

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

Prova 3 – 2016/1 (17/05/2016)

Aluno: \_\_\_\_\_

Matrícula: \_\_\_\_\_

## Instruções

- A prova consiste de 4 (quatro) questões discursivas.
- A prova terá a duração de 2h
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta
- Pode ser consultado qualquer material impresso ou escrito.
- Calculadoras podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas

Indicar aqui as questões resolvidas:

Questão	Nota
<b>Total</b>	

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Questão 1 (2,5 pontos)

Sabemos que um código de linha polar com pulsos retangulares NRZ pode apresentar dificuldades na recuperação de sincronismo. Suponha que, para evitar este problema, a cada 4 bits de dados é enviado um bit de sincronismo adicional, de modo que sua polaridade é invertida em relação ao bit anterior. Por exemplo, a sequência 0101 0010 é mapeada nas amplitudes  $-1, +1, -1, +1, \underline{-1}, -1, -1, +1, -1, \underline{+1}$ .

- Explique por que isto ajuda a recuperação de sincronismo
  - Ache a densidade espectral de potência deste sinal.
- a) Em um sinal polar NRZ, o sincronismo normalmente é perdido quando se tem uma sequência muito longa de 0's e 1's, o que manteria o nível de sinal constante por um longo tempo. Ao se inverter a amplitude a cada 4 bits, evitamos que isto ocorra.
- b)

$$S(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-j2\pi n f T_s}$$
$$R_0 = E\{a_k^2\} = 1$$

Para  $|n| = 1$ , sabemos que há uma correlação diferente de 0 entre o 4º e o 5º símbolo em cada bloco de 5.

$$R_1 = E\{a_k a_{k+1}\}$$
$$= \frac{4}{5} \left( \frac{1}{4} ((-1)(-1) + (-1)(+1) + (+1)(-1) + (+1)(+1)) \right) + \frac{1}{5} (\pm 1)(\mp 1)$$
$$= -\frac{1}{5} = R_{-1}$$

Mas, para  $|n| > 1$  não há correlação, pois

$$R_n = E\{a_k a_{k+1}\} = \frac{1}{4} ((-1)(-1) + (-1)(+1) + (+1)(-1) + (+1)(+1)) = 0$$

e, portanto,

$$S(f) = \frac{|P(f)|^2}{T_s} \left( 1 - \frac{1}{5} (e^{-j2\pi f T_s} + e^{j2\pi f T_s}) \right)$$
$$= T_s \text{sinc}^2(\pi f T_s) \left( 1 - \frac{2}{5} \cos(2\pi f T_s) \right)$$

# Comunicações Digitais

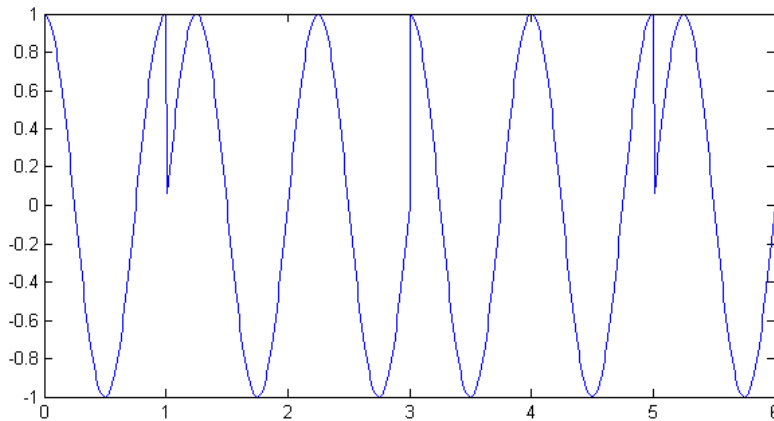
Prof. André Noll Barreto

## Questão 2 (2,5 pontos)

Um sistema de transmissão binário emprega como pulsos de transmissão os sinais  $p(t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right)$  e  $q(t) = \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right)$ , para  $0 \leq t \leq T_s$ .

- Esboce o sinal para a sequência 011001
- Este sinal tem um componente DC? Por que? (Não é necessário calcular a densidade espectral de potência)
- Esboce o receptor ótimo para este sistema? Qual o filtro de recepção ótimo? Qual o limiar de detecção?
- Qual a probabilidade de erro para este sistema?

a)



b)

não, pois podemos ver que os dois pulsos utilizados têm média igual a zero.

c)

Os filtro de recepção ótimo é  $h(t) = p(T_s - t) - q(T_s - t) = \sin\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right) - \cos\left(\frac{2\pi t}{T_s}\right)$ , e, neste caso, o limiar é igual a 0.

d)

Podemos facilmente verificar que  $E_{pq} = \int_0^{T_s} p(t)q(t)dt = 0$ , ou seja, se trata de um esquema de transmissão binário ortogonal, e, conseqüentemente,  $P_b = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Questão 3 (2,5 pontos)

Em um sistema de transmissão digital é utilizado um cabo de transmissão com uma perda de potência de 1dB a cada metro. Neste cabo é utilizado um esquema BPSK, ocupando uma banda de transmissão de 10MHz, usando pulsos de Nyquist com fator de roll-off igual a 0,25. Se quisermos obter uma probabilidade de erro de bit de no máximo  $10^{-4}$ , e sabendo que o ruído no receptor tem uma densidade espectral de potência de -173dBm/Hz e que a potência de transmissão é de 10mW, qual o comprimento máximo deste cabo?

$$Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) \leq 10^{-4} \Rightarrow \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} \geq 3,8 \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = 7,22$$

$$\frac{N_0}{2} = \frac{1}{2} 10^{-17} \text{ mW/Hz} \Rightarrow E_b = 7,22 \times 10^{-17} \text{ mJ}$$

$$R_b = \frac{B}{1 + \rho} = 8 \text{ Mbps}$$

$$P_{rx} = E_b R_b = 57,76 \times 10^{-11} \text{ mW} = -92,4 \text{ dBm}$$

A perda de potência máxima é portanto

$$PL = P_{tx,dB} - P_{rx,dB} = 10 - (-92,4) = 102,4 \text{ dB}$$

Ou seja, como cada metro corresponde a 1dB de perda, o cabo poderá ter até 102,4m.

## Questão 4 (2,5 pontos)

Repita o exercício acima considerando um sinal FSK binário ortogonal utilizando pulsos retangulares, em vez de BPSK. (considere a regra de Carson para calcular a banda do FSK).

Como se trata de uma sinalização ortogonal, agora queremos

$$Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \leq 10^{-4} \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = 14,44 \Rightarrow E_b = 14,44 \times 10^{-17} \text{ mJ}$$

Pela regra de Carson, temos que

$$B_{FSK} \approx 2(\max(f_i(t) - f_c) + B),$$

Com  $B \approx R_b$ , já que transmitimos pulsos retangulares, e, lembrando que  $f_0 - f_1 = \frac{R_b}{2}$ , para que tenhamos FSK ortogonal,  $\max(f_i(t) - f_c) = \frac{R_b}{4}$ .

Assim,

$$B_{FSK} \approx 2\left(\frac{R_b}{4} + R_b\right) = \frac{5R_b}{2} \Rightarrow R_b = \frac{2}{5} B_{FSK} = 4 \text{ Mbps},$$

$$P_{rx} = E_b R_b = 57,76 \times 10^{-11} \text{ mW} = -92,4 \text{ dBm}$$

E o cabo poderá ter também até 102,4m. (porém a taxa de transmissão cairá pela metade)

# Comunicações Digitais

Prof. André Noll Barreto

## Função Q

x	Q(x)	x	Q(x)
0,1	4,60E-001	3,1	9,68E-004
0,2	4,21E-001	3,2	6,87E-004
0,3	3,82E-001	3,3	4,83E-004
0,4	3,45E-001	3,4	3,37E-004
0,5	3,09E-001	3,5	2,33E-004
0,6	2,74E-001	3,6	1,59E-004
0,7	2,42E-001	3,7	1,08E-004
0,8	2,12E-001	3,8	7,23E-005
0,9	1,84E-001	3,9	4,81E-005
1,0	1,59E-001	4,0	3,17E-005
1,1	1,36E-001	4,1	2,07E-005
1,2	1,15E-001	4,2	1,33E-005
1,3	9,68E-002	4,3	8,54E-006
1,4	8,08E-002	4,4	5,41E-006
1,5	6,68E-002	4,5	3,40E-006
1,6	5,48E-002	4,6	2,11E-006
1,7	4,46E-002	4,7	1,30E-006
1,8	3,59E-002	4,8	7,93E-007
1,9	2,87E-002	4,9	4,79E-007
2,0	2,28E-002	5,0	2,87E-007
2,1	1,79E-002	5,1	1,70E-007
2,2	1,39E-002	5,2	9,96E-008
2,3	1,07E-002	5,3	5,79E-008
2,4	8,20E-003	5,4	3,33E-008
2,5	6,21E-003	5,5	1,90E-008
2,6	4,66E-003	5,6	1,07E-008
2,7	3,47E-003	5,7	5,99E-009
2,8	2,56E-003	5,8	3,32E-009
2,9	1,87E-003	5,9	1,82E-009
3,0	1,35E-003	6,0	9,87E-010