Comunicações Digitais

Lista de Exercícios 3
Desempenho de Sistemas de Comunicações Digitais (1/2)
Prof. André Noll Barreto

Exercício 1 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.1-1)

Em um sistema de transmissão binária em banda base, bits são transmitidos seguindo a seguinte regra:

bit **0**: $s(t)=A\,p(t)$

bit **1**: $s(t)=-A\,p(t)$,

com

$$p(t)=1-\frac{|T_s-2t|}{T_s}, \qquad 0\leq t\leq T_s \quad .$$

Supondo que os bits **0** e **1** são equiprováveis, é que o ruído é gaussiano aditivo branco (AWGN),

a) Encontre o filtro de recepção ótimo *h*(*t*) e esboce sua resposta ao impulso.

b) Determine a probabilidade de erro como função de E_b/N_0 .

c) Refaça os itens anteriores para o caso em que

$$p(t)=1-\frac{t}{T_s}, \qquad 0\leq t\leq T_s$$

Exercício 2 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.1-4)

Uma alternativa ao filtro ótimo é o filtro subótimo, para o qual supomos um certo modelo de filtro e ajustamos seus parâmetros para maximizar a razão sinal-ruído na saída do filtro ρ. Estes filtros têm desempenho inferior ao filtro casado, mas podem ser mais simples de implementar.

Para um pulso $p(t)=A\,\mathrm{rect}(t/T_S)$ na entrada, determine o valor máximo de ρ na saída, se em vez de um filtro casado, um filtro RC com resposta na frequência $H(f)=\dfrac{1}{1+j2\pi f RC}$. Considere ruído gaussiano com densidade espectral de potência $S_n(f)=\dfrac{N_0}{2}$.

Qual o valor ótimo da constante *RC*?

Exercício 3 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.2-1)

Em um sistema PPM (Pulse Position Modulation) binário, um pulso $p_0(t)$ é transmitido com atrasos diferentes dependendo se o bit é igual a **0** ou **1**.

Em outras palavras $p_0(t)=u(t)-u(t-T_s/2)$ e a transmissão é feita como:

bit **0**: $s(t)=p_0(t)$

bit **1**: $s(t)=p_0(t-T_s/2)$.

O ruído é branco gaussiano aditivo com PSD $S_n(f)=\dfrac{N_0}{2}$.

a) Determine a arquitetura de receptor ótima para este sistema. Esboce a resposta ao impulso do filtro.

b) Se $P\{\mathbf{0}\}$ = 0,4, ache o limiar de detecção ótimo e a probabilidade de erro.

c) Suponha que o sistema tenha sido projetado para bits equiprováveis. Qual a probabilidade de erro, se a probabilidade dos bits na transmissão for efetivamente $P\{\mathbf{0}\}$ = 0,4.

Comunicações Digitais

Exercício 4 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.2-2)

Uma transmissão binária com modulação de *chirps* é feita do seguinte modo:

bit **0**: $s(t)=A\cos\left(\alpha_0 t^2+\theta_0\right)$

bit **1**: $s(t)=A\cos\left(\alpha_1 t^2+\theta_1\right)$

a) Projete o receptor ótimo, considerando um canal AWGN e bits equiprováveis.

b) Qual a sua probabilidade de erro?

Exercício 5 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.2-3)

Em esquemas de transmissão coerentes, um sinal piloto é usualmente adicionado para permitir a sincronização pelo receptor. Como ele não carrega informação útil, ele causa degradação na P_b para uma mesma potência de transmissão.

Considere um sinal BPSK tal que

bit **0**: $s(t)=p(t)=A\sqrt{1-m^2}\cos(2\pi f_c t)+A m \operatorname{sen}(2\pi f_c t)$

bit **1**: $s(t)=q(t)=-A\sqrt{1-m^2}\cos(2\pi f_c t)+A m \operatorname{sen}(2\pi f_c t)$,

em que $A m \operatorname{sen}(2\pi f_c t)$ é o sinal piloto.

Qual a probabilidade de erro deste sistema? Compare com um sistema sem o sinal piloto.

Exercício 6 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.2-6)

Em um sistema de transmissão quaternário, mensagens são escolhidas dentre uma das quatro possibilidades $m_1=00$, $m_2=01$, $m_3=10$ e $m_4=11$, que são transmitidas pelos sinais $s_1=-p(t)$, $s_2=p(t)$, $s_3=-3\,p(t)$ e $s_4=3\,p(t)$, em que $p(t)$ tem energia E_p. Um filtro casado a $p(t)$ é usado no receptor.

a) Se r é a saída do filtro casado no instante Ts, esboce a densidade de probabilidade $p_r\left(r|m_i\right)$ para todas as quatro mensagens possíveis.

b) Determine os limiares ótimos de decisão para as quatro mensagens e a probabilidade de erro de bit em função da razão E_s/N_0.

Exercício 7 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.2-8)

Em um sistema de transmissão binária é utilizado um pulso de cosseno levantado, que satisfaz o critério de Nyquist, com fator de roll-off igual a 0,2. O canal é passa-faixa ideal, com largura de banda de f_0 = 5kHZ.

a) se o canal é AWGN, encontre o filtro de recepção ótimo, e esboce sua resposta espectral.

b) se o canal apresenta ruído Gaussiano colorido, com espectro $S_n(f)=\frac{1}{2}\frac{N_0}{1+(f/f_0)^2}$, encontre o filtro de recepção ótimo e esboce sua resposta espectral.

Exercício 8 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.3-1)

Em um sistema FSK binário são transmitidos os seguintes sinais,

bit **0**: $s(t)=\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\pi\frac{t}{T_s}\right)\cos\left(2\pi\left(f_c-\Delta f/2\right)t\right),\qquad 0\leq t\leq T_s$

bit **1**: $s(t)=\sqrt{2}\operatorname{sen}\left(\pi\frac{t}{T_s}\right)\cos\left(2\pi\left(f_c+\Delta f/2\right)t\right),\qquad 0\leq t\leq T_s$.

O canal é AWGN.

a) Ache o receptor coerente e o limiar de decisão ótimos.

b) Ache a probabilidade de erro.

c) É possível encontrar o fator Δf que minimiza a probabilidade de erro?

Comunicações Digitais

Exercício 9 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.4-2)

Um espaço de sinais tri-dimensional é definido pelos sinais base $\varphi_1(t)=p(t)$, $\varphi_2(t)=p(t-T_0)$ e $\varphi_3(t)=p(t-T_0)$, com $p(t)=\sqrt{\frac{2}{T_0}}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi t}{T_0}\right)[u(t)-u(t-T_0)]$.

Esboce as formas de onda para os sinais representados neste espaço vetorial pelos vetores: (1;1;1), (-2;0;1); (1/3;2;-1/2) e (-1/2;-1,2). Ache a energia destes sinais.

Exercício 10 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.4-3, 11.4-4)

a) Repita o exercício anterior para

$$\varphi_1(t)=\frac{1}{\sqrt{T_0}}$$

$$\varphi_2(t)=\sqrt{\frac{2}{T_0}}\cos\left(\frac{\pi}{T_0}t\right)$$

$$\varphi_3(t)=\sqrt{\frac{2}{T_0}}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)\ .$$

b) Suponha agora um sinal $x(t)=1+2\operatorname{sen}^3\left(\frac{\pi t}{T_0}\right)$. Ache a melhor aproximação deste sinal como uma combinação linear dos sinais base acima. Qual a energia do erro de aproximação?

c) Considerando agora um quarto sinal base $\varphi_4(t)=\sqrt{\frac{2}{T_0}}\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{T_0}t\right)$, qual a energia de erro de aproximação?

Exercício 11 (Lathi, 4a Ed., Ex.11.4-5)

Considere o mesmo *p*(*t*) do Exercício 9, e $\varphi_k(t)=p(t-(k-1)T_0),\quad k=1,2,3,4,5$.

a) Esboce os sinais representados por (-1,2,3,1,4); (2,1,-4,-4,2), (3,-2,3,4,1) e (-2,4,2,2,0) neste espaço vetorial.

b) Ache a energia destes sinais.

c) lembrando que $\langle \boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=\|\boldsymbol{a}\|\|\boldsymbol{b}\|\cos(\theta)$, encontre o ângulo entre todos os pares de sinais.