

Comunicações Digitais
Prof. André Noll Barreto

Questão 2 (3 pontos)

Um processo aleatório tem função de autocorrelação igual a $R_x(\tau)=e^{-a|\tau|}$.

a) Qual a sua potência média? (0,6)

b) Qual a sua densidade espectral de potência?(0,6)

c) Supondo que este sinal seja transmitido por um canal com ruído branco aditivo de densidade espectral de potência $N_0/2$, qual o filtro de recepção ótimo, que maximiza a razão sinal-ruído na saída? Escreva e esboce o filtro tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. (0,6)

d) Qual a RSR na saída do filtro?(0,6)

e) Repita os itens (c) e (d) considerando agora que o ruído tem uma densidade espectral de potência $S_n(f)=\dfrac{N_0}{2+(\beta f)^2}$ (0,6)

Deixe indicado qualquer integral que não tenha solução indicada no final da prova.

a)

$$P=R_x(0)=e^{-a0}=1$$

b)

$$S_x(f)=F\{e^{-a|\tau|}\}=\frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}$$

c)

queremos achar o filtro de Wiener

$$H_w(f)=\frac{S_x(f)}{S_x(f)+S_n(f)}=\frac{\dfrac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}}{\dfrac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}+\dfrac{N_0}{2}}=\frac{2a}{N_0 b}\frac{2b}{b^2+4\pi^2 f^2} \quad ,$$

com $b=\sqrt{\dfrac{4a}{N_0}+a^2}$

Portanto

$$h(t)=\frac{2a}{N_0\beta}e^{-b|t|}$$

d)

$$RSR=\frac{P_y}{P_{n_o}}$$

$$P_y=\int_{-\infty}^{\infty} S_x(f)|H(f)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}\left(\frac{4a}{N_0}\frac{1}{\dfrac{4a}{N_0}+a^2+4\pi^2 f^2}\right)^2 df$$

$$P_{n_o}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}|H(f)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{8a^2}{N_0}\left(\frac{4a}{N_0}\frac{1}{\dfrac{4a}{N_0}+a^2+4\pi^2 f^2}\right)^2 df$$

e)

$$H_w(f)=\frac{\frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}}{\frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}+\frac{N_0}{2+\beta^2 f^2}}=\frac{4a+2a\beta^2 f^2}{4a+a^2 N_0+(2a\beta^2+4\pi^2 N_0) f^2}$$

e

$$h(t)=F^{-1}\{H(f)\}$$

$$RSR=\frac{P_y}{P_{n_o}}$$

$$P_y=\int_{-\infty}^{\infty} S_x(f)|H(f)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}\left(\frac{4a+2a\beta^2 f^2}{4a+a^2 N_0+\left(2a\beta^2+4\pi^2 N_0\right) f^2}\right)^2 df$$

$$P_{n_o}=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2}|H(f)|^2 df=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{N_0}{2+\beta^2 f^2}\left(\frac{4a}{N_0}\frac{1}{\frac{4a}{N_0}+a^2+4\pi^2 f^2}\right) df$$

Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Questão 3 (4 pontos)

Um sistema binário emprega modulação PWM (Pulse Width Modulation), em que os bits são mapeados da seguinte forma:

$$\mathbf{0}: \quad q(t) = A_p \operatorname{rect}\left(\frac{2t}{T_s}\right)$$

$$\mathbf{1}: \quad p(t) = A_p \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$$

a) projete e desenhe o receptor linear ótimo. (1,0)

b) Suponha que o receptor tenha um ruído branco com densidade espectral de potência igual a $\frac{N_0}{2} = -130\,\text{dBm/Hz}$, qual a potência de recepção necessária em dBm para que tenhamos uma probabilidade de erro de bit menor que 10^{-4} para uma taxa de transmissão de 100kbps? (1,0)

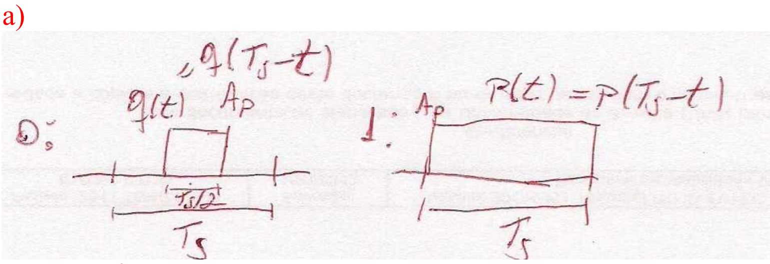
c) Ache um espaço de sinais, ou seja, encontre as funções ortonormais base, que permita a representação destes sinais transmitidos. Escreva os sinais $p(t)$ e $q(t)$ em função deste espaço de sinais e os represente graficamente no plano Euclideano. (1,0)

d)repita os itens (a) e (b) para o seguinte esquema de transmissão: (1,0)

$$\mathbf{0}: \quad q(t) = A_p t \operatorname{rect}\left(\frac{2t}{T_s}\right)$$

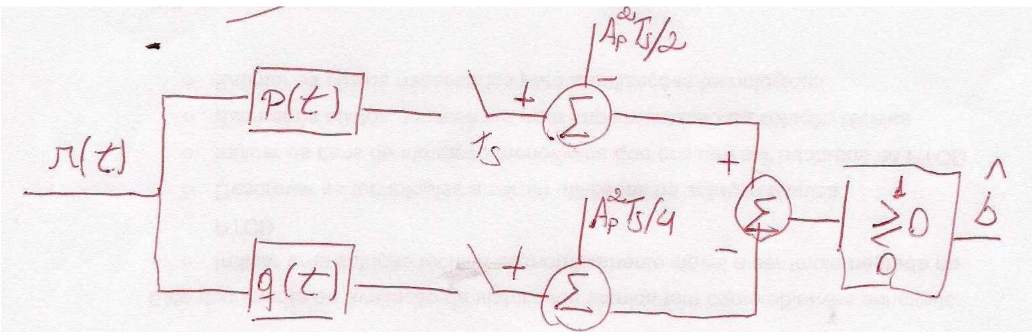
$$\mathbf{1}: \quad p(t) = A_p t \operatorname{rect}\left(\frac{t}{T_s}\right)$$

a)



$$E_p = A_p^2 T_s$$

$$E_q = \frac{A_p^2 T_s}{2}$$



b)

$$P_e = Q\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$E_b = \frac{1}{2}(E_q + E_p) = \frac{3}{4}A_p^2 T_s = \frac{3}{2}E_q = \frac{3}{4}E_p$$

$$E_{pq} = \int_0^{T_s} p(t)q(t)dt = E_q = \frac{A_p^2 T_s}{2}$$

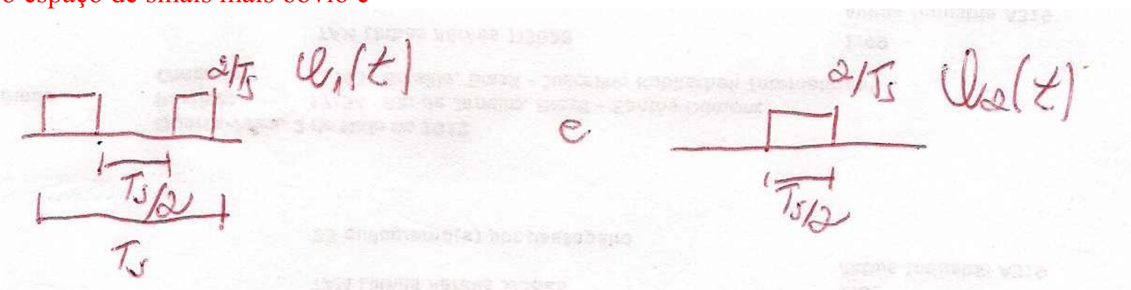
$$\beta^2 = \frac{E_p + E_q - 2E_{pq}}{N_0/2} = \frac{E_p - E_q}{N_0/2} = \frac{2E_q}{N_0} = \frac{4}{3}\frac{E_b}{N_0}$$

$$P_e = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{3N_0}}\right) < 10^{-4} \Rightarrow \sqrt{\frac{E_b}{3N_0}} > 3{,}8 \Rightarrow E_b > (3{,}8)^2(3)N_0$$

$$\frac{N_0}{2} = -130\,\text{dBm/Hz} = 10^{-13}\,\text{mW/Hz} \Rightarrow N_0 = 2\times10^{-13}\,\text{mW/Hz}$$

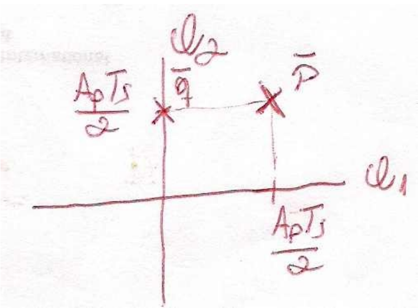
$$P_{Rx} = E_b R_b \geq (3{,}8)^2(3)(2\times10^{-13})(10^5) = 8{,}6\times10^{-7}\,\text{mW} = -60{,}6\,\text{dBm}$$

c)
o espaço de sinais mais óbvio é

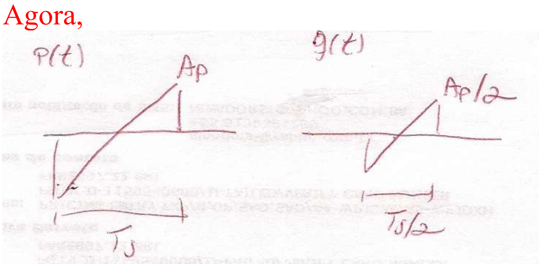


$$p(t) = [\varphi_1(t) + \varphi_2(t)]\frac{A_p T_s}{2}$$

$$q(t) = \varphi_2(t)\frac{A_p T_s}{2}$$



d)
Agora,

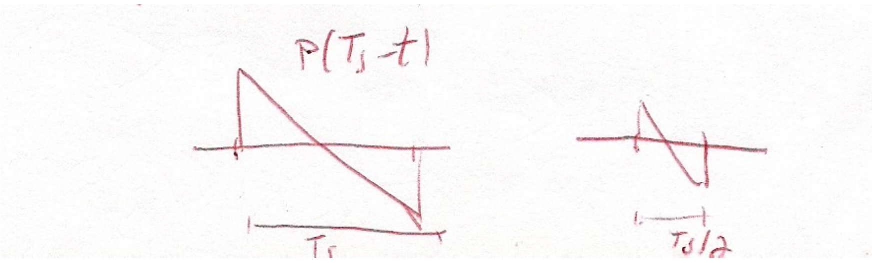


$$E_p=\int_{-T_s/2}^{T_s/2} A_p^2 t^2\, dt=\frac{A_p^2 T_s^2}{12}$$

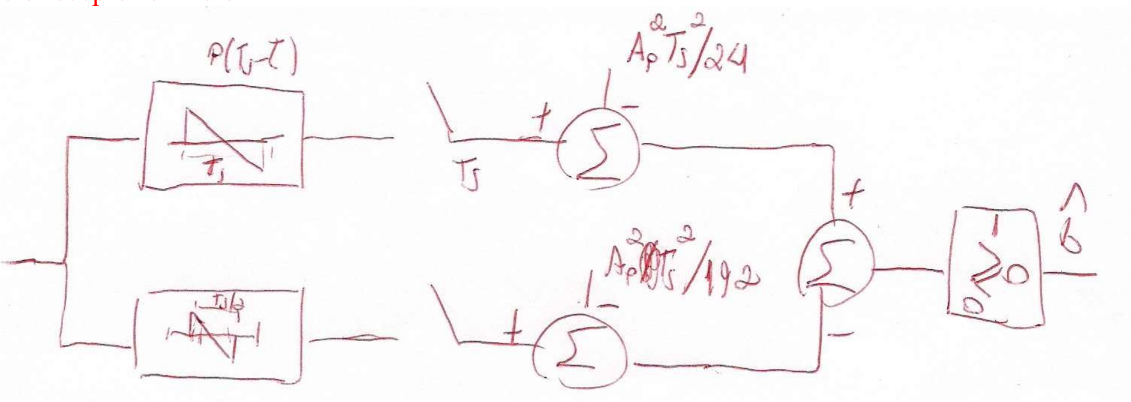
$$E_q=\int_{-T_s/4}^{T_s/4} A_p^2 t^2\, dt=\frac{A_p^2 T_s^2}{96}=E_{pq}$$

$$E_b=\frac{E_p+E_q}{2}=\frac{3A_p^2 T_s^2}{64}$$

Os filtros casados são



e o receptor ótimo é



$$P_e=Q\left(\frac{\beta}{2}\right)$$

$$\beta^2=\frac{E_p+E_q-2E_{pq}}{N_0/2}=\frac{28}{9}\frac{E_b}{N_0}$$

$$E_p=\frac{16}{9}E_b$$

$$E_q=E_{pq}=\frac{2}{9}E_b$$

$$P_e=Q\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{28}{9}\frac{E_b}{N_0}}\right)=Q\left(\sqrt{\frac{7}{9}\frac{E_b}{N_0}}\right)\le 10^{-4}\Rightarrow E_b\ge(3{,}8)^2\left(\frac{9}{7}\right)N_0$$

$$P_{RX}=E_b R_b\ge(3{,}8)^2\left(\frac{9}{7}\right)\left(2\times10^{-13}\right)10^5=3{,}7\times10^{-7}\,\mathrm{mW}=-64{,}3\,\mathrm{dBm}$$

Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Fórmulas Úteis

Identidades Trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$
$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cos\left(x + \tan^{-1}(-b/a)\right)$$

Integrais:

$$\int x\sin ax\, dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$
$$\int x\cos ax\, dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$
$$\int x^2\sin ax\, dx = \frac{1}{a^3}(2ax\sin ax + 2\cos ax - a^2x^2\cos ax)$$
$$\int x^2\cos ax\, dx = \frac{1}{a^3}(2ax\cos ax - 2\sin ax + a^2x^2\sin ax)$$
$$\int x e^{ax}\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$$
$$\int x^2 e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a^3}(a^2x^2 - 2ax + 2)$$
$$\int \frac{1}{x^2+a^2}\, dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$
$$\int \frac{x}{x^2+a^2}\, dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2)$$
$$\int \frac{x}{a^4+x^4}\, dx = \frac{1}{2a^2}\tan^{-1}\frac{x^2}{a^2}$$

Funções Importantes:

$$\mathrm{rect}(t) = \begin{cases} 1 & , |t| < 1/2 \\ 1/2 & , |t| = 1/2 \\ 0 & , |t| > 1/2 \end{cases}$$
$$\Delta(t) = \mathrm{rect}(t)\left(1 - 2|t|\right)$$

UnB

departamento de engenharia elétrica

Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Tabela de Transformadas de Fourier:

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{j2\pi f t}df \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad G(f)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi f t}dt$$

$$\delta(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad 1$$

$$1 \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \delta(f)$$

$$t^n e^{-at}u(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{n!}{(a+j2\pi f)^{n+1}}$$

$$e^{-a|t|} \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}$$

$$e^{j2\pi f_0 t} \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \delta(f-f_0)$$

$$\cos(2\pi f_0 t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)\right]$$

$$\sin(2\pi f_0 t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)\right]$$

$$u(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{j2\pi f}$$

$$\operatorname{sgn} t \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{j\pi f}$$

$$\operatorname{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad |\tau|\operatorname{sinc}(\pi f \tau)$$

$$\operatorname{sinc}(2\pi B t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{|2B|}\operatorname{rect}(f/2B)$$

$$\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{\tau}{2}\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi f \tau}{2}\right)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T}\right)$$

$$k_1 g_1(t)+k_2 g_2(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad k_1 G_1(f)+k_2 G_2(f)$$

$$G(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad g(-f)$$

$$g(at) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{1}{|a|}G\left(\frac{f}{a}\right)$$

$$g(t-t_0) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad G(f)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$g(t)e^{j2\pi f_0 t} \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad G(f-f_0)$$

$$g_1(t)*g_2(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad G_1(f)G_2(f)$$

$$g_1(t)g_2(t) \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad G_1(f)*G_2(f)$$

$$\frac{d^n g(t)}{dt^n} \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad (j2\pi f)^n G(f)$$

$$\int_{-\infty}^{t} g(x)dx \quad \overset{F}{\Leftrightarrow} \quad \frac{G(f)}{j2\pi f}+\frac{1}{2}G(0)\delta(f)$$

Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Probabilidade

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A|B)\,P(B)}{P(A)}$$

eventos são independentes se $P(B|A)=P(B)$.

se $A_i\,,\ 1\leq i\leq N$ são eventos disjuntos e $\cup_{i=1}^{N}A_i=S \Rightarrow P(B)=\sum_{i=1}^{N}P(B|A_i)P(A_i)$

Variáveis Aleatórias

$$P_{\mathrm{y}}(y)=\sum_i P_{\mathrm{x,y}}(x_i,y)$$

CDF $F_{\mathrm{X}}(x)=Pr(\mathrm{x}\leq x)$ PDF $p_{\mathrm{x}}(x)=\frac{d\,F_{\mathrm{x}}(x)}{dx}$

v.a exponencial $p_{\mathrm{x}}(x)=\lambda e^{-\lambda x}u(x)$ v.a. Gaussiana $p_{\mathrm{x}}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2}$

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty}e^{-x^2/2}dx$$

$$E\{f(\mathrm{x})\}=\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\,p_{\mathrm{x}}(x)\,dx \qquad p_{\mathrm{x}}(x)=\int_{-\infty}^{\infty}p_{\mathrm{x,y}}(x,y)\,dy$$

Teorema Central do Limite $\mathrm{y}_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{x}_i-\mu}{\sigma}\rightarrow Normal(0,1)$

Desigualdade de Chebyshev $Pr(|x-\bar{x}|\leq k\sigma)\geq 1-\frac{1}{k^2}$

Correlação $\sigma_{\mathrm{xy}}=E\{(x-\bar{x})(y-\bar{y})\}$ Coeficiente de correlação $\rho_{\mathrm{xy}}=\frac{\sigma_{\mathrm{xy}}}{\sigma_{\mathrm{y}}\sigma_{\mathrm{y}}}$

Estimação LMS

$\hat{\mathrm{x}}_0=\sum_{i=1}^{n}a_i\mathrm{x}_i$ com $\begin{bmatrix}a_1\\a_2\\\vdots\\a_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}R_{11}&R_{12}&\cdots&R_{1n}\\R_{21}&R_{22}&\cdots&R_{2n}\\\cdots&\cdots&\cdots&\cdots\\R_{n1}&\cdots&\cdots&R_{nn}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}R_{01}\\R_{02}\\\vdots\\R_{0n}\end{bmatrix}$, e $R_{ij}=E\{\mathrm{x_i x_j}\}$

$$E\{\epsilon^2\}=R_{00}-(a_1R_{01}+a_2R_{02}+\cdots+a_nR_{0n})$$

Processos Estocásticos

$$R_{\mathrm{x}}(\tau)=E\{\mathrm{x}(t)\mathrm{x}(t+\tau)\} \qquad S_{\mathrm{x}}(f)=F_{\tau}\{R_{\mathrm{x}}(\tau)\}$$

$\mathrm{y}(t)=\mathrm{x}(t)*h(t)\Rightarrow S_{\mathrm{y}}(f)=|H(f)|^2S_{\mathrm{x}}(f)$ e $\bar{\mathrm{y}}=H(0)\bar{\mathrm{x}}$

$$R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=E\{\mathrm{x}(t)\mathrm{y}(t+\tau)\}$$

x e y são descorrelatados se $R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=\bar{\mathrm{x}}\,\bar{\mathrm{y}}$ e são ortogonais se $R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=0$

Filtro de Wiener

$$H_{opt}(f)=\frac{S_{\mathrm{m}}(f)}{S_{\mathrm{m}}(f)+S_{\mathrm{n}}(f)}$$

Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Transmissão Digital

filtro de recepção ótimo $H(f) = k\dfrac{P(-f)e^{-j2\pi f T_m}}{S_n(f)}$

$P_e = Q\left(\dfrac{\beta}{2}\right)$, $\beta^2 = \dfrac{E_p + E_q - 2E_{pq}}{N_0/2}$, com $E_{pq} = \int_0^{T_m} p(t)q(t)dt$

banda de transmissão com pulsos de Nyquist $B = (1+r)R_s$

Função Q

z	$Q(z)$	z	$Q(z)$
0.0	0.50000	2.0	0.02275
0.1	0.46017	2.1	0.01786
0.2	0.42074	2.2	0.01390
0.3	0.38209	2.3	0.01072
0.4	0.34458	2.4	0.00820
0.5	0.30854	2.5	0.00621
0.6	0.27425	2.6	0.00466
0.7	0.24196	2.7	0.00347
0.8	0.21186	2.8	0.00256
0.9	0.18406	2.9	0.00187
1.0	0.15866	3.0	0.00135
1.1	0.13567	3.1	0.00097
1.2	0.11507	3.2	0.00069
1.3	0.09680	3.3	0.00048
1.4	0.08076	3.4	0.00034
1.5	0.06681	3.5	0.00023
1.6	0.05480	3.6	0.00016
1.7	0.04457	3.7	0.00011
1.8	0.03593	3.8	0.00007
1.9	0.02872	3.9	0.00005

UnB

departamento de engenharia elétrica