Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Prova 0 – 2016/1 (21/03/2016)

Aluno:____

Matrícula: ____

Instruções

- A prova consiste de 5 (cinco) questões discursivas.
- A prova terá a duração de 2h
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- Pode ser consultado qualquer material impresso ou escrito.
- Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

Indicar aqui as questões resolvidas:

Questão	Nota
Total	

Questão 1 (2 pontos)

Dado o sinal $x(t) = 2\sin(200\pi t)\cos(1000\pi t) + \sin(100\pi t)\cos(500\pi t)$ ache sua série de Fourier exponencial e desenhe seu espectro. Qual a sua largura de banda? Qual a sua potência?

$$x(t) = \sin(1200\pi t) - \sin(800\pi t) + \frac{1}{2}\sin(600\pi t) - \frac{1}{2}\sin(400\pi t)$$

$$x(t) = \frac{e^{j1200\pi t} - e^{-j1200\pi t}}{2j} - \frac{e^{j800\pi t} - e^{-j800\pi t}}{2j} + \frac{e^{j600\pi t} - e^{-j600\pi t}}{4j} - \frac{e^{j400\pi t} - e^{-j400\pi t}}{4j}$$

$$x(t) = \frac{e^{j\pi/2}}{2}e^{-j1200\pi t} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2}e^{-j800\pi t} + \frac{e^{j\pi/2}}{4}e^{-j600\pi t} + \frac{e^{-j\pi/2}}{4}e^{-j400\pi t} + \frac{e^{j\pi/2}}{4}e^{j400\pi t} + \frac{e^{-j\pi/2}}{4}e^{j600\pi t} + \frac{e^{j\pi/2}}{2}e^{j800\pi t} + \frac{e^{-j\pi/2}}{2}e^{j1200\pi t}$$

O espectro é dado por

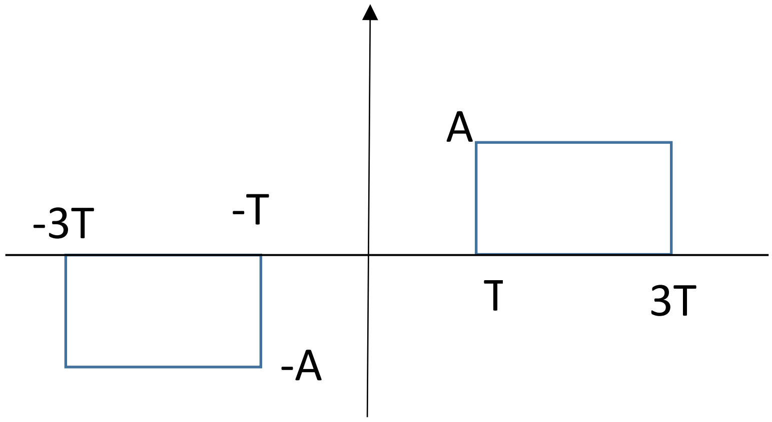
Frequência f (Hz)	amplitude	fase
-600	½	π/2
-400	½	-π/2
-300	¼	π/2
-200	¼	-π/2
200	¼	-π/2
300	¼	π/2
400	½	-π/2
600	½	π/2

A sua largura de banda é de 600 Hz, correspondente ao componente de maior frequência.

A sua potência é $P_x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

Questão 2 (2 pontos)

i) Ache uma expressão para o sinal abaixo



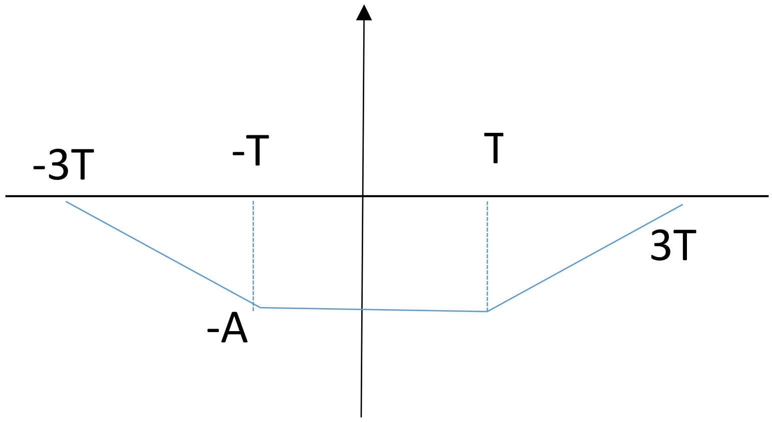
$$x(t) = A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t-2T}{2T}\right) - A\,\mathrm{rect}\left(\frac{t+2T}{2T}\right)$$

ii) Utilizando apenas as propriedades da transformada de Fourier (sem fazer a integral de Fourier), ache a transformada do sinal acima.

Sabendo que $\mathcal{F}\left\{\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right)\right\} = |\,\tau\,|\,\mathrm{sinc}(\pi f\tau)$ e que $\mathcal{F}\{g(t-T_0)\} = e^{-j2\pi f T_0}G(f)$, temos que

$$X(f) = 2AT\,\mathrm{sinc}(2\pi fT)\,e^{-j4\pi fT} - 2AT\,\mathrm{sinc}(2\pi fT)\,e^{j4\pi fT}$$
$$= -4jAT\mathrm{sinc}(2\pi fT)\sin(4\pi ft)$$

iii) Baseado no resultado do item (ii), encontre a transformada de Fourier do sinal abaixo



Chamando este sinal de $y(t)$, temos que

$$y(t) = \frac{1}{2T}\int_{-\infty}^{t} x(\alpha)d\alpha$$

e, portanto,

$$Y(f) = \frac{1}{2T}\frac{X(f)}{j2\pi f} + \frac{1}{2}X(0)\delta(f) = \frac{-A}{\pi f}\mathrm{sinc}(2\pi fT)\sin(4\pi ft)$$

Questão 3 (2 pontos)

Um sinal $x(t)$ com largura de banda B pode ser criptografado analogicamente pelos seguintes passos

i) Multiplica-se o sinal por $\cos(2\pi Bt)$.

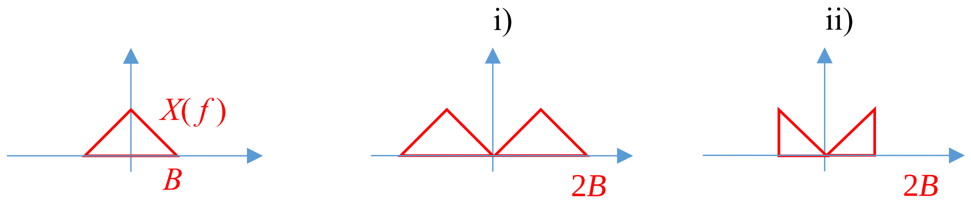
ii) Passa-se o sinal por um filtro passa-baixa, com frequência de corte igual a B.

a) Considerando que $X(f) = \Delta\left(\frac{f}{2B}\right)$, esboce o espectro nos dois passos.

b) Ache uma expressão para o sinal na saída deste sistema, em relação a $x(t)$.

c) Desenhe o circuito que permite a recuperação deste sinal.

a)



b)

o sinal na saída equivale a um sinal modulado em SSB (LSB) com ferquência de portadora B, portanto

$$y(t) = x(t)\cos(2\pi Bt) + x_H(t)\sin(2\pi Bt)$$

c)

o circuito de recuperação é o mesmo de uma modulação SSB ou DSB, multiplicamos o sinal por $\cos(2\pi Bt)$ e o filtramos com um filtro passa baixa, com frequência de corte igual a B.

Questão 4 (2 pontos)

Em um sistema QAM analógico são enviados os sinais
$x_1(t) = 2\sin(200\pi t)$ e $x_2(t) = 2\cos(300\pi t)$
nos componentes em fase e quadratura, respectivamente.
Supondo que no receptor ocorre um desvio de fase de $\pi/6$ e um desvio de frequência de 20Hz, qual o sinal detectado $\hat{x}_1$?

O sinal modulado é
$\varphi(t) = x_1(t)\cos(2\pi f_c t) + x_2(t)\sin(2\pi f_c t)$

No receptor, para recuperarmos $x_1(t)$ o sinal é multiplicado por $2\cos(2\pi(f_c + 20)t + \pi/6)$ e filtrado com um filtro passa-baixa (por exemplo em 150Hz), e teremos, portanto,

$$\hat{x}_1(t) = x_1(t)\cos\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right) - x_2(t)\sin\left(40\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$
$$= \sin\left(240\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(160\pi t + \frac{\pi}{6}\right) + \sin\left(260\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$$

Questão 5 (2 pontos)

Um sinal com largura de banda 10kHz é digitalizado por meio da técnica PCM, resultando em uma taxa de 250kbps. Sabendo-se que o sinal é amostrado a uma taxa 25% maior que a frequência de Nyquist e que o sinal é quantizado uniformemente, com $P_m = m_p^2/3$, qual a razão sinal-ruído de quantização do sinal em dB?

$$f_a = 1{,}25 \times 2B = 25\text{kHz}$$

$$R_b = nf_a \Rightarrow n = \frac{250\text{ kbps}}{25\text{kHz}} = 10\text{ bits/amostra}$$

$$RSR = 3L^2\frac{P_m}{m_p^2} = 3(2^{10})^2\frac{1}{3} = 2^{20} = 60\text{dB}$$

Qual a banda de transmissão mínima para codificação binária neste caso?

$$B_T \geq \frac{R_b}{2} = 125\text{kHz}$$

Caso seja permitida uma RSR 10dB menor, em quanto podemos reduzir a taxa de transmissão?

Sabemos que a cada bit por amostra, ganhamos 6dB de RSR. Portanto, com 10 dB a menos, podemos ter 9 bits/amostra, ou seja, teríamos uma taxa de 225kbps