Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Prova 3

26/08/2010

Aluno:____

Matrícula: ____

Questão 1 (2 pontos)

Queremos transmitir a seguinte sequência de bits:

`1001110010`

Esboce o sinal transmitido para os seguintes esquemas (0,2 ponto cada):

a) sinalização on-off (return-to-zero)

b) sinalização polar (return-to-zero)

c) sinalização on-off (non-return-to-zero)

d) sinalização Manchester

e) sinalização bipolar (non-return-to-zero)

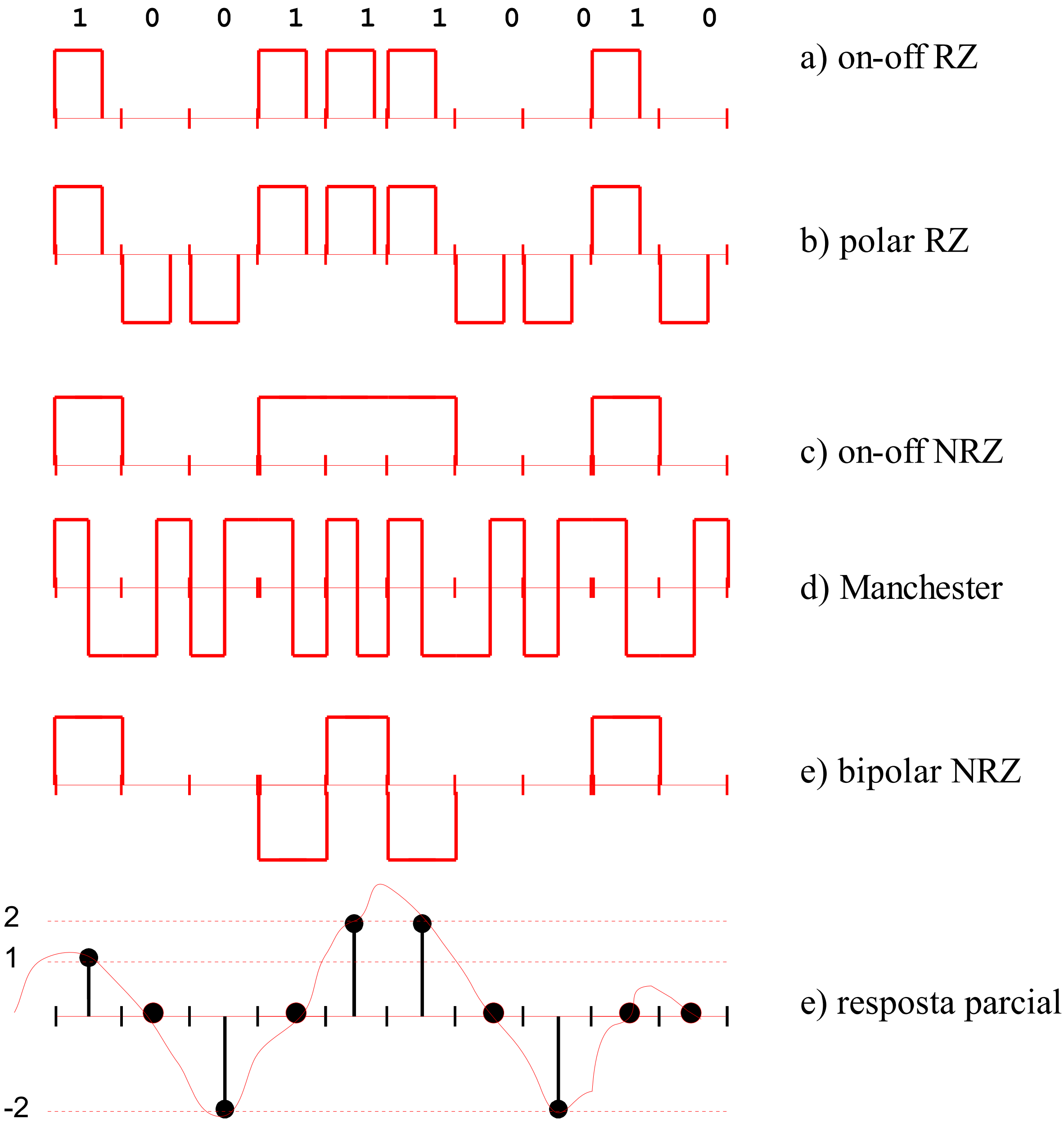
f) sinalização com resposta parcial / pulsos duobinários

Nos itens (a) a (e) considere pulsos retangulares.

Quais destes sinais permitem a detecção de erro? (0,2 ponto)

Quais destes não possuem componentes DC? (0,3 ponto)

Qual destes (ou quais) possui a menor largura de banda, e por quê? (0,3 ponto)



O importante é determinar os valores nos instantes de amostragem

Os esquemas bipolar e de resposta parcial permitem detecção de erro.

Os esquemas de Manchester e bipolar não têm componente DC.

A menor largura de banda é obtida com codificação com resposta parcial, com banda $R_b/2$.

Questão 2 (2 pontos)

Um sistema PCM utiliza um quantizador uniforme seguido de um codificador binário de 8 bits/amostra. A taxa de bits de transmissão é de 10Mbits/s.

a) Qual a largura de banda mínima necessária para transmissão deste sinal? (0,5 ponto)

b) Qual a largura de banda do sinal mensagem, supondo que o sinal foi amostrado 30% acima da taxa de Nyquist? (0,5 ponto)

c) Determine a razão sinal-ruído de quantização (em dB) quando um sinal com distribuição de amplitude uniforme entre -2 e 2 é aplicado na entrada do sistema. (0,5 ponto)

d) Estime a RSR supondo que foi utilizada modulação delta, com a mesma taxa de bits. Calcule o passo de quantização σ de modo que não ocorra sobrecarga de inclinação. Sabemos que a amplitude máxima para que não ocorra sobrecarga é dada por $A_{max} = \frac{\sigma f_s}{2\pi f}$, e considere a componente de maior frequência do sinal. (0,5 ponto)

a)

$$B_{T,\min} = \frac{R_b}{2} = \frac{10\text{M}}{2} = 5\,\text{MHz}$$

b)

$$f_s = \frac{R_b}{n} = \frac{10\text{M}}{8} = 1{,}25\,\text{MHz}$$

$$f_s = 1{,}3\,R_{\text{Nyq}} = 1{,}3(2B) \Rightarrow B = \frac{1{,}25\,\text{MHz}}{2{,}6} = 480{,}769\,\text{kHz}$$

c)

$$RSR_{\text{uniforme}} = 3L^2 \frac{P_m}{m_p^2}$$

$$m_p = 2$$

$$P_m = \int_{-\infty}^{\infty} m^2 p_{\text{m}}(m)\,dm = \int_{-2}^{2} \frac{m^2}{4}\,dm = \left.\frac{m^3}{12}\right|_{-2}^{2} = \frac{4}{3}$$

$$RSR_{\text{uniforme}} = 3(256^2)\frac{4/3}{2^2} = 65536 = 48{,}2\,\text{dB}$$

d)

$$RSR_{\mathrm{delta}} = \frac{3 f_s P_m}{\sigma^2 B}$$

Na modulação delta temos 1 bit por amostra, ou seja $f_s = 10\mathrm{MHz}$.

B é a largura de banda do sinal, calculada no item (b), $B = 480{,}769\,\mathrm{kHz}$.

A potência foi calculada no item (c), $P_m = \frac{4}{3}$

$$A_{\max} = \frac{\sigma f_s}{2\pi B} \Rightarrow \sigma = \frac{2\pi A_{\max} B}{f_s} = \frac{2\pi(2)480{,}796\times 10^3}{10\times 10^6} = 0{,}6042$$

$$RSR_{\mathrm{delta}} = \frac{3\left(10\times 10^6\right)4/3}{(0{,}0796)^2 480{,}769\times 10^3} = 228 = 23{,}6\,\mathrm{dB}$$

Questão 3 (2 pontos)

Um computador gera dados binários a uma taxa de 56 kbits/s. Os dados de 10 computadores são multiplexados no tempo, e, após a adição de 10 bytes de sinalização a cada 1 ms, o sinal é transmitido com codificação de linha polar binária. Qual a largura de banda de transmissão mínima deste sinal?

Qual a largura de banda, supondo pulsos de Nyquist com fator de roll-off 0,3?

Qual a largura de banda máxima para pulsos satisfazendo o critério de Nyquist?

Se no sistema acima os dados forem transmitidos em um sistema M-ário com 8 níveis, qual a largura de banda de transmissão, supondo pulsos de Nyquist com fator de roll-off 0,3 ?

a)

$$R_b = 10 \times 56 \times 10^3 + \frac{10 \times 8}{10^{-3}} = 640 \text{ kbps}$$

$$B_{T,\min} = \frac{R_b}{2} = 320 \text{ kHz}$$

b)

$$B = \frac{R_b}{2}(1+r) = \frac{640 \times 10^3}{2}(1+0{,}3) = 416 \text{ kHz}$$

c)

Para pulsos de Nyquist temos no máximo $r = 1$

$$B = \frac{R_b}{2}(1+1) = 640 \text{ kHz}$$

d)

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2 M} \Rightarrow B = \frac{R_s}{2}(1+r) = \frac{640 \times 10^3 / 3}{2}(1+0{,}3) = 138{,}7 \text{ kHz}$$

Questão 4 (2 pontos)

Uma sequência de bits é transmitida com codificação polar e pulsos retangulares de largura $3T_b/4$ e amplitude A=1, a uma taxa R_b = 1Mbps. Qual a potência de transmissão deste sinal? (0,7 ponto)

Se quiséssemos utilizar codificação on-off com a mesma probabilidade de erro, qual seria a potência necessária? (0,7 ponto)

Se tivéssemos codificação quaternária (M=4), qual seria a potência necessária para mantermos a mesma taxa de erro de bit? Suponha que erramos sempre apenas um bit a cada símbolo decodificado com erro. (0,6 ponto)

a)

$$P_{s,\text{polar}}=\frac{1}{T_b}\int_0^{\frac{3T_b}{4}} A^2\,dt=\frac{3}{4}$$

e a probabilidade de erro de bit é dada por

$$p_b=Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$$

b) Para on-off com mesma probabilidade de erro devemos ter uma amplitude $A_{on\text{-}off}=2A$, de modo que a distância entre as amplitudes seja a mesma.

Sendo assim, como apenas o bit 1 terá energia diferente de zero e tem probabilidade ½,

$$P_{s,\text{on-off}}=\frac{1}{2}\frac{1}{T_b}\int_0^{\frac{3T_b}{4}}(2A)^2\,dt=\frac{3}{2}$$

c) com codificação quaternária enviamos 2 bits a cada símbolo. Sendo assim, considerando apenas um bit errado a cada símbolo errado, para mantermos a taxa de erro de bit de $p_b=Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)$ precisamos de uma taxa de erro de símbolo $p_e=2\,p_b$

Com codificação quaternária, a probabilidade de erro depende da distância entre os níveis. Para que todos os níveis vizinhos tenham a mesma distância, podemos ter os níveis $-3A_q, -A_q, A_q, 3A_q$, e a probabilidade de erro de símbolo será

$$p_s=Q\left(\frac{A_q}{\sigma}\right)=2Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)\Rightarrow A_q=\sigma\,Q^{-1}\left(2Q\left(\frac{A}{\sigma}\right)\right)$$

Achado A_q, a potência pode ser calculada considerando que a amplitude será $\pm A_q$ com probabilidade 1/2 e $\pm 3A_q$ também com probabilidade 1/2. Sendo assim

$$P_{s,\text{quat}}=\frac{1}{2}\frac{1}{T_b}\int_0^{\frac{3T_b}{4}} A_q^2\,dt+\frac{1}{2}\frac{1}{T_b}\int_0^{\frac{3T_b}{4}} 9A_q^2\,dt=\frac{15A_q^2}{4}\;.$$

Questão 5 (2 pontos)

Um sistema de transmissão utiliza como esquema de código de linha PPM (*Pulse Position Modulation*) binária com pulsos triangulares de largura $T_b/2$. Ou seja, os bits b_k=0 são representados pelos pulsos $p(t-kT_b)$, e os bits b_k=1 por $p(t-(k+0{,}5)T_b)$

Supondo que os bits 0 e 1 são equiprováveis, calcule e esboce a densidade espectral de potência para este caso.

Para o pulso triangular $P(f)=\frac{T_b}{4}\operatorname{sinc}^2\left(\frac{\pi f T_b}{4}\right)$

Podemos observar que a codificação PPM binária com intervalo de símbolos T_b é parecida a uma codificação on-off com intervalo $T_b/2$. Porém, diferentemente da codificação on-off a correlação em instantes consecutivos é

$$R_1=E\{R_k R_{k+1}\}=\frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}1(0)+\frac{1}{2}(1)0\right]+\frac{1}{2}\left[\frac{1}{4}(0)(0)+\frac{1}{4}(0)(1)+\frac{1}{4}(1)(0)+\frac{1}{4}(1)(1)\right]=\frac{1}{8}$$

onde o primeiro termo corresponde aos valores de k na primeira metade do intervalo T_b. Neste caso, se o valor em k for 1, em k+1 será sempre 0, ou vice-versa. Isto ocorrerá na metade das situações. Alternativamente, se k corresponde à segunda metade do intervalo T_b, os valores em k e k+1 são independentes.

Para on-off, teríamos

$$R_{1,\text{on-off}}=E\{R_k R_{k+1}\}=\frac{1}{4}(0)(0)+\frac{1}{4}(0)(1)+\frac{1}{4}(1)(0)+\frac{1}{4}(1)(1)=\frac{1}{4}\quad .$$

Ou seja, $R_1=R_{-1}=R_{1,\text{on-off}}-\frac{1}{8}$

Para todos os valores de $R_n,\ n\neq 1$, temos a mesma situação que para a codificação on-off.

Ou seja,

$$S_y(f)=S_{y,\text{on-off}}(f)-\frac{|P(f)|^2}{T_b}2\frac{1}{8}\cos 2\pi f T_b/2$$

$$S_y(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_b}\left[1+\frac{1}{T_b/2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T_b/2}\right)-\frac{1}{4}\cos 4\pi f T_b\right]$$

$$S_y(f)=\frac{T_b}{16}\operatorname{sinc}^4\left(\frac{\pi f T_b}{4}\right)\left[1+\frac{2}{T_b}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{2n}{T_b}\right)-\frac{1}{4}\cos 4\pi f T_b\right]$$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Fórmulas Úteis

Identidades Trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x)$$
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$
$$a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(x + \tan^{-1}(-b/a)\right)$$

Transformadas de Fourier:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{j2\pi f t} dt \overset{F}{\Leftrightarrow} G(f) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) e^{-j2\pi f t} df$$
$$\mathrm{rect}\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} |\tau| \mathrm{sinc}(\pi f \tau)$$
$$\mathrm{sinc}(2\pi B t) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{|2B|} \mathrm{rect}(f/B)$$
$$\Delta\left(\frac{t}{\tau}\right) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{\tau}{2} \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi f \tau}{2}\right)$$
$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \overset{F}{\Leftrightarrow} \frac{1}{T} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta\left(f - \frac{n}{T}\right)$$

Razão sinal-ruído com quantização

$$RSR_{\text{uniforme}} = 3L^2 \frac{P_m}{m_p^2}$$
$$RSR_{\mu} = 3L^2 \frac{1}{\left(\ln(1+\mu)\right)^2}$$
$$RSR_{\text{delta}} = \frac{3 f_s P_m}{\sigma^2 B}$$

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Densidade Espectral de Potência de Códigos de Linha

$$S_y(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_b}\sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n e^{-j2\pi n f T_b}=\frac{|P(f)|^2}{T_b}\left(R_0+2\sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos 2\pi n f T_b\right)$$

$$S_{y,\,\text{polar}}(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_b}$$

$$S_{y,\,\text{on-off}}(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_b}\left[1+\frac{1}{T_b}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta\left(f-\frac{n}{T_b}\right)\right]$$

$$S_{y,\,\text{bipolar}}(f)=\frac{|P(f)|^2}{T_b}\sin^2(\pi f T_b)$$

Pulso duobinário

$$p(t)=\frac{\sin(\pi R_b t)}{\pi R_b t(1-R_b t)}$$

$$P(f)=\frac{2}{R_b}\cos\left(\frac{\pi f}{R_b}\right)\text{rect}\left(\frac{f}{R_b}\right)e^{-j\pi f/R_b}$$