

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Prova 1 (25/04/2016)

Aluno: _____

Matrícula: _____

Questão 1 (4 pontos)

Um engenheiro deve projetar uma rede para uma estrada, utilizando torres com 25m de altura e antenas omnidirecionais com ganho de 3dB e modems de potência igual a 23dBm, em uma frequência de 900MHz. É utilizado o modelo de Okumura-Hata para área rural, considerando o terminal móvel a uma altura de 1,5m, com uma perda adicional de 6dB, considerando que os usuários estão dentro de veículos. Considere que o receptor deve ter uma razão $\frac{E_b}{N_0} \geq 6\text{dB}$, a uma taxa de 1Mbps para cada usuário, e com uma eficiência espectral de 3bps/Hz.

- a) Qual o fator de reuso mínimo? Considerando o uso de FDMA, qual a largura de banda que deve ser alocada para este sistema, se quisermos um tráfego de 3,5 Erlangs em cada célula? **Considere uma probabilidade de bloqueio menor que 2%.**
- b) Considerando um nível de ruído com densidade espectral de potência igual a $\frac{N_0}{2} = -180\text{dBm/Hz}$, qual a distância máxima entre as ERBs? Leve em conta o desvanecimento de pequena escala de Rayleigh, considerando que queremos um nível satisfatório de sinal 95% do tempo.

a)
Sabemos que para um sistema linear a RSR na borda da célula é dada aproximadamente por

$$\Gamma \approx \frac{(2K - 1)^\alpha}{2}$$

Sabemos também que pelo enunciado, $\eta = \frac{R_b}{B} = 3\text{bps/Hz}$, e, portanto,

$$\Gamma = \frac{P_{rx}}{P_n} = \frac{E_b R_b}{B N_0} = 3 \frac{E_b}{N_0} \geq 12$$

Pelo modelo de Okumura-Hata para área rural, a perda de percurso, em dB, é

$$PL_{dB} = 69,55 + 26,16 \log_{10} f_{c,MHz} - 13,82 \log_{10} h_{bs} - a(h_{ms}) - C_{rural} + (44,9 - 6,55 \log_{10} h_{bs}) \log_{10} d_{km}$$

com

$$a(h_{ms}) = 0,8 + (1,1 \log_{10} f_{c,MHz} - 0,7) h_{ms} - 1,56 \log_{10} f_{c,MHz}$$
$$C_{rural} = 4,78(\log_{10} f_{c,MHz})^2 - 18,33 \log_{10} f_{c,MHz} + 35,94$$

O expoente de perda de percurso é dado por

$$\alpha = \frac{44,9 - 6,55 \log_{10} h_{bs}}{10} = 3,574$$

Portanto

$$K \geq \frac{(2\Gamma)^\alpha + 1}{2} = \frac{24^{3,574} + 1}{2} = 1,71 \Rightarrow K = 2$$

Com 3,5 Erlangs e considerando um $GOS \leq 0,02$, precisamos de 8 canais por célula. Como cada canal ocupa uma banda $B = \frac{R_b}{\eta} = \frac{1\text{Mbps}}{3\text{bps/hz}} = 333,3\text{kHz}$, temos que cada célula precisará de $B_{cell} = 2,667\text{MHz}$. Com um fator de reuso $K = 2$, precisaremos, tanto no UL, quanto no DL, de

$$B_T = KB_{cell} = 5,33\text{MHz}$$

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

b)

Incluindo o ruído, e considerando o raio das células R , a potência recebida na borda da célula desejada é $P_{rx}(R)$, e a potência recebida da principal interferente é $P_{rx}(3R)$. Considerando dois interferentes, a RSR é dada por

$$\Gamma = \frac{P_{rx}(R)}{N_0 B + 2P_{rx}(3R)}$$

Pelo modelo de Okumura-Hata, com $f_{c,MHz} = 900$, $h_{bs} = 25$, $h_{ms} = 1,5$, temos que

$$a(h_{ms}) = 0,016\text{dB}$$

$$c_{rural} = 23,51$$

$$PL = 103,99 + 35,74d_{km}$$

e, portanto

$$P_{rx}(d_{km}) = P_{tx} 10^{-10,399} d_{km}^{-3,574}$$

Levando-se em conta o desvanecimento, sabemos que a potência é dada por uma variável aleatória exponencial, com média $\overline{P_{tx}}$, ou seja

$$\Pr(\overline{P_{tx}} > P_0) = \int_{P_0}^{\infty} \frac{1}{\overline{P_{tx}}} e^{-p/\overline{P_{tx}}} dp = 0,95 \Rightarrow \frac{P_0}{\overline{P_{tx}}} = -\log_{10} 0,95 = 0,0223,$$

ou seja, em vez de considerar uma potência de $P_{tx} = 23\text{dBm} = 200\text{mW}$, devemos considerar $P_0 = P_{tx}(0,0223) = 4,45\text{mW}$

Substituindo na expressão da RSR, sendo todas as potências em mW, temos que

$$\frac{P_{tx}(0,0223) 10^{-10,399} R_{km}^{-3,574}}{2 \times 10^{-18} (333,3 \times 10^3) + 2P_{tx}(0,0223) 10^{-10,399} (3R_{km}^{-3,574})^{-3,574}} \geq 4$$
$$R_{km}^{-3,574} \leq \frac{4 \times 2 \times 10^{-18} (333,3 \times 10^3)}{4,45(10^{-10,399} - 8 \times 10^{-10,399} \times 3^{-3,574})} \Rightarrow R_{km} = 3,08\text{km}$$

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Questão 2 (1 ponto)

Uma estação móvel se move em linha reta entre duas estações base BS1 e BS2, que estão separadas por uma distância de 1600m. A potência recebida em dBm no enlace reverso (uplink) da BS i é dada por

$$P_{r,i}(d) = P_0 - 10\alpha \log_{10}(d_i/d_0) + \chi_i,$$

em que d_i é a distância entre o móvel e a base i , $P_0 = 0$ dBm é a potência recebida a uma distância $d_0 = 1$ m do transmissor móvel, $\alpha = 4$ é o coeficiente de perda de percurso, e χ_i representa o sombreamento, com $\sigma = 6$ dB.

O nível de sinal mínimo aceitável para transmissão de voz é $P_{r,min} = -118$ dBm. Sempre que o nível de sinal recebido do terminal móvel pela célula de origem seja menor que $P_{r,HO} = -112$ dBm e que na célula vizinha o nível de sinal seja maior que $P_{r,min}$, é realizado um handover, ou seja, o terminal móvel é desconectado de sua célula e é reconectado na célula vizinha, que apresenta um melhor nível de sinal.

Determine a probabilidade que ocorra handover como função da distância entre a estação móvel e a estação base de origem.

$$\begin{aligned} P_{r,1}(d_1) &= 0 - 40 \log_{10}(d_1) + \chi_1 \\ P_{r,2}(d_1) &= 0 - 40 \log_{10}(d_2) + \chi_2 = -40 \log_{10}(1600 - d_1) + \chi_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Pr(\text{handover}) &= \Pr(P_{r,1}(d_1) < -112; P_{r,1}(d_1) > -118) \\ &= \Pr(P_{r,1}(d_1) < -112) \Pr(P_{r,1}(d_1) > -118) \\ &= Q\left(\frac{112 - 40 \log_{10}(d_1)}{6}\right) Q\left(\frac{-118 + 40 \log_{10}(1600 - d_1)}{6}\right) \end{aligned}$$

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Questão 3 (1 pontos)

O perfil de atraso de potência em um certo ambiente é dado por

$$P(\tau) = \sum_{n=0}^2 \frac{10^{-6}}{n^2 + 1} \delta(\tau - n10^{-6})$$

Qual o espalhamento de atraso rms deste canal?

Se uma modulação 256-QAM com taxa de bits igual a 1 Mbps for realizada neste canal, a modulação sofrerá desvanecimento seletivo na frequência? Por que?

$$P(\tau) = 10^{-6} \delta(\tau) + \frac{10^{-6}}{2} \delta(\tau - 10^{-6}) + \frac{10^{-6}}{5} \delta(\tau - 2 \times 10^{-6})$$

Sendo assim, o espalhamento rms pode ser obtido como

$$\mu_T = \frac{0 \times 10^{-6} + 10^{-6} \times \frac{10^{-6}}{2} + 2 \times 10^{-6} \times \frac{10^{-6}}{5}}{10^{-6} + \frac{10^{-6}}{2} + \frac{10^{-6}}{5}} = 0,5294 \times 10^{-6}$$

$$E[\tau^2] = \frac{0 \times 10^{-6} + (10^{-6})^2 \times \frac{10^{-6}}{2} + (2 \times 10^{-6})^2 \times \frac{10^{-6}}{5}}{10^{-6} + \frac{10^{-6}}{2} + \frac{10^{-6}}{5}} = 7,647 \times 10^{-13}$$

$$\sigma = \sqrt{E[\tau^2] - \mu^2} = 0,696 \mu s$$

Para 256-QAM temos $\log_2 256 = 8$ bits/símbolo.

A uma taxa de 1Mbps temos um intervalo de símbolo $T_s = \frac{1}{10^6/8} = 8 \mu s$

A banda de coerência é $B_C \approx \frac{1}{5\sigma} = 287,3 kHz$, e nesta banda o canal parecerá constante.

A largura de banda do sinal é $B < \frac{1}{T_s} = 125 kHz$. Como $B < B_C$ concluímos que a modulação não sofrerá desvanecimento seletivo.

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Questão 4 (3 pontos)

Um sistema é projetado para ser operado em veículos a uma velocidade de 120km/h e uma portadora de 1GHz. Para isso são incluídos regularmente sinais de referência com duração de 10 símbolos, de modo que a correlação do canal entre sinais de referência consecutivos seja maior que 95%. O sistema utiliza um esquema de modulação 8-PSK com uma taxa de 500kbps. Descontando-se o overhead devido aos sinais de referência, qual a taxa de dados efetiva?

$$f_d = \frac{f_c v}{c} = \frac{10^9(120/3,6)}{3 \times 10^8} = 111,11\text{Hz}$$

Os sinais de referência devem estar presentes a intervalos τ , tal que

$$R(\tau) = J_0(2\pi f_d \tau) \geq 0,95 \Rightarrow 2\pi f_d \tau \approx 0,45 \Rightarrow \tau \approx 6,446 \times 10^{-4}$$

Com modulação 8-PSK, em 500kbs, transmitimos neste intervalo N_{symb} símbolos, com

$$N_{symb} = R_s \tau = \frac{R_b}{3} \tau = \frac{500\text{k}}{3} 6,446 \times 10^{-4} = 107,4$$

dos quais 10 não transmitem informação.

Desta forma, a taxa efetiva será de

$$R_{b,eff} = \frac{97,4}{107,4} 500\text{k} = 453 \text{ kbps}$$

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Questão 5 (1 ponto)

Um sistema QPSK com codificação de Gray é transmitido em um canal AWGN com $\frac{E_s}{N_0} = 10\text{dB}$.

Qual é a probabilidade de erro de bit neste sistema?

Dado que foi transmitido o símbolo $s_0 = \frac{1+j}{\sqrt{2}}$, qual a probabilidade de que seja detectado o símbolo $s_1 = \frac{-1+j}{\sqrt{2}}$? E em vez de s_1 , para os símbolos $s_2 = \frac{-1-j}{\sqrt{2}}$ e $s_3 = \frac{1-j}{\sqrt{2}}$?

Qual a perda de desempenho em dB, se em vez de codificação de Gray, utilizarmos o seguinte mapeamento, para uma probabilidade de erro de bit de 10^{-3} ?

$s_0 \rightarrow 00$

$s_1 \rightarrow 11$

$s_2 \rightarrow 01$

$s_3 \rightarrow 10$

Qual a perda de desempenho se tivermos um erro de fase de $\pi/8$, devido a um erro de sincronização?

a)

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0}}\right) = Q(\sqrt{10}) = 7,8 \times 10^{-4}$$

b) a probabilidade de detectarmos o símbolo s_i , dado que enviamos s_0 é

$$\Pr(s_i | s_0) = Q\left(\frac{d_{0,i}}{\sqrt{2N_0}}\right)$$

Supondo que a energia $E_s = 1$ temos que $N_0 = 0,1$. Portanto:

$$\Pr(s_1 | s_0) = \Pr(s_3 | s_0) = Q\left(\frac{2}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q(\sqrt{10}) = 7,8 \times 10^{-4}$$

$$\Pr(s_2 | s_0) = Q\left(\frac{2}{\sqrt{2N_0}}\right) = Q(\sqrt{20}) = 3,9 \times 10^{-6}$$

c)

considerando apenas a probabilidade de errarmos a detecção na direção de um ponto vizinho, e que um dos vizinhos causará dois erros, enquanto o outro causará apenas um erro, temos que

$$P_b \approx \frac{1}{2} Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) + Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right) = 1,5 Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

Ou seja, a taxa de erro aumenta em 50%, mas como não há mudança no argumento da função Q, isso não representa assintoticamente nenhuma perda em dB.

d)

Podemos fazer a análise considerando o ponto s_0 . Com um erro de $-\pi/8$, o ponto recebido teria uma fase $\pi/8$ em vez de $\pi/4$ no QPSK original. Uma análise parecida, com o mesmo resultado pode ser feita para um erro de $+\pi/8$. Ou seja, o sinal recebido seria $r = \cos \pi/8 + j \sin \pi/8$.

Como a decisão é feita pela escolha dos quadrantes, a distância mínima até uma região de erro passa a ser $\sin \pi/8 = 0,3826$. Esse erro domina a probabilidade de erro que passa a ser então

Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

$$P_b \approx Q\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)\sqrt{E_s}}{\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0} 2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}\right)}\right) = Q\left(\sqrt{0,29 \frac{E_s}{N_0}}\right)$$

ou seja temos um fator de 0,29, que equivale a uma perda de desempenho de $10\log_{10}0,29 = 5\text{dB}$.

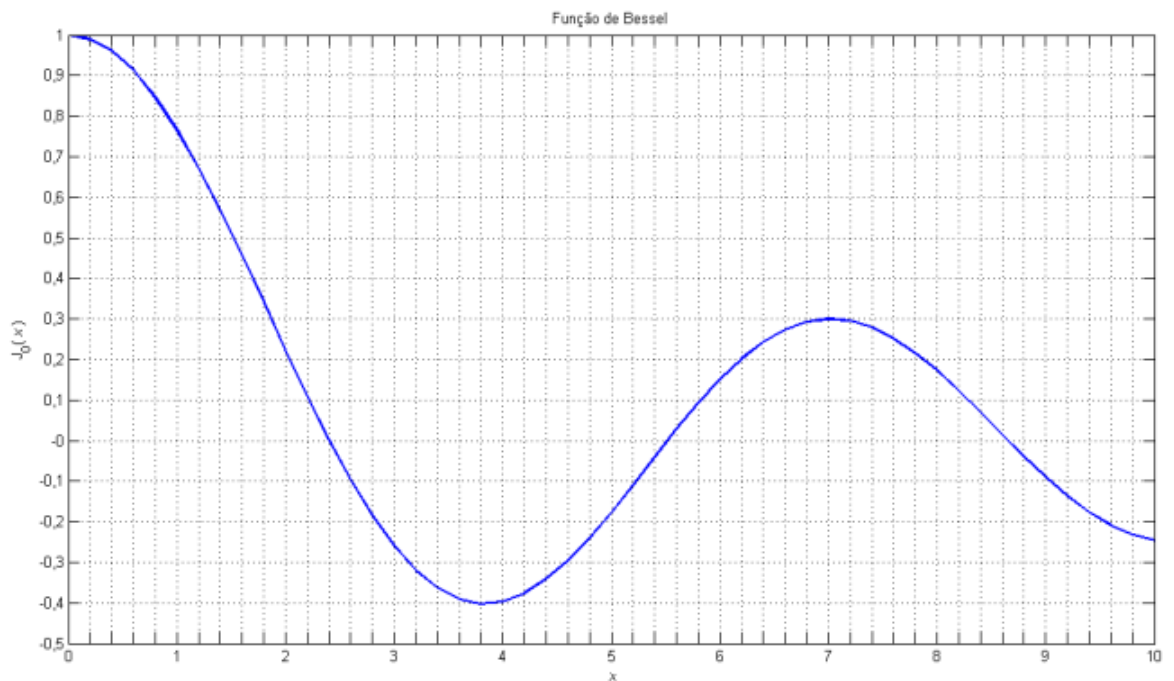
Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Tabela da Função Q

x	Q(x)	x	Q(x)	x	Q(x)
0,1	0,460172	2,1	0,017864	4,1	2,07E-05
0,2	0,42074	2,2	0,013903	4,2	1,33E-05
0,3	0,382089	2,3	0,010724	4,3	8,54E-06
0,4	0,344578	2,4	0,008198	4,4	5,41E-06
0,5	0,308538	2,5	0,00621	4,5	3,4E-06
0,6	0,274253	2,6	0,004661	4,6	2,11E-06
0,7	0,241964	2,7	0,003467	4,7	1,3E-06
0,8	0,211855	2,8	0,002555	4,8	7,93E-07
0,9	0,18406	2,9	0,001866	4,9	4,79E-07
1	0,158655	3	0,00135	5	2,87E-07
1,1	0,135666	3,1	0,000968	5,1	1,7E-07
1,2	0,11507	3,2	0,000687	5,2	9,96E-08
1,3	0,0968	3,3	0,000483	5,3	5,79E-08
1,4	0,080757	3,4	0,000337	5,4	3,33E-08
1,5	0,066807	3,5	0,000233	5,5	1,9E-08
1,6	0,054799	3,6	0,000159	5,6	1,07E-08
1,7	0,044565	3,7	0,000108	5,7	5,99E-09
1,8	0,03593	3,8	7,23E-05	5,8	3,32E-09
1,9	0,028717	3,9	4,81E-05	5,9	1,82E-09
2	0,02275	4	3,17E-05	6	9,87E-10

Função de Bessel



Comunicações Móveis (2016/01)

Prof. André Noll Barreto

Erlang-B

No. de Canais (N)	Tráfego (A) em Erlangs para P(bloqueio) =																
	0,1%	0,2%	0,5%	1%	1,2%	1,3%	1,5%	2%	3%	5%	7%	10%	15%	20%	30%	40%	50%
1	0,001	0,002	0,005	0,010	0,012	0,013	0,02	0,020	0,031	0,053	0,075	0,111	0,176	0,250	0,429	0,667	1,00
2	0,046	0,065	0,105	0,153	0,168	0,176	0,19	0,223	0,282	0,381	0,470	0,595	0,796	1,00	1,45	2,00	2,73
3	0,194	0,249	0,349	0,455	0,489	0,505	0,53	0,602	0,715	0,899	1,06	1,27	1,60	1,93	2,63	3,48	4,59
4	0,439	0,535	0,701	0,869	0,922	0,946	0,99	1,09	1,26	1,52	1,75	2,05	2,50	2,95	3,89	5,02	6,50
5	0,762	0,900	1,13	1,36	1,43	1,46	1,52	1,66	1,88	2,22	2,50	2,88	3,45	4,01	5,19	6,60	8,44
6	1,15	1,33	1,62	1,91	2,00	2,04	2,11	2,28	2,54	2,96	3,30	3,76	4,44	5,11	6,51	8,19	10,4
7	1,58	1,80	2,16	2,50	2,60	2,65	2,73	2,94	3,25	3,74	4,14	4,67	5,46	6,23	7,86	9,80	12,4
8	2,05	2,31	2,73	3,13	3,25	3,30	3,40	3,63	3,99	4,54	5,00	5,60	6,50	7,37	9,21	11,4	14,3
9	2,56	2,85	3,33	3,78	3,92	3,98	4,08	4,34	4,75	5,37	5,88	6,55	7,55	8,52	10,6	13,0	16,3
10	3,09	3,43	3,96	4,46	4,61	4,68	4,80	5,08	5,53	6,22	6,78	7,51	8,62	9,68	12,0	14,7	18,3
11	3,65	4,02	4,61	5,16	5,32	5,40	5,53	5,84	6,33	7,08	7,69	8,49	9,69	10,9	13,3	16,3	20,3
12	4,23	4,64	5,28	5,88	6,05	6,14	6,27	6,61	7,14	7,95	8,61	9,47	10,8	12,0	14,7	18,0	22,2
13	4,83	5,27	5,96	6,61	6,80	6,89	7,03	7,40	7,97	8,83	9,54	10,5	11,9	13,2	16,1	19,6	24,2
14	5,45	5,92	6,66	7,35	7,56	7,65	7,81	8,20	8,80	9,73	10,5	11,5	13,0	14,4	17,5	21,2	26,2
15	6,08	6,58	7,38	8,11	8,33	8,43	8,59	9,01	9,65	10,6	11,4	12,5	14,1	15,6	18,9	22,9	28,2
16	6,72	7,26	8,10	8,88	9,11	9,21	9,39	9,83	10,5	11,5	12,4	13,5	15,2	16,8	20,3	24,5	30,2
17	7,38	7,95	8,83	9,65	9,89	10,0	10,19	10,7	11,4	12,5	13,4	14,5	16,3	18,0	21,7	26,2	32,2
18	8,05	8,64	9,58	10,4	10,7	10,8	11,00	11,5	12,2	13,4	14,3	15,5	17,4	19,2	23,1	27,8	34,2
19	8,72	9,35	10,3	11,2	11,5	11,6	11,82	12,3	13,1	14,3	15,3	16,6	18,5	20,4	24,5	29,5	36,2
20	9,41	10,1	11,1	12,0	12,3	12,4	12,65	13,2	14,0	15,2	16,3	17,6	19,6	21,6	25,9	31,2	38,2