Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Prova 2 - 2010/02

Aluno:____

Matrícula: ____

Instruções

- A prova consiste em 6 questões discursivas.
- A prova terá a duração de 2h30.
- A prova pode ser feita a lápis ou caneta.
- Não é permitida consulta a notas de aula, todas as fórmulas necessárias serão dadas no final da prova.
- Toda resposta deverá está contida nas folhas da prova. Folhas de rascunho serão fornecidas caso necessário, mas não devem ser entregues.
- Calculadores podem ser utilizadas, mas todas as contas e respostas devem ser justificadas.

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

UnB

departamento de engenharia elétrica

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 1 (2 pontos)

Um sinal modulado em uma portadora de frequência 1 kHz é descrito como

$$\phi(t)=100\cos(2100\pi t)+25\sin(2200\pi t)$$

a) qual é o tipo de modulação empregado? Explique. (0,5 ponto)
b) determine o sinal modulante. (0,5 ponto)
c) qual é a potência média do sinal modulado? (0,5 ponto)
d) esboce o transmissor utilizado para gerar este sinal, assim como o receptor necessário para demodulá-lo. (0,5 ponto)

a) podemos ver que o espectro do sinal modulado consiste em um impulso na frequência f_1=1050 Hz com amplitude A_1=100 e fase θ_1=0, e um impulso na frequência f_2 = 1100Hz, com amplitude A_2=25 e fase θ_1= - π/2. Como todo o espectro está acima da frequência da portadora, podemos concluir que se trata de um sinal USB.

b) para obtermos o sinal modulante basta procedermos com a demodulação, ou seja, primeiramente multiplicamos o sinal pela portadora, obtendo

$$\begin{aligned} y(t) &= 2\phi(t)\cos(2000\pi t)\\ &= 200\cos(2100\pi t)\cos(2000\pi t)+50\sin(2200\pi t)\cos(2000\pi t)\\ &= 100\cos(4100\pi t)+100\cos(100\pi t)+25\sin(4200\pi t)+25\sin(200\pi t)\end{aligned}$$

e fazemos a filtragem passa-baixa

$$m(t)=100\cos(100\pi t)+25\sin(200\pi t) \quad .$$

Isso pode ser obtido intuitivamente também, se verificarmos que o espectro do sinal modulado corresponde à banda lateral superior do sinal modulante. Ou seja, basta deslocar o sinal obtido 1000 Hz para a esquerda.

c) $P_m=\frac{100^2}{2}+\frac{25^2}{2}=5312{,}5$

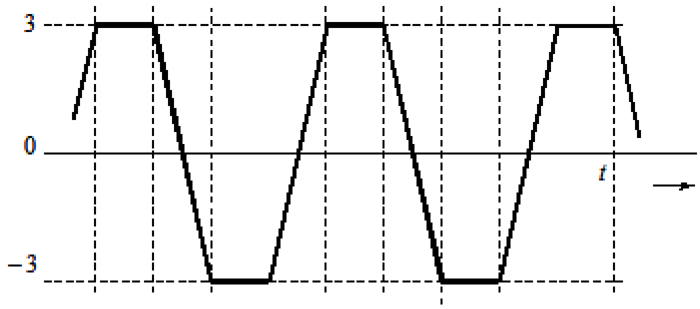
d) o transmissor USB pode ser construído de 2 maneiras. Podemos filtrar a banda lateral inferior com um filtro passa-faixa após a geração de um sinal DSB, ou, alternativamente podemos usar a transformada de Hilbert e gerarmos o sinal $\phi(t)=m(t)\cos(2\pi f_c t)-m_h(t)\sin(2\pi f_c t)$. O receptor corresponde ao que foi descrito no item (b).

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Questão 2 (2 pontos)

Considere um sinal modulante $m(t)$ dado por:



(a) Utilizando a regra de Carson, e sabendo que $k_f = 2\times10^4$Hz/V, estimamos que a largura de banda do sinal φ_{FM} modulado em frequência é de 140 kHz. Estime a largura de banda do sinal φ_{PM} modulado em fase, para $k_p = 5\pi$ rad/V. Considere que a largura de banda de $m(t)$ é a frequência de seu terceiro harmônico. (0,5 ponto)
(b) Se o sinal modulante tiver seu período multiplicado por um fator 2, qual será o a largura de banda dos sinais modulados FM e PM?
(c) Determine a frequência instantânea e a fase dos sinais FM e PM. A representação gráfica é suficiente.
(d) Suponha que o sinal φ_{PM} no item (a) seja na verdade um sinal modulado em FM, também com $k_f = 2\times10^4$Hz/V. Qual seria o sinal modulante correspondente?

a) Sabemos que

$$B_{FM}=2(\Delta f+B)=2(k_f m_p+B)\Rightarrow 140\times10^3=2\left((2\times10^4)3+B\right)\Rightarrow B=10\,\text{kHz}$$

Considerando que $B=3f_0=\dfrac{3}{T_0}=10\times10^3\Rightarrow T_0=0{,}3\times10^{-3}$.

A largura de banda do sinam PM é dada por

$$B_{PM}=2\left(\frac{k_p}{2\pi}m_p'+B\right) .$$

m_p' é a maior amplitude da derivada, que ocorre quando o sinal sobe do nível -3 ao nível 3 em um intervalo $T_0/4$. Sendo assim

$$m_p'=\frac{3-(-3)}{T_0/4}=\frac{6}{0{,}075\times10^{-3}}=8\times10^4 \quad \text{e}$$

$$B_{PM}=2\left(\frac{5\pi}{2\pi}8\times10^4+10\times10^3\right)=420\,\text{kHz}$$

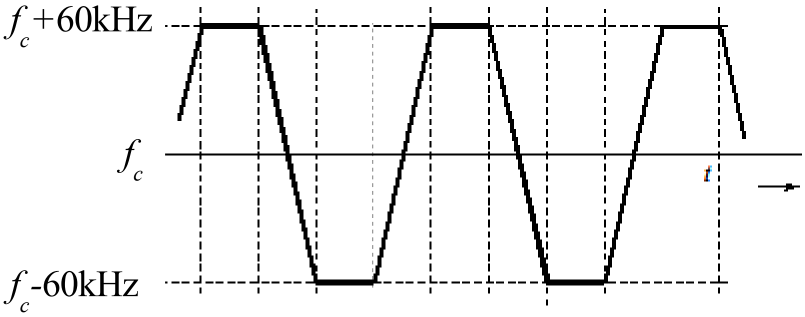
b) Se o período for multiplicado por 2, a frequência do primeiro harmônico, e, consequentemente a banda é dividida por 2, ou seja, B_1 = 5kHz. O cálculo para FM muda para

$$B_{FM,1}=2(k_f m_p+B_1)=2\left(2\times10^4(3)+5\times10^3\right)=130\,\text{kHz} .$$

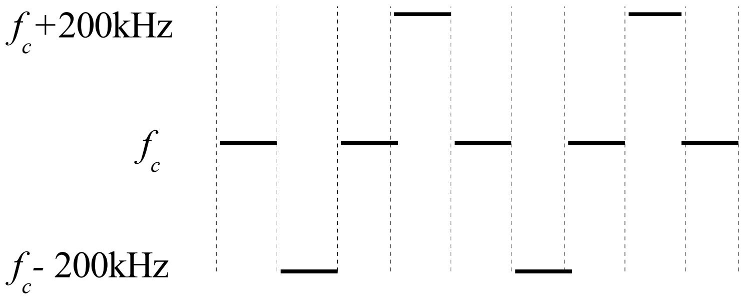
Para PM, também muda, a derivada, que diminui. Portanto agora $m_{p,1}'= 4\times10^4$. Ou seja

$$B_{PM,1}=2\left(\frac{5\pi}{2\pi}4\times10^4+5\times10^3\right)=210\,\text{kHz}$$

c) A frequência instantânea para o sinal FM é dada por $f_{I,FM}(t)=f_c+k_f m(t)$, que pode ser representada por



Para o sinal PM, a freqûencia instantânea é $f_{I,PM}(t)=f_c+\frac{k_p}{2\pi}m'(t)$, que pode ser representada por



d) o sinal modulado em PM no item (a) é

$$\varphi=A\cos\left(2\pi f_c t+k_p m(t)\right)$$

Esse mesmo sinal poderia ser obtido com modulação FM e o sinal modulante $\tilde{m}(t)$:

$$\varphi=A\cos\left(2\pi f_c t+2\pi k_f\int \tilde{m}(\alpha)d\alpha\right)$$

se

$$k_p m(t)=2\pi k_f\int_0^t \tilde{m}(\alpha)d\alpha \quad .$$

Ou seja,

$$\tilde{m}(t)=\frac{k_p}{2\pi k_f}\frac{d}{dt}m(t)$$

Questão 3 (2 pontos)

Considere um sistema de transmissão VSB, cujo filtro vestigial tem a função de transferência

$$|H(f)| = \begin{cases} 0 & ; \quad f < 1{,}4\,\text{MHz} \\ \dfrac{(f - 1{,}4\times 10^6)}{0{,}2\times 10^6} & ; \quad 1{,}4\,\text{MHz} \le f < 1{,}6\,\text{MHz} \\ 1 & ; \quad f > 1{,}6\,\text{MHz} \end{cases}$$

A largura de banda do sinal modulante (ou de banda básica) é de 0,4 MHz.

(a) Sabemos que no receptor podemos utilizar um filtro passa-baixa ideal, com largura de banda de 4 MHz., sem que haja distorção no sinal. Qual a frequência da portadora?

(b) Em relação à técnica DSB-SC, qual a economia percentual de largura de banda de transmissão propiciada pelo esquema VSB descrito?

(c) Se a técnica de modulação utilizada fosse a SSB, qual seria a economia percentual de largura de banda de transmissão em relação à requerida pelo esquema VSB descrito?

a) O filtro de recepção é dado por $H_o(f) = \dfrac{1}{H_i(f-f_c) + H_i(f+f_c)}$.

Sendo assim o filtro de recepção poderá ser um passa-baixa ideal, que tem resposta constante em toda a banda do sinal, se $H_i(f-f_c) + H_i(f+f_c) = K$, o que só ocorre se f_c = 1,5MHz. Isto independe da banda do sinal e poderia ser calculado.

A banda vestigial seria portanto 0,1MHz.

b)o ganho seria de

$$\eta = \frac{B_{DSB} - B_{VSB}}{B_{DSB}} = \frac{0{,}8 - 0{,}5}{0{,}8} = 37{,}5\,\%$$

c) o ganho seria de

$$\eta = \frac{B_{VSB} - B_{SSB}}{B_{VSB}} = \frac{0{,}5 - 0{,}4}{0{,}4} = 25\,\%$$

Questão 4 (1,5 ponto)

Dado um receptor super-heteródino para um sinal AM com frequência intermediária f_I = 455kHz. O receptor é projetado para sintonizar estações entre as frequências de 900 kHz a 1600 kHz.

a) Qual a faixa de frequências que precisamos no oscilador local?

b) Qual a largura de banda máxima do filtro de imagem?

a) o receptor super-heteródino utiliza um oscilador local tipicamente com frequência

$$f_{LO}=f_c+f_I \Rightarrow 1355\,\text{kHz} \leq f_{LO} \leq 2055\,\text{kHz}$$

Também é aceito

$$f_{LO}=f_c-f_I \Rightarrow 445\,\text{kHz} \leq f_{LO} \leq 1145\,\text{kHz}$$

b) a imagem está situada a uma frequência $f_{im}=f_c+2f_I$ (ou $f_{im}=f_c-2f_I$, caso seja considerado $f_{LO}=f_c-f_I$).

Ou seja, devemos usar um filtro que elimine todas as frequências abaixo de $f_{im}+B/2$ (ou acima de $f_{im}-B/2$), onde B é a banda de um canal AM (como o B tende a ser pequeno, podemos ignorá-lo).

Podemos ter um filtro passa-alta (ou passa-baixa), com frequência de corte f_{im} ou um filtro passa-faixa centrado em f_c e com largura 4 f_I. (para os dois casos)

Questão 5 (1,5 ponto)

Proponha um modulador FM que implemente o método de Armstrong em que o sinal modulado deva apresentar largura de banda igual a 230 kHz e a frequência de transmissão deva ser igual a 300 MHz, para um sinal modulante de banda ocupada igual a 15 kHz. O modulador FM de faixa estreita disponível produz em sua saída um desvio de frequência igual a 25 Hz, com a frequência da portadora f_0 = 1MHz. Para o projeto, dispõe-se de um misturador (conversor de frequência) de osciladores com frequências de saída de até 5MHz. Podem ser utilizados apenas multiplicadores de frequência por 2, 3 e 5.

Queremos na saída um sinal com

$$f_c = 300\times 10^6 \,\text{Hz}$$

$$\Delta f = \frac{B_{FM}}{2} - B = \frac{230\text{k}}{2} - 15\text{k} = 100\,\text{kHz}$$

Geramos no primeiro passo um sinal banda estreita com Δf_0 = 25 Hz, e portadora f_0 = 1MHz.

Este sinal passa por um multiplicador de frequência por M, com saída

$$f_1 = M\times f_0$$

$$\Delta f_1 = M\times \Delta f_0$$

Após o misturador teremos

$$f_2 = f_1 \pm f_{LO}$$

$$\Delta f_2 = M\times \Delta f_2$$

O sinal passa finalmente por outro multiplicador (x N), com saída

$$f_c = N f_2$$

$$\Delta f = N\Delta f_2 = MN\Delta f_0 \ .$$

Precisamos definir M, N e f_{LO}.

Queremos portanto que $MN = \frac{\Delta f}{\Delta f_0} = \frac{100\text{k}}{25} = 4000$.

Foi dito também que na saída do misturador devemos ter $f_2 = \frac{f_c}{N} \leq 5\,\text{MHz}$. Podemos escolher por exemplo $N = 100 \Rightarrow f_2 = 3\,\text{MHz}$.

Neste caso, obtemos então $M = \frac{4000}{N} = 40$, e portanto $f_1 = M f_0 = 40\,\text{MHz}$. A frequência do oscilador local no misturador deve ser então $f_{LO} = f_1 + f_2 = 43\,\text{MHz}$

Outros valores que se encaixem nos critérios também podem ser aceitos.

Questão 6 (1 ponto)

Podemos afirmar que a transmissão de rádio comercial FM é na realidade uma mescla de modulação em fase (PM) e modulação em frequência (FM). Explique porque isso se faz necessário e como é implementado.

Isso é necessário devido ao diferente comportamento dos dois esquemas na presença de ruído. Para o sistema FM a potência do ruído após a demodulação cresce linearmente com a frequência, enquanto que para PM, a potência do ruído independe da frequência. Desta forma é mais vantajoso utilizarmos FM para as frequências mais baixas e PM para as frequências mais altas.
Isto é realizado por meio da pré-ênfase, que consiste em um filtro, com ganhos constantes para frequências mais baixas, e com ganhos que crescem linearmente com o aumento da frequência para frequências mais altas, o que compensa a piora na razão-sinal-ruído. Este aumento linear no ganho corresponde à diferenciação do sinal mensagem, e consequentemente, à geração de um sinal PM.

Teoria das Comunicações

Prof. André Noll Barreto

Fórmulas Úteis

Identidades Trigonométricas:

$$\sin(2x) = 2\sin x \cos x$$
$$\cos(2x) = \cos^2 x - \sin^2 x$$
$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$
$$\cos^2 x = \frac{1}{2}(1+\cos 2x)$$
$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$
$$\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y$$
$$\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y$$
$$\tan(x \pm y) = \frac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}$$
$$a\cos x + b\sin x = \sqrt{a^2+b^2}\cos\left(x+\tan^{-1}(-b/a)\right)$$

Série de Fourier Trigonométrica:

$$g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(2\pi n f_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2\pi n f_0 t) = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos\left(2\pi n f_0 t + \theta_n\right)$$
$$a_0 = \frac{1}{T_0}\int_{T_0} g(t)\,dt\,; \quad a_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} g(t)\cos(2\pi n f_0 t)\,; \quad b_n = \frac{2}{T_0}\int_{T_0} g(t)\sin(2\pi n f_0 t)$$
$$C_0 = a_0\,; \quad C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$$

Tabela de Transformadas de Hilbert:

$$g(t) \overset{H}{\Rightarrow} g_h(t) = \frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{g(\alpha)}{t-\alpha}\,d\alpha$$
$$g_h(t) \overset{H}{\Rightarrow} -g(t)$$
$$\sin t \overset{H}{\Rightarrow} -\cos t$$
$$\cos t \overset{H}{\Rightarrow} \sin t$$
$$\frac{1}{t^2+1} \overset{H}{\Rightarrow} \frac{t}{t^2+1}$$
$$\operatorname{sinc} t \overset{H}{\Rightarrow} \frac{1-\cos t}{t}$$
$$\delta(t) \overset{H}{\Rightarrow} \frac{1}{\pi t}$$
$$\operatorname{rect} t \overset{H}{\Rightarrow} \frac{1}{\pi}\ln\left|\frac{t+\frac{1}{2}}{t-\frac{1}{2}}\right|$$

Regra de Carson

$$B \approx 2(\Delta f + B)$$