Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Prova 2

Aluno:____

Matrícula: ____

Questão 1 (2 pontos)

Dado um sinal $m(t)=\frac{t}{t^2+1}$ determine as expressões $\varphi(t)$ dos sinais modulados para as seguintes modulações (0,5 pontos cada):

a)AM, com índice de modulação $\mu=\frac{m_p}{A}=\frac{1}{2}$

b)DSB-SC

c)SSB, com apenas a banda lateral superior

d)SSB, com apenas a banda lateral inferior

Considere uma portadora de frequência f_c.

a) O sinal modulado será dado por $\varphi_{AM}=(A+m(t))\cos(2\pi f_c t)$. Para acharmos o valor de A, devemos encontrar m_p, o valor máximo de $m(t)$. O máximo será no instante em que a derivada do sinal for 0, ou seja, queremos:

$$\frac{d\ m(t)}{dt}=\frac{1(t^2+1)-t(2t)}{(t^2+1)^2}=0 \ \Rightarrow \ 1-t^2=0 \Rightarrow t=\pm 1$$

$$m_p=\max|m(\pm 1)|=1/2 \ \Rightarrow \ A=\frac{m_p}{\mu}=1$$

$$\varphi_{AM}=\left(1+\frac{t}{t^2+1}\right)\cos(2\pi f_c t)=\left(\frac{t^2+t+1}{t^2+1}\right)\cos(2\pi f_c t)¿$$

b)

$$\varphi_{DSB-SC}=\frac{t}{t^2+1}\cos(2\pi f_c t)$$

c)

$$\varphi_{USB} = m(t)\cos(2\pi f_c t) - m_h(t)\sin(2\pi f_c t)$$

Consultando a tabela de transformadas de Hilbert

$$H\left\{\frac{1}{t^2+1}\right\} = \frac{t}{t^2+1}$$
$$H\left\{\frac{t}{t^2+1}\right\} = H\left\{H\left\{\frac{1}{t^2+1}\right\}\right\} = -\frac{1}{t^2+1}$$

Portanto

$$\varphi_{USB} = \frac{t}{t^2+1}\cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{t^2+1}\sin(2\pi f_c t)$$

d)

$$\varphi_{LSB} = m(t)\cos(2\pi f_c t) + m_h(t)\sin(2\pi f_c t) = \frac{t}{t^2+1}\cos(2\pi f_c t) - \frac{1}{t^2+1}\sin(2\pi f_c t)$$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 2 (1 ponto)

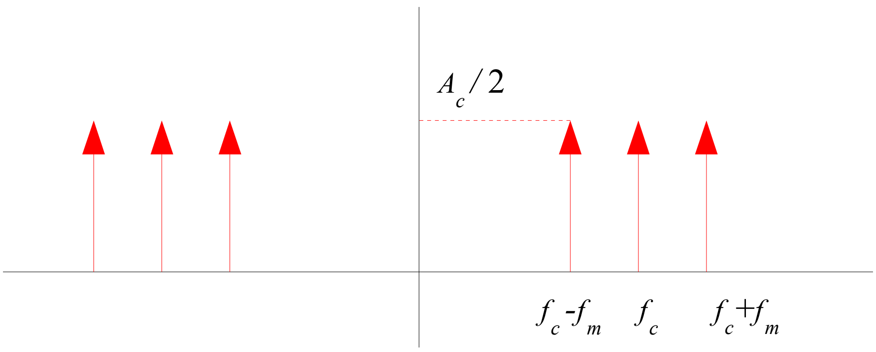
Esboce o espectro do sinal modulado $s(t)=A_c\left[1+2\cos(2\pi f_m t)\right]\cos(2\pi f_c t)$. (0,5 ponto)

Este sinal pode se demodulado por detecção por envelope? Por quê? (0,5 ponto)

a) O sinal modulado pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} s(t) &= A_c\cos(2\pi f_c t)+2A_c\cos(2\pi f_m t)\cos(2\pi f_c t) \\ &= A_c\cos(2\pi f_c t)+A_c\cos(2\pi(f_c+f_m)t)+A_c\cos(2\pi(f_c-f_m)t) \end{aligned}$$

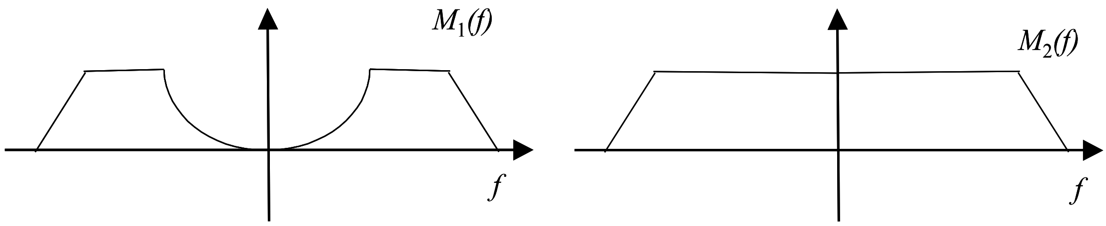
Ou seja, temos três cossenos de amplitudes A_c e frequências f_c, f_c-f_m e f_c+f_m., cujo espectro é dado por:



b) não, pois a amplitude máxima do sinal m_p = $2A_c$ é maior que a amplitude da portadora A_c.

Questão 3 (1 ponto)

Dados os dois sinais com espectro abaixo, qual deles é apropriado para modulação SSB? Por que?



O primeiro, pois sabemos que na modulação SSB devemos filtrar uma das bandas laterais na modulação. Como é impossível temos filtros ideais, é desejável que o sinal tenha pouca energia/potência naos componentes de frequência mais baixa.

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 4 (2 pontos)

Uma portadora de 100MHz é modulada na frequência por uma senóide de amplitude 20V e frequência 100 kHz com k_f=25000 Hz/V.

a) Determine a largura de banda do sinal modulado, utilizando a regra de Carson ($B_{EM}=2(\Delta f+B)$). (0,5 ponto)

b) Repita o cálculo de (a) considerando que a amplitude do sinal de entrada é igual a ~~20~~ 10V. (0,5 ponto)

c) Repita o cálculo de (a) considerando que a frequência do sinal de entrada é igual a 200kHz. (0,5 ponto)

d)Repita o cálculo de (a) considerando modulação em fase com k_p =5~~0~~ rad/V. (0,5 ponto)

a)

$$\Delta f = k_f m_p = 25000(20) = 500\,\text{kHz}$$
$$B_{FM} = 2(500\text{k} + 100\text{k}) = 1{,}2\,\text{MHz}$$

b)

$$\Delta f = k_f m_p = 25000(10) = 250\,\text{kHz}$$
$$B_{FM} = 2(250\text{k} + 100\text{k}) = 700\,\text{kHz}$$

c)

$$B_{FM} = 2(500\text{k} + 200\text{k}) = 1{,}4\,\text{MHz}$$

d)

$$m(t) = 20\cos(2\pi f_m t)$$
$$\frac{d\ m(t)}{dt} = -40\pi f_m t \sin(2\pi f_m t) \Rightarrow m'_p = 40\pi\, 100.000 = 4\pi \times 10^6$$
$$\Delta f = \frac{k_p}{2\pi} m'_p = \frac{5}{2\pi} 4\pi \times 10^6 = 10\,MHz$$
$$B_{PM} = 2(10\text{M} + 100\text{k}) = 20{,}2\,\text{MHz}$$

Questão 5 (2 pontos)

Um sinal FM com desvio de frequência Δf=500Hz e frequência de portadora f_c=200kHz passa por dois multiplicadores de frequência em série. O primeiro multiplica a frequência por 8, e o segundo por 16.

a) Qual o desvio de frequência do sinal de saída? (0,7 ponto)

b) Sabendo que o sinal de entrada tem largura de banda de 5kHz qual o índice de modulação ($\mu = \Delta f/B$) do sinal de saída do circuito? (0,6 ponto)

c) Colocamos agora um conversor de frequência entre os dois multiplicadores de frequência. Se queremos ter um sinal modulado com portadora f_c=10MHz, qual deve ser a frequência do oscilador no conversor de frequência? (0,7 ponto)

a)

Cada multiplicador de frequência multiplica também o desvio de frequência. Sendo assim:

$$\Delta f_o = \Delta f_i \times 8 \times 16 = 500 \times 128 = 64\,\text{kHz}$$

b)

$$\mu = \frac{64\text{k}}{5\text{k}} = 12{,}8$$

c)

Na saída do primeiro multiplicador temos

$$f_1 = 8 f_i = 8(200\text{k}) = 1{,}6\,\text{MHz}$$

Na entrada do segundo multiplicador queremos

$$f_2 = \frac{f_o}{16} = \frac{10\text{M}}{16} = 625\,\text{kHz}$$

O oscilador local deverá satisfazer

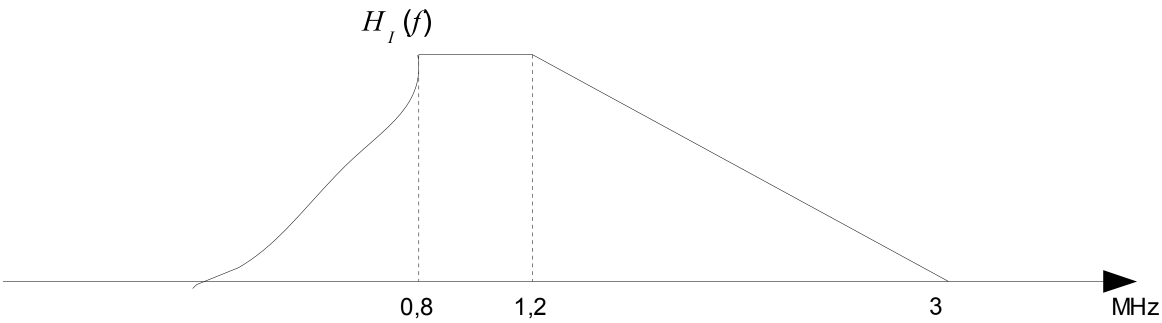
$$f_{LO} = f_1 \pm f_2 = 1{,}6\,\text{M} \pm 0{,}625\,\text{M} = 2{,}225\,\text{MHz} \quad \text{ou} \quad 0{,}975\,\text{MHz}$$

Questão 6 (2 pontos)

Um tom (senóide) com frequência 4kHz é transmitido com modulação USB em uma portadora com frequência f_c = 1 MHz.

a) É utilizado um receptor super-heteródino. Sabendo-se que sua imagem é transmitida em uma frequência de 2,4 MHz, quais as frequências intermediária f_I e do oscilador local de conversão de frequência f_{LO} no receptor? (1 ponto)

b)Uma outra estação transmite também um tom, mas com frequência 3 kHZ, com modulação AM e índice de modulação $\mu = m_p/A$=0,8 na frequência imagem de 2,4 MHz. Sabendo-se que o filtro sintonizável de imagem $H_I(f)$ tem a resposta espectral abaixo, que o sinal desejado foi transmitido com 5W e o sinal interferente com 10W, qual a razão sinal-ruído em dB na saída do receptor? (1 ponto)



a)
a frequência do oscilador local sintonizável é dada por

$$f_{LO}=f_c \pm f_I$$

Ou seja, dado um oscilador de frequência f_{LO}, o receptor receberá na frequência f_I dois sinais, um desejado e uma imagem nas frequências

$$f_c=f_{LO}-f_I$$
$$f_c'=f_{LO}+f_i$$

Estas frequências foram dadas. Portanto

$$\begin{array}{ll} 1\text{M}=f_{LO}-f_I \Rightarrow & f_{LO}=1{,}7\,\text{MHz} \\ 2{,}4\,\text{M}=f_{LO}+f_i & f_I=0{,}7\,\text{MHz} \end{array}$$

b)
O sinal desejado é dado por

$$\begin{aligned}\varphi_s(t)&=A_s\left[\cos(2\pi f_s t)\cos(2\pi f_c t)-\sin(2\pi f_s t)\cos(2\pi f_c t)\right]\\ &=A_s\cos\left(2\pi(f_c+f_s)t\right)\end{aligned}$$

A potência do sinal é

$$P_s=\frac{A_s^2}{2}=5 \;\Rightarrow\; A_s=\sqrt{10}$$

O sinal interferente é dado por

$$\begin{aligned}\varphi_N(t)&=A_N\left(1+\mu\cos(2\pi f_N t)\right)\cos(2\pi f_c' t)\\ &=A_N\cos(2\pi f_c' t)+\frac{A_N\mu}{2}\cos\left(2\pi(f_c'-f_N)t\right)+\frac{A_N\mu}{2}\cos\left(2\pi(f_c'+f_N)t\right)\end{aligned}$$

A potência do sinal é

$$P_N=\frac{A_N^2}{2}+2\frac{\left(A_N\frac{\mu}{2}\right)^2}{2}=\frac{A_N^2}{2}\left(1+\frac{\mu^2}{2}\right)=10 \;\Rightarrow\; A_N^2=15{,}15 \;\Rightarrow\; A_N=3{,}8925$$

Os dois sinais serão recebidos na frequência intermediária f_I e demodulados. Ambos sofrerão a mesma atenuação de canal α, mas o sinal interferente será filtrado pelo filtro de imagem e sofrerá uma atenuação adicional de 1/3. Assim teremos na entrada do demodulador os sinais

$$\varphi'_s(t)=\alpha A_s\cos\left(2\pi(f_I+f_s)t\right)$$
$$\varphi'_N(t)=\frac{\alpha}{3}\left[A_N\cos(2\pi f_I t)+\frac{A_N\mu}{2}\cos\left(2\pi(f_I-f_N)t\right)+\frac{A_N\mu}{2}\cos\left(2\pi(f_I+f_N)t\right)\right]$$

A demodulação consiste em multiplicar o sinal recebido por $2\cos\left(2\pi f_I t\right)$ e filtrá-lo com um filtro passa-baixa com resposta ao impulso $h_{LP}(t)$ frequência de corte pouco acima da banda do sinal, de f_S=4kHz

Para o sinal desejado teremos então

$$y_D(t)=\left[2\alpha A_s\cos\left(2\pi(f_I+f_s)t\right)\cos(2\pi f_I t)\right]*h_{LP}(t)$$
$$=\alpha A_s\cos(2\pi f_s t)$$

$$P_D=\alpha^2\frac{A_s^2}{2}=\alpha^2\frac{10}{2}=5\alpha^2$$

Como a frequência do sinal interferente f_N = 3 kHZ < f_S , a interferência na saída do demodulador é

$$y_{DN}(t)=\left[2\varphi'_N(t)\cos(2\pi f_I t)\right]*h_{LP}(t)$$
$$=\frac{\alpha A_N}{3}+\frac{\alpha A_N\mu}{6}\cos(-2\pi f_N t)+\frac{\alpha A_N\mu}{6}\cos(2\pi f_N t)=\frac{\alpha A_N}{3}+\frac{\alpha A_N\mu}{3}\cos(2\pi f_N t)$$

$$P_{DN}=\left(\frac{\alpha A_N}{3}\right)^2+\left(\frac{\alpha A_N\mu}{3}\right)^2=\frac{\alpha^2 A_N^2}{9}(1+\mu^2)=\alpha^2\frac{15{,}15}{9}(1+0{,}8^2)=2{,}76\alpha^2$$

A razão sinal-interferência é portanto

$$RSI=\frac{P_D}{P_{DN}}=\frac{5}{2{,}76}=1{,}811=2{,}6\,\text{dB}$$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Fórmulas Úteis

Identidades Trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$
$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2 + b^2}\cos\left(x + \tan^{-1}(-b/a)\right)$$

Tabela de Transformadas de Hilbert:

$$g(t) \overset{H}{\Leftrightarrow} g_h(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\alpha)}{t - \alpha} d\alpha$$
$$g_h(t) \overset{H}{\Leftrightarrow} -g(t)$$
$$\sin t \overset{H}{\Leftrightarrow} -\cos t$$
$$\cos t \overset{H}{\Leftrightarrow} \sin t$$
$$\frac{1}{t^2 + 1} \overset{H}{\Leftrightarrow} \frac{t}{t^2 + 1}$$
$$\operatorname{sinc} t \overset{H}{\Leftrightarrow} \frac{1 - \cos t}{t}$$
$$\delta(t) \overset{H}{\Leftrightarrow} \frac{1}{\pi t}$$
$$\operatorname{rect} t \overset{H}{\Leftrightarrow} \frac{1}{\pi}\ln\left|\frac{t + \frac{1}{2}}{t - \frac{1}{2}}\right|$$

UnB

departamento de engenharia elétrica