

Comunicações Digitais

Lista de Exercícios 7 Codificação

Prof. André Noll Barreto

Exercício 1

Qual a matriz geradora e a matriz de verificação de paridade de um código de repetição (3,1)? Qual sua distância mínima e sua capacidade de correção e detecção de erros? Considerando detecção hard e uma probabilidade de erro de bit codificado igual a 0,01, qual a probabilidade de erro de bit? Repita para códigos de repetição (4,1) e (5,1).

Exercício 2 (14.2-4)

Um código é gerado pela matriz geradora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- Qual a taxa deste código?
- Ele é sistemático?
- Qual sua matriz de verificação de paridade?
- Qual o conjunto de palavras código possíveis?
- Qual sua distância mínima?
- Quantos erros ele consegue detectar? E corrigir?

Exercício 2 (14.2-5)

Considere um código de bloco linear sistemático $(k+1, k)$, com dígito de verificação de paridade dado por

$$c_{k+1} = m_1 + m_2 + \dots + m_k$$

- Qual sua matriz geradora?
- Quais as palavras código geradas para $k=3$?
- Qual a distância mínima e a capacidade de detecção e correção deste código?

Exercício 3 (14.2-6, -10)

Considere um código com matriz geradora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Qual sua taxa e sua distância mínima?
- Construa uma tabela padrão de decodificação?
- Defina a decodificação por síndrome para este código.

Exercício 4 (14.2-7)

Considere um código com matriz geradora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Qual sua taxa e sua distância mínima?

Exercício 5 (14.2-8)

Determine uma matriz geradora para um código linear de bloco (15,11), com detecção de um erro. Qual a palavra código para um vetor de dados [10111010101]?

Comunicações Digitais

Exercício 6 (14.2-9)

Para um código sistemático (6,3), os dígitos de verificação de paridade são dados por

$$c_4 = m_1 + m_2 + m_3$$

$$c_5 = m_1 + m_2$$

$$c_6 = m_1 + m_3$$

- Construa sua matriz geradora e sua matriz de verificação de paridade?
- Quais suas palavras de código?
- Qual sua capacidade de correção de erros?
- Prepare uma tabela de decodificação.
- Qual a síndrome das palavras recebidas [101100], [000110], [101010]? Decodifique estas palavras.

Exercício 7 (14.2-14)

Considere o código dado pela matriz geradora

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

- Qual sua distância mínima?
- Prepare uma tabela de decodificação apropriada.

Exercício 8 (14.4-1)

Considere a transmissão com BPSK em um canal AWGN com $E_b/N_0 = 9$. Considere a transmissão desta mensagem com um código de Golay (23,12) corretor de 3 erros, com a mesma taxa de dados e a mesma potência de transmissão.

Qual a probabilidade de erro para os sistemas com e sem codificação?

Qual o ganho de codificação (a diferença entre a RSR requerida com e sem codificação) em dB para uma BER de 10^{-5} ?

Exercício 9 (14.5-2)

Um código convolucional com taxa $R=1/3$ pode ser descrito pelas seguintes saídas

$$c_k^{(1)} = m_k$$

$$c_k^{(2)} = m_k + m_{k-2}$$

$$c_k^{(3)} = m_k + m_{k-1}$$

- Desenhe o diagrama de estados e a treliça deste código.
- Determine a saída para uma entrada $\mathbf{m} = [11010100]$.
- Use o algoritmo de Viterbi para decodificar as seguintes sequências recebidas
 - 100 110 111 101 001 101 001 010
 - 010 110 111 101 101 101 001 010
 - 111 110 111 111 001 101 001 101

Exercício 10 (14.5-3)

Um código recursivo sistemático com taxa $R=1/2$ é descrito pelas seguintes equações

$$c_k^{(1)} = m_k$$

$$c_k^{(2)} = y_{k-2} + y_k$$

$$\text{com } y_k = m_k + y_{k-1} + y_{k-2}$$

- Desenhe o diagrama de estados e a treliça deste código.
- Determine a saída para uma entrada $\mathbf{m} = [0100110100]$.

Comunicações Digitais

Exercício 11 (14.3-1 e -8) - modificado

Use o polinômio gerador $g(x) = x^3 + x + 1$ para gerar um código cíclico sistemático com $N=7$.

- qual a taxa de codificação
- construa a tabela de decodificação
- qual sua distância mínima, sua capacidade de detecção e de correção de erros?
- se a palavra recebida for 1101100 (considere que os bits de paridade estão no final da palavra), qual a palavra transmitida?
- se for recebida a palavra 1010101, podemos inferir que houve algum erro?

Exercício 12 (14.3-2)

Um código de Golay (23,12) é um código cíclico com polinômio gerador

$$g(x) = x^{11} + x^9 + x^7 + x^6 + x^5 + x + 1$$

Determine as palavras código para as mensagens 000011110000 e 101010101010

Exercício 13

Sabendo que $x^{15} + 1 = (x + 1)(x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)$,
encontre um polinômio gerador para um código cíclico com taxa 1/3 e um para taxa 2/3.

Exercício 14 (14.3-8)

- Determine a matriz geradora para um código (7,4) com polinômio gerador $g(x) = x^3 + x + 1$.
- Determine as palavras código gerado por este polinômio
- Qual sua capacidade de detecção?