# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Prova 1 – 2012/2 (11/12/2012)

Aluno:____________________________________________

Matrícula: _________________________________________

## Instruções

- A prova consiste de quatro questões discursivas
- A prova terá a duração de 3h
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias serão dadas no final da prova.
- Toda resposta deverá está contida nas folhas da prova. Folhas de rascunho serão fornecidas caso necessário, mas não devem ser entregues.
- Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

| **Questão** | **Nota** |
|---|---|
| Q1 | |
| Q2 | |
| Q3 | |
| Q4 | |
| | |
| **Total** | |

UnB

departamento de engenharia elétrica

## Questão 1 (2,5 pontos)

Em um canal de comunicações é enviado um símbolo x aleatório com função densidade de probabilidade uniforme entre o intervalo 0 e 1. Em dois receptores diferentes são recebidos o sinais

$y_1 = -x + n_1,$

$y_2 = 2\,x + n_2,$

em que $n_1$ e $n_2$ são componentes de ruído gaussiano independentes com média 0 e variância $\sigma_1^2 = 0{,}2$ e $\sigma_2^2 = 0{,}1$.

a) Qual o coeficiente de correlação entre os sinais recebidos $y_1$ e $y_2$?

b) Qual o estimador LMS do sinal x baseado nos sinais recebidos $y_1$ e $y_2$? Qual o erro quadrático médio?

a)

$$\bar{x} = \int_0^1 x\,dx = \frac{1}{2}$$

$$E\{x^2\} = \int_0^1 x^2 dx = \frac{1}{3}$$

$$\sigma_x^2 = E\{x^2\} - \bar{x}^2 = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$\bar{y}_1 = -\bar{x} + \bar{n}_1 = -\frac{1}{2}, \qquad \bar{y}_2 = 2\,\bar{x} + \bar{n}_2 = 1$$

$$\sigma_{y_1}^2 = \sigma_x^2 + \sigma_1^2 = \frac{17}{60}$$

$$\sigma_{y_2}^2 = 4\,\sigma_x^2 + \sigma_2^2 = \frac{26}{60}$$

sabendo que os ruídos são independentes e têm média nula

$$\sigma_{y_1 y_2} = E\{(y_1 - \bar{y}_1)(y_2 - \bar{y}_2)\} = E\{y_1 y_2\} - \bar{y}_1 \bar{y}_2 = -2\,E\{x^2\} + \frac{1}{2} = -\frac{2}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \quad ,$$

e portanto

$$\rho_{y_1 y_2} = \frac{\sigma_{y_1 y_2}}{\sigma_{y_1} \sigma_{y_2}} = \frac{\frac{-1}{6}}{\sqrt{\frac{17}{60}\frac{26}{60}}} = -0{,}8771$$

b) o estimador LMS pressupõe um sinal com média 0. Podemos então considerar $y_1' = y_1 - \bar{y}_1$ , $y_2' = y_2 - \bar{y}_2$ e $x' = x - \bar{x}$ . Queremos achar

$$\hat{x}' = a_1 y_1' + a_2 y_2' \quad \text{com} \quad \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} R_{01} \\ R_{02} \end{bmatrix} \text{, em que}$$

$$R_{11} = E\{\bar{y}_1'^2\} = E\{(y_1 - \bar{y}_1)^2\} = \frac{17}{60} \qquad R_{22} = E\{\bar{y}_2'^2\} = E\{(y_2 - \bar{y}_2)^2\} = \frac{26}{60}$$

$$R_{12} = R_{21} = E\{\bar{y}_1' \bar{y}_2'\} = E\{(y_1 - \bar{y}_1)(y_2 - \bar{y}_2)\} = -\frac{1}{6}$$

$$R_{01}=E\{\bar{x}'\bar{y}_1'\}=E\{(x-\bar{x})(y_1-\bar{y}_1)\}=E\{xy_1\}-\bar{x}\,\bar{y}_1=-\sigma_x^2=-\frac{1}{12}$$

$$R_{02}=E\{xy_2\}-\bar{x}\,\bar{y}_2=2\sigma_x^2=\frac{1}{6}$$

ou seja

$$\begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \frac{17}{60} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{6} & \frac{26}{60} \end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} -\frac{1}{12} \\ \frac{1}{6} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -0{,}0877 \\ 0{,}3509 \end{bmatrix}$$

Sabendo que $R_{00}=E\{\bar{x}'^2\}=E\{(x-\bar{x})^2\}=\frac{1}{12}$

$$E\{\epsilon^2\}=R_{00}-(a_1R_{01}+a_2R_{02}+\cdots+a_nR_{0n})=0{,}01754$$

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Questão 2 (2,5 pontos)

Um sistema de comunicações emprega modulação on-off com detecção de energia (atenção, o receptor não é como o como visto em aula). Ou seja, para um bit igual a 1, é enviado um pulso $p(t) = p'(t)\cos(2\pi f_c t)$ com energia $E_p$, em que $p'(t)$ é um pulso retangular com duração $T_s$, e não é enviado nada casa seja um bit igual a 0. O sinal tem uma banda com largura $B \approx \frac{2}{T_s}$ e no receptor é adicionado ruído branco Gaussiano com densidade espectral de potência $N_0/2$. O sinal recebido é passado por um filtro ideal com largura de banda igual à largura de banda do sinal e no detector é calculada a energia do sinal.

Qual a probabilidade de erro de bit neste esquema de modulação, em termos da razão Eb/N0 e do limiar $\lambda$ de decisão escolhido?

Dicas: no caso do bit 0 enviado, na recepção só temos ruído Gaussiano complexo, com potência e variância $\sigma^2$. Consequentemente, a amplitude do ruído segue uma distribuição de Rayleigh, e a potência instantânea do ruído $|n|^2$ segue uma distribuição exponencial. No caso do bit 1 enviado a amplitude do sinal mais ruído segue uma distribuição de Rice, que pode ser aproximada por uma distribuição Gaussiana com média $\mu$ e variância $(\sigma^2/2)$, em que $\mu$ é o valor do sinal recebido sem ruído.

O sinal recebido com ruído é dado por $r(t) = s(t) + n(t)$ , e na decisão temos $y = \int_{T_s} r^2(t)\,dt = \int_{T_s} (s(t) + n(t))^2\,dt$ .

Caso seja enviado um bit 0 $s(t) = 0 \Rightarrow y = \int_{T_s} n^2(t)\,dt$ . Sabemos que $E\{y\} = E\left\{\int_{T_s} n^2(t)\,dt\right\} = \int_{T_s} E\{n^2(t)\}\,dt$ , e que $E\{n^2(t)\} = N_0 B$ , portanto $E\{y\} = N_0 B T_s = 2N_0$ . Podemos supor ainda que y segue também uma distribuição exponencial.

A decisão será feita pelo bit 0 caso y esteja baixo de um limiar $\lambda$. Portanto, teremos portanto caso seja enviado um bit 0 uma probabilidade de erro igual a:

$$Pr(\epsilon|b=0) = \int_{\lambda}^{\infty} \frac{1}{2N_0} e^{-\frac{x}{2N_0}}\,dx = e^{-\frac{\lambda}{2N_0}}$$

Para o bit 1, a amplitude segue uma distribuição Gaussiana, com média $\mu = E_p = 2E_b$ e variância igual a $\frac{\sigma^2}{2} = N_0$ (metade da variância só do ruído). Como a amplitude é a raiz da potência, e o limiar é em torno da potência, ocorrerá um erro se a amplitude do sinal recebido estiver abaixo de $\sqrt{\lambda}$ , portanto

$$Pr(\epsilon|b=1) = Q\left(\frac{2E_b - \sqrt{\lambda}}{\sqrt{N_0}}\right) .$$

UnB

departamento de engenharia elétrica

## Questão 3 (2,5 pontos)

Um sistema de transmissão binário utiliza pulsos de formatos diferentes para representar os bits 0 e 1. O bit 0 é enviado com um pulso retangular de largura $T_s$ e amplitude $A_0$, enquanto o bit 1 é enviado com um pulso triangular de amplitude de largura $T_s$ e amplitude $A_1$.

a) Esboce o receptor linear ótimo, incluindo o filtro de recepção ótimo e o limiar de decisão.

b) Qual a probabilidade de erro de bit em função da razão Eb/N0? Qual a relação entre $A_1$ e $A_0$ ótima?

c) Supondo a recepção de um sinal com potência 1mW e uma taxa de transmissão de 100kbps, qual a densidade espectral de potência do ruído N0/2 máxima, de modo que a probabilidade de erro seja menor que $10^{-5}$?

a)

$$p(t)=kA_0\Delta\left(\frac{t}{T_s}-\frac{1}{2}\right) \qquad q(t)=A_0\operatorname{rect}\left(\frac{t}{T_s}-\frac{1}{2}\right)$$

Temos que

$$h(t)=p(T_s-t)-q(T_s-t)=kA_0\Delta\left(\frac{1}{2}-\frac{t}{T_s}\right)-A_0\operatorname{rect}\left(\frac{1}{2}-\frac{t}{T_s}\right) .$$

A energia do pulso $p(t)$ é dada por

$$E_p=2\int_0^{\frac{T_s}{2}}\left(2t\frac{kA_0}{T_s}\right)^2 dt=\frac{k^2A_0^2T_s}{3}$$

A energia do pulso q(t) é dada por

$E_q=\int_0^{T_s}A_0^2dt=A_0^2T_s$ . Sendo assim, o limiar é dado por

$$\lambda=\frac{E_p+E_q}{2}=\frac{(3+k^2)}{6}A_0^2T_s .$$

b)

$$E_{pq}=\int_0^{T_s}p(t)q(t)dt=\int_0^{T_s}kA_0^2\Delta\left(\frac{t}{T_s}-\frac{1}{2}\right)dt=\frac{kA_0^2T_s}{2} .$$

Portanto

$$\beta^2=\frac{\left(\frac{k^2}{3}+1-k\right)A_0^2T_s}{N_0/2} .$$

Queremos maximizar $\beta^2$, que tem um mínimo em $k = 3/2$. A função é maximizada tanto para $k = 0$, quanto para $k \to$ infinito, casos extremos em que temos um sistema on-off, cuja probabilidade de erro é igual a $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

c) Queremos $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)\le 10^{-5}\Rightarrow\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\ge 4{,}3$ . Sabemos também que

$E_b=\frac{P}{R_b}=\frac{10^{-3}}{10^5}=10^{-8}\text{J}$ . Portanto

$$\frac{N_0}{2}\le\frac{1}{2}\frac{E_b}{4{,}3^2}=2{,}7\times10^{-10}\ \text{W/Hz}$$

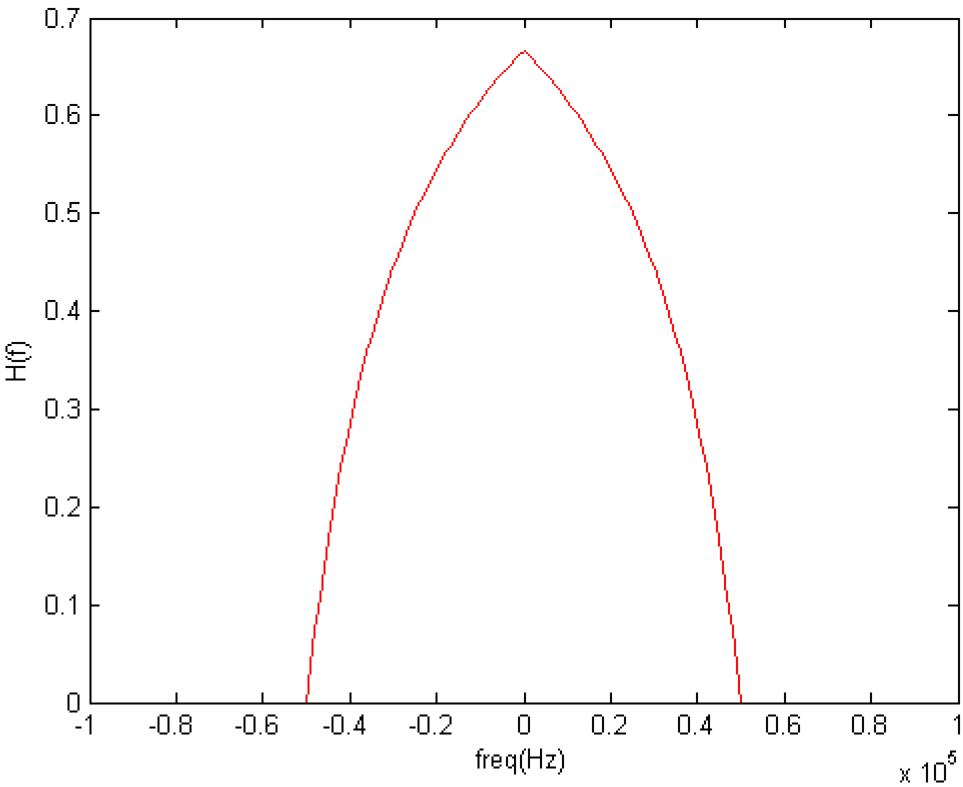
## Questão 4 (2,5 pontos)

Um sinal apresenta uma densidade espectral de potência igual a $S_m(f) = \frac{1}{10^4}\Delta(f/10^5)$ W/Hz .

a) Qual a sua autocorrelação?
b) Qual a sua potência?
c) Supondo que seja adicionado um ruído branco gaussiano com densidade espectral de potência $\frac{N_0}{2} = 5\times 10^{-5}$ , como deve ser o filtro ótimo que maximize a RSR na sua saída? Esboce sua resposta na frequência.

a)
$$R_m(\tau) = F^{-1}\{S_m(f)\} = 5\,\text{sinc}^2(50.000\,\pi\tau)$$
b)
$$P_m = R_m(0) = \int_{-\infty}^{\infty} S_m(f) = 5$$

c)
$$H_{opt}(f) = \frac{S_m(f)}{S_m(f) + \frac{N_0}{2}} = \frac{\Delta\left(\frac{f}{10^5}\right)}{\Delta\left(\frac{f}{10^5}\right) + \frac{1}{2}} = \text{rect}\left(\frac{f}{10^5}\right)\frac{1 - 2\left|\frac{t}{10^5}\right|}{1{,}5 - 2\left|\frac{t}{10^5}\right|}$$



# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Fórmulas Úteis

Identidades Trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$
$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cos\left(x + \tan^{-1}(-b/a)\right)$$

Integrais:

$$\int x\sin ax\, dx = \frac{1}{a^2}(\sin ax - ax\cos ax)$$
$$\int x\cos ax\, dx = \frac{1}{a^2}(\cos ax + ax\sin ax)$$
$$\int x^2 \sin ax\, dx = \frac{1}{a^3}(2ax\sin ax + 2\cos ax - a^2x^2\cos ax)$$
$$\int x^2 \cos ax\, dx = \frac{1}{a^3}(2ax\cos ax - 2\sin ax + a^2x^2\sin ax)$$
$$\int x e^{ax}\, dx = \frac{e^{ax}}{a^2}(ax-1)$$
$$\int x^2 e^{ax} = \frac{e^{ax}}{a^3}(a^2x^2 - 2ax + 2)$$
$$\int \frac{1}{x^2+a^2}\, dx = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a}$$
$$\int \frac{x}{x^2+a^2}\, dx = \frac{1}{2}\ln(x^2+a^2)$$
$$\int \frac{x}{a^4+x^4}\, dx = \frac{1}{2a^2}\tan^{-1}\frac{x^2}{a^2}$$

Funções Importantes:

$$\mathrm{rect}(t) = \begin{cases} 1 & , |t| < 1/2 \\ 1/2 & , |t| = 1/2 \\ 0 & , |t| > 1/2 \end{cases}$$
$$\Delta(t) = \mathrm{rect}(t)(1-2|t|)$$

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Tabela de Transformadas de Fourier:

$$g(t)=\int_{-\infty}^{\infty} G(f)e^{j2\pi ft}df \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f)=\int_{-\infty}^{\infty} g(t)e^{-j2\pi ft}dt$$

$$\delta(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} 1$$

$$1 \overset{F}{\Leftrightarrow} \delta(f)$$

$$t^n e^{-at}u(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{n!}{(a+j2\pi f)^{n+1}}$$

$$e^{-a|t|} \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{2a}{a^2+4\pi^2 f^2}$$

$$e^{j2\pi f_0 t} \overset{F}{\Leftrightarrow} \delta(f-f_0)$$

$$\cos(2\pi f_0 t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}\left[\delta(f-f_0)+\delta(f+f_0)\right]$$

$$\sin(2\pi f_0 t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2j}\left[\delta(f-f_0)-\delta(f+f_0)\right]$$

$$u(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{2}\delta(f)+\frac{1}{j2\pi f}$$

$$\mathrm{sgn}\ t \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{j\pi f}$$

$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} |\tau|\mathrm{sinc}(\pi f\tau)$$

$$\mathrm{sinc}(2\pi Bt) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|2B|}\mathrm{rect}(f/2B)$$

$$\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{\tau}{2}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi f\tau}{2}\right)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{T}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T}\right)$$

$$k_1 g_1(t)+k_2 g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} k_1 G_1(f)+k_2 G_2(f)$$

$$G(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} g(-f)$$

$$g(at) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|a|}G\left(\frac{f}{a}\right)$$

$$g(t-t_0) \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f)e^{-j2\pi f t_0}$$

$$g(t)e^{j2\pi f_0 t} \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f-f_0)$$

$$g_1(t)*g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G_1(f)G_2(f)$$

$$g_1(t)g_2(t) \overset{F}{\Leftrightarrow} G_1(f)*G_2(f)$$

$$\frac{d^n g(t)}{dt^n} \overset{F}{\Leftrightarrow} (j2\pi f)^n G(f)$$

$$\int_{-\infty}^{t} g(x)dx \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{G(f)}{j2\pi f}+\frac{1}{2}G(0)\delta(f)$$

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Probabilidade

$$P(B|A)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{P(A|B)P(B)}{P(A)}$$

eventos são independentes se $P(B|A)=P(B)$ .

se $A_i,\ 1\leq i\leq N$ são eventos disjuntos e $\cup_{i=1}^{N} A_i=S \Rightarrow P(B)=\sum_{i=1}^{N} P(B|A_i)P(A_i)$

## Variáveis Aleatórias

$$P_{\mathrm{y}}(y)=\sum_i P_{\mathrm{x,y}}(x_i,y)$$

CDF $F_{\mathrm{X}}(x)=Pr(\mathrm{x}\leq x)$ PDF $p_{\mathrm{x}}(x)=\frac{dF_{\mathrm{x}}(x)}{dx}$

v.a exponencial $p_{\mathrm{x}}(x)=\lambda e^{-\lambda x}u(x)$ v.a. Gaussiana $p_{\mathrm{x}}(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-(x-\bar{x})^2/2\sigma^2}$

$$Q(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_x^{\infty} e^{-x^2/2}dx$$

$$E\{f(\mathrm{x})\}=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)p_{\mathrm{x}}(x)dx \qquad p_{\mathrm{x}}(x)=\int_{-\infty}^{\infty} p_{\mathrm{x,y}}(x,y)dy$$

Teorema Central do Limite $\mathrm{y}_n=\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n}\frac{\mathrm{x}_i-\mu}{\sigma}\rightarrow Normal(0,1)$

Covariância $\sigma_{\mathrm{xy}}=E\{(x-\bar{x})(y-\bar{y})\}$ Coeficiente de correlação $\rho_{\mathrm{xy}}=\frac{\sigma_{\mathrm{xy}}}{\sigma_{\mathrm{y}}\sigma_{\mathrm{y}}}$

## Estimação LMS

supondo $E\{\mathrm{x_i}\}=0$

$$\hat{\mathrm{x}}_0=\sum_{i=1}^{n} a_i\mathrm{x_i} \quad \text{com} \quad \begin{bmatrix} a_1\\ a_2\\ \vdots\\ a_n\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} & \cdots & R_{1\mathrm{n}}\\ R_{21} & R_{22} & \cdots & R_{2n}\\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots\\ R_{n1} & \cdots & \cdots & R_{nn}\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix} R_{01}\\ R_{02}\\ \vdots\\ R_{0\mathrm{n}}\end{bmatrix}, \text{ e } \quad R_{ij}=E\{\mathrm{x_i x_j}\}$$

$$E\{\epsilon^2\}=R_{00}-(a_1R_{01}+a_2R_{02}+\cdots+a_nR_{0\mathrm{n}})$$

## Processos Estocásticos

$$R_{\mathrm{x}}(\tau)=E\{\mathrm{x}(t)\mathrm{x}(t+\tau)\} \qquad S_{\mathrm{x}}(f)=F_{\tau}\{R_{\mathrm{x}}(\tau)\}$$

$$\mathrm{y}(t)=\mathrm{x}(t)*h(t)\Rightarrow S_{\mathrm{y}}(f)=|H(f)|^2S_{\mathrm{x}}(f) \ \text{ e } \ \bar{\mathrm{y}}=H(0)\bar{\mathrm{x}}$$

$$R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=E\{\mathrm{x}(t)\mathrm{y}(t+\tau)\}$$

x e y são descorrelatados se $R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=\bar{\mathrm{x}}\bar{\mathrm{y}}$ e são ortogonais se $R_{\mathrm{x,y}}(\tau)=0$

### Filtro de Wiener

$$H_{opt}(f)=\frac{S_{\mathrm{m}}(f)}{S_{\mathrm{m}}(f)+S_{\mathrm{n}}(f)} \qquad P_N=\int_{-\infty}^{\infty}\frac{S_m(f)S_n(f)}{(S)_m(f)+S_n(f)}df$$

UnB

departamento de engenharia elétrica

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Transmissão Digital

filtro de recepção ótimo $H(f)=k\frac{P(-f)e^{-j2\pi f T_m}}{S_n(f)}$

$$P_e=Q\left(\frac{\beta}{2}\right) \quad , \quad \beta^2=\frac{E_p+E_q-2E_{pq}}{N_0/2} \quad \text{, com} \quad E_{pq}=\int_0^{T_m} p(t)q(t)dt$$

banda de transmissão com pulsos de Nyquist $B=(1+r)R_s$

## Função Q

| x | Q(x) | x | Q(x) |
|---|---|---|---|
| 0,1 | 4,60E-001 | 3,1 | 9,68E-004 |
| 0,2 | 4,21E-001 | 3,2 | 6,87E-004 |
| 0,3 | 3,82E-001 | 3,3 | 4,83E-004 |
| 0,4 | 3,45E-001 | 3,4 | 3,37E-004 |
| 0,5 | 3,09E-001 | 3,5 | 2,33E-004 |
| 0,6 | 2,74E-001 | 3,6 | 1,59E-004 |
| 0,7 | 2,42E-001 | 3,7 | 1,08E-004 |
| 0,8 | 2,12E-001 | 3,8 | 7,23E-005 |
| 0,9 | 1,84E-001 | 3,9 | 4,81E-005 |
| 1,0 | 1,59E-001 | 4,0 | 3,17E-005 |
| 1,1 | 1,36E-001 | 4,1 | 2,07E-005 |
| 1,2 | 1,15E-001 | 4,2 | 1,33E-005 |
| 1,3 | 9,68E-002 | 4,3 | 8,54E-006 |
| 1,4 | 8,08E-002 | 4,4 | 5,41E-006 |
| 1,5 | 6,68E-002 | 4,5 | 3,40E-006 |
| 1,6 | 5,48E-002 | 4,6 | 2,11E-006 |
| 1,7 | 4,46E-002 | 4,7 | 1,30E-006 |
| 1,8 | 3,59E-002 | 4,8 | 7,93E-007 |
| 1,9 | 2,87E-002 | 4,9 | 4,79E-007 |
| 2,0 | 2,28E-002 | 5,0 | 2,87E-007 |
| 2,1 | 1,79E-002 | 5,1 | 1,70E-007 |
| 2,2 | 1,39E-002 | 5,2 | 9,96E-008 |
| 2,3 | 1,07E-002 | 5,3 | 5,79E-008 |
| 2,4 | 8,20E-003 | 5,4 | 3,33E-008 |
| 2,5 | 6,21E-003 | 5,5 | 1,90E-008 |
| 2,6 | 4,66E-003 | 5,6 | 1,07E-008 |
| 2,7 | 3,47E-003 | 5,7 | 5,99E-009 |
| 2,8 | 2,56E-003 | 5,8 | 3,32E-009 |
| 2,9 | 1,87E-003 | 5,9 | 1,82E-009 |
| 3,0 | 1,35E-003 | 6,0 | 9,87E-010 |